

## C134 レイノルズ平均乱流モデルに基づく壁面境界条件の LES への適用

## Application of Boundary Condition based on Reynolds Averaged Turbulence Model to LES

○小林克年（東大生研），谷口伸行（東大生研），小林敏雄（東大生研）

Katsutoshi KOBAYASHI\*, Nobuyuki TANIGUCHI\* and Toshio KOBAYASHI\*  
\*IIS., Tokyo University, Tokyo 106-8558, Japan

Annual meeting of Japan Society of Fluid Mechanics will be held at Kyoto University, Sakyo-ku, Kyoto, July 25-27.

Some wall models have been applied to decrease a calculation time for LES. These methods calculate accurately a wall shear stress by wall model, instead of resolving a mechanics occurring near wall as precisely as LES by No-Slip boundary condition. There have been two wall models, the one is the standard logarithmic law (WM1) and the other is to solve the boundary layer equation (WM2). WM1 holds well in zero pressure gradient boundary layer, so that it is impossible to apply WM1 to adverse pressure gradient boundary layer. But WM2 involves the pressure effect explicitly. We calculate channel flow and adverse pressure gradient boundary layer. In channel flow, although the number of grid points used in WM1 and WM2 was about half as one in No-Slip boundary condition, they proved to get better result in a stream wise mean velocity. In adverse pressure gradient boundary layer, WM2 predicts more successfully a wall shear stress than WM1.

## 1. 緒論

多くの工業的問題では、レイノルズ数が高く、複雑な計算領域の表現に多くの格子点数を必要とするので、計算負荷の観点から No-Slip 境界条件での LES 計算は非現実的であり、LES の計算負荷を低減するための試みとして壁近傍のモデル化が挙げられる。この手法は壁面での壁面剪断応力などの統計平均量を、壁面モデルを用いてできるだけ精度良く求めるものである。これまでに適用されてきた壁面モデル<sup>1)2)</sup>として、平板境界層流れ、チャンネル流れなどの壁近傍において圧力勾配がゼロのときに成り立つ壁法則（例えば Logarithmic Law）が挙げられる。これに対し Balaras et al.<sup>3)</sup>、Cabot<sup>4)</sup> は壁近傍を境界層方程式によりモデル化する手法を適用している。この手法では壁近傍において境界層方程式を離散的に解くことにより壁面剪断応力を求める。従来の壁法則を用いた手法の予測精度が劣ると予想される流れ場の一つに逆圧力勾配流が考えられる。本論文では以下で壁法則、境界層方程式、No-Slip 境界条件をチャンネル流の LES 計算に適用し、壁面境界条件として、壁法則、境界層方程式を用いることの有用性を検証する。更に壁法則、境界層方程式を逆圧力勾配平板境界層の壁面境界条件に適用し、境界層方程式中に圧力勾配項が含まれることによる効果を検証する。

## 2. 支配方程式

LES 領域の流れ場の支配方程式は、瞬時のナビエ-ストークス方程式と連続の式に格子平滑化操作を施したものであり、SGS モデルにはスマゴリンスキモデルを適用した。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_j \bar{u}_i)}{\partial x_j} = \quad (1)$$

$$-\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = -2(C_s \Delta f)^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} \quad (3)$$

式(3)中の  $f$  は減衰関数であり、Van-Driest 型減衰関数を適用した。以下添え字  $i=1,2,3$  はそれぞれ主流方向、壁垂直方向、スパン方向を表している。本論文で用いた壁法則（以後 WM1 と略）は森西により適用された Spalding 則<sup>4)</sup> で

あり、定式化は以下のようにになっている。

$$F(y^+, u^+) = u^+ - y^+ + \exp(-\kappa B) \times \left[ \exp(\kappa u^+) - 1 - (\kappa u^+) - \frac{(\kappa u^+)^2}{2} - \frac{(\kappa u^+)^3}{6} \right] \quad (4)$$

$$\kappa = 0.4, \quad B = 5.5$$

式(4)は壁面摩擦速度  $u_\tau$  の非線形形式であり、ニュートン法で解くことにより  $u_\tau$  を算出している。この  $u_\tau$  を用いて以下の式(6)、(7)より壁面での主流方向、スパン方向の壁面剪断応力を求めている<sup>4)</sup>。

$$\frac{\tau_{12,w}}{\rho} = \frac{\nu y^+ \bar{u}_1}{u^+ y} \quad (6)$$

$$\frac{\tau_{13,w}}{\rho} = \frac{\nu y^+ \bar{u}_3}{u^+ y} \quad (7)$$

壁面境界条件に境界層方程式を用いる手法（以後 WM2 と略）について説明する。壁近傍に LES の計算格子とは別に更に細かい計算格子を配置し、その領域において以下の境界層方程式を解く。

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\tilde{u}_j \tilde{u}_i)}{\partial x_j} = \quad (8)$$

$$-\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_i) \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right] \quad i=1,3$$

$$\tilde{u}_2 = -\int_0^{x_2} \left( \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{u}_3}{\partial x_3} \right) \quad (9)$$

境界層方程式中に現れる乱流渦粘性係数は Johnson-King の非平衡型モデル<sup>7)</sup> を平衡型にした以下の 0 方程式モデル (J-K model と略す) を適用した<sup>6)</sup>。

$$\nu_i = \kappa y u_\tau \left[ 1 - \exp(-y^+ / A) \right]^2 \quad (10)$$

$$\kappa = 0.41, \quad A = 19 \quad (11)$$

LES 領域での主流方向、スパン方向の壁面剪断応力  $\tau_{12,w}$ 、

$\tau_{13,w}$  は、式(8) から得られた速度を用いて算出している。式(8)の右辺には圧力勾配項があるため、WM2 により算出される壁面剪断応力には逆圧力勾配の効果が反映される。

### 3. 計算結果

#### 3.1 チャンネル流の数値検証

壁面モデル WM1, WM2 と No-Slip 境界条件の LES により  $Re_\tau = 395$  のチャンネル流の数値検証を行った。格子数は WM1, WM2 が  $32 \times 32 \times 32$ , No-Slip 境界条件が  $32 \times 64 \times 32$  となっている。図 1 に WM2 の主流方向平均速度分布を示す。J-K model は WM2 の境界層方程式を解いた結果を表している。No-Slip 境界条件では対数速度領域で主流方向速度が若干過大評価されているのに対し WM2 ではその過大評価が改善される。これは WM1 においても同じ傾向であった。すなわち WM1, WM2 によって算出された壁面剪断応力の予測精度が高いことを表している。図 2 に WM2 の GS 乱流強度の分布を示す。No-Slip 境界条件は主流方向 GS 乱流強度を過大評価し、壁垂直方向、スパン方向を過小評価するという傾向が見られたが、WM2 の主流方向 GS 乱流強度は No-Slip 境界条件に見られる過大評価が改善されている。しかし壁垂直方向、スパン方向に関して改善は見られない。これは WM1 においても同じであった。

#### 3.2 逆圧力勾配平板境界層の数値検証

次に WM1, WM2 による逆圧力勾配平板境界層の数値検証の結果を示す。LES 領域の計算格子数は主流方向、壁垂直方向、スパン方向にそれぞれ  $100 \times 46 \times 32$  とし、RANS 領域の計算格子数は、主流方向とスパン方向に関しては LES 領域と同じ格子数、格子幅とし、壁垂直方向に関しては、LES 領域の壁面からの第 1 格子点の最小格子幅  $0.375(\text{mm})$  を 42 分割している。図 3, 4 に壁面摩擦速度、主流方向平均速度の分布を示す。丸は実験値、点線は WM1, 実線は WM2 を表している。WM1 は壁面摩擦速度が過小評価されているのに対し、WM2 は式 (8) に含まれる圧力勾配の効果が適切に働いたことにより過小評価が改善されている。これは LES の壁面境界条件として必要な壁面剪断応力が正しく求められていることを表しており、よって図 4 より、WM1 は M3, M4, において主流方向速度が過小評価されているが、WM2 ではこの過小評価が改善されていることがわかる。主流方向、壁垂直方向、スパン方向の GS 乱流強度の分布に関しては WM2 による改善が見られなかった。

### 4. 結論

壁面モデル WM1, WM2, No-Slip 境界条件によりチャンネル流を数値検証することにより以下のことがわかった。WM1, WM2 は格子数が No-Slip 境界条件の約半分であるが、No-Slip 境界条件に見られた主流方向平均速度の過大評価が改善された。これは WM1, WM2 により算出された壁面剪断応力の予測精度が高いことを表しており、壁近傍をモデル化する試みが有用であることがわかった。主流方向の GS 乱流強度に関して、WM1, WM2 は No-Slip 境界条件に見られる過大評価が改善されたが、壁垂直方向、スパン方向の GS 乱流強度に関しては改善が見られなかった。WM2 の境界層方程式中に圧力勾配項が含まれていることによる予測精度への効果を調べるため、逆圧力勾配平板境界層の数値検証を行い以下のことがわかった。WM2 は、境界層方程式中に含まれる圧力勾配項の効果が適切に働いたことにより、主流方向平均速度、壁面摩擦速度の予測精度が WM1 に比べ改善された。よって逆圧力勾配が生じる流れ場における WM2 の有用性が確認された。しかし 2 次の乱流統計量には同様の改善が見られなかった。この傾向はチャンネル流においても確認された。よって壁面モデルを用いた LES において、2 次の乱流統計量の予測精度を改善するためには格子解像度を高くすることによって壁近傍でのメカニズムを精度良く再現する必要があると考える。

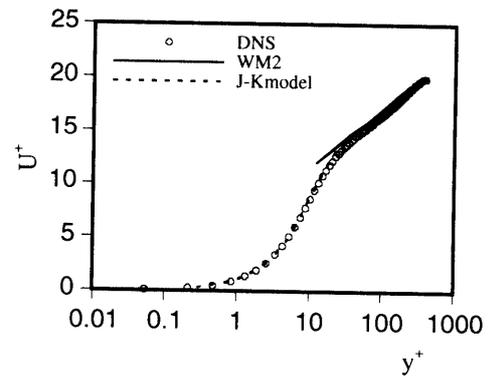


Fig.1 Stream wise mean velocity (WM2)

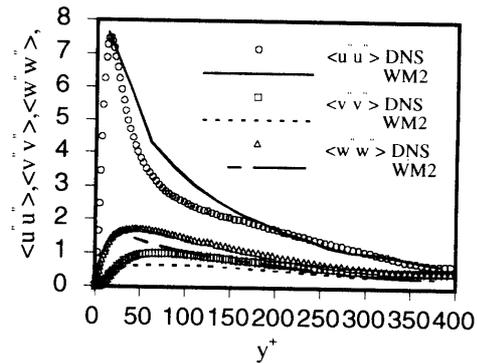


Fig.2 GS turbulent intensity (WM2)

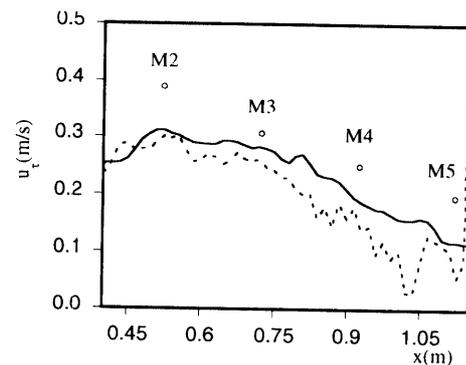


Fig.3 Wall shear stress velocity

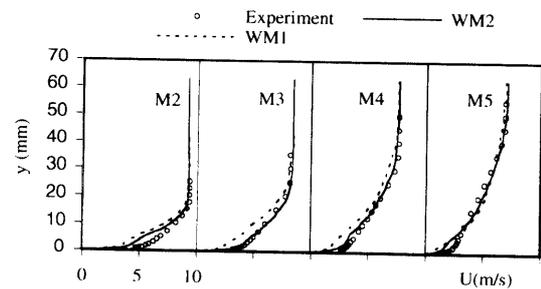


Fig. 4 Stream wise mean velocity

### 引用文献

- 1) SHUMANN, U. : *J. Comp. Phys.*, **18** (1975), 376-404.
- 2) PIOMELLI, U., et al: *Phys. Fluid A*, **1**, (1989), 1061-1068
- 3) GÖTZBACH G. : *Encyclopedia of Fluid Mech* .., **6**, (1987), chap. 34, 1337-1391
- 4) 森西, 生産研究, **42-1**, (1990), 47-50
- 5) BALARAS, E., et al. *AIAA J.*, **34**, (1996), 1111-1119
- 6) CABOT, W., *Annual Research Briefs, CTR* (1995) 41-50
- 7) JOHNSON, D. A., KING, L. S., *AIAA J.* **23**, 1684-1692