Japan Society of Fluid Mechanics

A111

流体中の平板の落下運動

Free fall motion of a flat plate in a fluid.

冨山泰伸（都立大・理）

Yasunobu TOMIYAMA
Dept. of Physics Tokyo Metropolitan University, Tokyo, Japan

Behavior of a falling flat plate is invistigated. The equation of motion is derived by the use of pressure force around the plate in the perfect fluid and assumed viscous drags. Falling motion of the plate is clssified into five groupes : (1)steady motion, (2)simple periodic motion, (3) complex period motion, (4)torus motion, (5) chaotic motion. The resulting behavior is similar to that of falling disks.

1．はじめに

野球のフォークボール、空中を舞う落葉、ビール泡の運動など日常的に目にする水や空気中の物体の運動を定性的にかつ定量的にも我々は良く理解しているとは言い難い。流体中の物体に働く力の研究は古くから行われているが、流体中を非定常運動する種々の形状の物体に流体が及ぼす力を正確に求めることが困難である。そのため、殆どの研究では限られた形状の物体の定常運動に対する力の研究に限定されている。

流体中の様々な物体の運動の中から、薄い紙片や落葉の空中での多彩な落下運動に着目した。紙片や落葉はヒラヒラと、ときにはクルクルと舞い降りる。また複雑な落下運動を見せるときもある[1]。一見、多彩に見える落下運動の振舞いを2次元平板のモデルを用いて調べるのが本研究の目的である。平板の落下運動に関する理論研究はY. Tanabe & K. Kaneko[2] により行われている。一方、円板の落下運動の実験的研究はWillmarth, et al [3], Field, et al[3] らにより行われている。自由落下後に平板運動が最終的に到達するアトラクターに関して、これらの研究と本研究の結果を比較検討する。

2．平板の運動方程式

紙片や木の葉は3次元の形状をしているためこれらをの運動を解析することは多くの困難を伴う。本研究ではこれらの物体の簡素なモデルとして2次元平板の落下運動を取り扱う。

円と楕円の等角写像の関係を用いて、非圧縮性完全流体中を運動する楕円柱の周りの複素ポテンシャルと圧力方程式を用いて楕円柱に働く力とトルク求めることができる[5]。楕円柱の極限としての平板に働く力が求められる。完全流体中の平板の運動の研究結果は物理学会講演[6] で、更に粘性の効果を取り入れて拡張した2次元平板の運動の各研究結果は物理学会講演[(2)]で報告した。平板の長さを$4a$，単位幅当たりの質量、慣性モーメントをそれぞれ $M, I=4Ma^2/3$，平板の重心の平板に平行方向と垂直方向の速度を(v_t, v_n)，平板の傾きの角度と角速度をθ ，$\omega=\dot{\theta}$ とする。Kuttaの条件を用いて、平板の平行方向の進行速度に対して後縁の点で速度の特異性を無くなるように平板の周りの循環$\Gamma=2\pi\kappa$ を定め、平板の周りの圧力を求めた。また、平板には垂直、平行方向にその各速度に比例する粘性抵抗が働くものとし、その抵抗係数を$\gamma_\perp, \gamma_{//}$ とした。重力の加速度はg である。

重心の並進速度を平板に対する直交成分v_nと平行成分v_tで表す。その各成分の運動方程式と重心のまわりの回転運動の方程式は次のように表される。

$$
\begin{cases}
M\dot{v}_t = (M+4\pi\rho a^2)\omega v_n - 2\pi\rho\kappa v_n - 2\gamma_{//} v_t - Mg\sin\theta, \\
(M+4\pi\rho a^2)\dot{v}_n = -M\omega v_t + 2\pi\rho\kappa v_t \mp 4\pi\rho a\dot{\kappa} - 2\gamma_\perp v_n - Mg\cos\theta, \\
(I+2\pi\rho a^4)\dot{\omega} = -4\pi\rho a^2 v_n v_t - 2\pi\rho a^2\dot{\kappa} - 8\gamma_\perp a^2\omega, \\
\dot{\theta} = \omega, \\
\kappa = \pm 2a v_n + 2a^2\omega.
\end{cases}
$$

ただし、±はKuttaの条件より$v_t<0, v_t<0$に応じて＋，－を採るものとする。

平板に働く力とトルクはは平板と垂直方向の仮想質量に伴う慣性力、揚力、渦放出に伴う反力、並進速度と回転速度の積に比例する力、仮想的に導入された粘性による抵抗力、重

NII-Electronic Library Service

力に関係するものである。導かれた方程式には、Tanabe & Kanekoら[2]による簡素化された平板の運動方程式では表されていないいくつかの力とトルクが表れる。

平板の長さ、重力の加速度、粘性抵抗係数などを用いて表される無次元変数に対する無次元方程式を以下に示す。

$$\begin{cases} \dot{v}_t = \omega v_n \mp 2cv_n^2 - \sigma_{\parallel} v_t - \sin\theta, \\ (1+3c)\dot{v}_n \pm c\dot{\omega} = \pm 2cv_n v_t - (1-c)\omega v_t - \sigma_{\perp} v_n - \cos\theta, \\ (8+9c)\dot{\omega} \pm 12c\dot{v}_n = -24cv_n v_t - 24\sigma_{\perp}\omega, \\ \dot{\theta} = \omega. \end{cases}$$

$c = 4\pi\rho a^2/M$ であり、$\sigma_{\perp}, \sigma_{\parallel}$ は平板に垂直方向、平行方向に働く粘性抵抗の無次元抵抗係数である。

この運動方程式から導かれるエネルギーの方程式は次式で表される。

$$\frac{M}{2}\frac{d(v_t^2+v_n^2)}{dt} + \frac{4\pi\rho a^2}{2}\frac{dv_n^2}{dt} + \frac{(I+2\pi\rho a^4)}{2}\frac{d\omega^2}{dt}$$
$$= -(\gamma_{\parallel}v_t^2 + \gamma_{\perp}v_n^2 + 4\gamma_{\perp}a^2\omega) - Mgv + 2\pi\rho\dot{\kappa}(a^2\omega \mp 2av_n).$$

この式は、平板と仮想質量による並進運動と回転運動の運動エネルギーの変化が、平板の落下にによる位置エネルギーの変化、粘性抵抗によるエネルギー減衰、渦放出に伴うエネルギの放出によることを示している。

3．数値計算の結果

平板の無次元運動方程式は3つの無次元パラメーターを含むが、本研究では全て$\sigma_{\perp} = 1.5\sigma_{\parallel}$とし扱ったので独立な無次元パラメーターは2つである。わずかに傾けた平板を静止状態から落下させた後、過渡的な運動状態を経て平板が到達する運動状態、アトラクターを運動方程式の数値計算に基づいて調べた。運動方程式は4つの変数$(v_t, v_n, \omega, \theta)$に対する方程式のため、アトラクターは4次元空間上で表されることになるが、これを(v_t, v_n, ω)の3次元空間に射影して、運動状態を視覚的に判定した。パラメータの組み合わせにより多くの運動のパターンが現れる。本論文ではこれらの詳細について述べる余地がないので、これらに関しては講演で示すことにする。無次元パラメーターの組$(c, \sigma_{\perp})$により運動状態は種々の異なるパターンを示すが、そのアトラクターはおおよそ5つのグループ（1）固定点で表される定常運動、（2）単純な周期運動、（3）複雑な多重周期運動、（4）トーラス上の運動、（5）カオス運動　に分類することができた。その結果を図1に示す。この結果はFieldらによりまとめられた円板の落下実験の結果[3]とよく似た傾向をもつことが判る。

4．結び

幾つかの仮定に基づき導かれた2次元平板の運動方程式を用いて平板のアトラクターを調べた。我々の理論とTanabe[2]らの理論の比較について詳細に述べることができなかったが講演でこのことについて触れる予定である。本研究の2次元物体と3次元物体の円板の実験[3,4]と比較するとその次元による差異は少ないように思われる。ここで用いた方程式の妥当性が裏付けられたように思う。

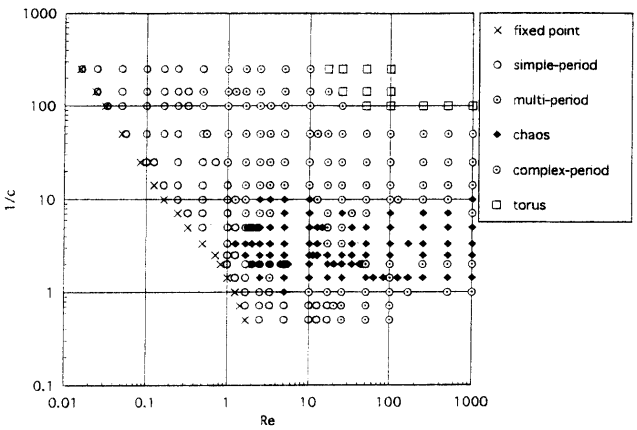

図1

引用文献

(1) H. J. Lugt, *Vortex Flow in Nature and Technology* (John Wiley & Sons, 1983)

(2) Y. Tanabe & K. Kaneko, Phy. Re. Let. **73**, 1372 (1994).

(3) S.B.Field, M.Klaus, M.G.Moore & F. Nori, Nature **388**, 252 (1997).

(4) W.W.Willmarth, N.E.Hark & R.L.Harvey, Phys.Fluids **7**, 197 (1964).

(5) 今井功 流体力学（裳華房）

(6) 冨山泰伸：日本物理学会講演概要集（1998年秋の分科会）

NII-Electronic Library Service