

F122

# 球面一様格子系での浅水波モデルの開発 ～次世代大気大循環モデルへ向けて～

## Development of Shallow Water Model on Spherical Homogeneous Grid Systems ～Toward the Next Generation AGCM～

○富田浩文, 津川元彦, 佐藤正樹 (地球フロンティア)

Hirofumi TOMITA, Motohiko TSUGAWA, Masaki SATOH

Frontier Research System for Global Change,

3173-25 Showa-machi, Kanazawa-ku, Yokohama-city, Kanagawa 236-0001, Japan

We are developing two types of global grid shallow water models as alternatives to traditional spectral or longitude-latitude grid models. One of the developing models is an icosahedral geodesic grid model and the other is a conformal cubic one. Although those grid models have inhomogeneity, anisotropy and singular points, the error due to these drawbacks is small enough if the models have sufficient resolution. Those grid models will be applied to next generation climate models which will run on massively parallel super computers.

### 1はじめに

現在、全球大気気候モデルの力学過程にはスペクトル法を用いることが主流である。しかし、地球シミュレータに代表される将来的超並列計算機上で実現されるような高解像度の計算では、ルジャンドル変換の非効率性、多量の通信の発生などの困難があり、スペクトル法は適当ではないと考えられる。その代替として格子法が再び脚光を浴びつつある。しかし、単純な緯度-経度格子法では極の周囲に格子が必要以上に集まり、CFL条件により時間刻み幅が著しく制限される問題が発生する。これを極問題と呼ぶ。

問題を回避するのに semi-Lagrangian スキームを採用する方法や、極付近で高波数を抑えるフィルターをかける方法が用いられているが、抜本的な解決には至っていない。そこで、緯度-経度格子のかわりに全球に出来るだけ一様に分布させる格子系を採用する必要がある。全球一様格子に関する研究は比較的古く、スペクトル法が全盛となる以前の 60 年代に遡る。当時は計算機資源が乏しく、精度の上ではスペクトル法に及ばなかったが、最近の目覚しい計算機の発達により、再び有効性を検証する価値があると思われる。

本講演では、等角立方体格子<sup>1)</sup>と 正二十面体測地線格子<sup>2)</sup>の二つの全球準一様格子を紹介する。二つの格子上で浅水波方程式を開発し、その結果を比較検証する。

### 2 格子構築法

#### 2.1 等角立方体格子

球に内接する立方体の各面を分割し、球面上に投影する。その際、投影には自由度があるが、ここでは Rančić *et al.*<sup>1)</sup> の等角投影法に基づいて投影する。この等角投影法を用いると、格子の直交性を保持したまま投影することが出来る。更に、立方体の辺が投影された部分(各領域の境界)においても角度の不連続性は見られない。立方体の各面の分割数  $N \times N$  を  $nN$  と記述することにする。Fig.1(a) に  $n=20$  の格子を示す。

球面への投影後、更に一般化座標系を用いて計算空間に変換する。等角投影法を用いているので、計量テンソルをマップファクターで記述することができ、取り扱いがさらにやさしくなる。一方、この格子系での難点は、球面上に 8箇所の特異点が存在することである。

#### 2.2 正二十面体測地線格子

まず、球に内接する正二十面体の各辺を球の中心から球面へ投影する。これにより 20 個の球面三角形が形成される(glevel0)。各

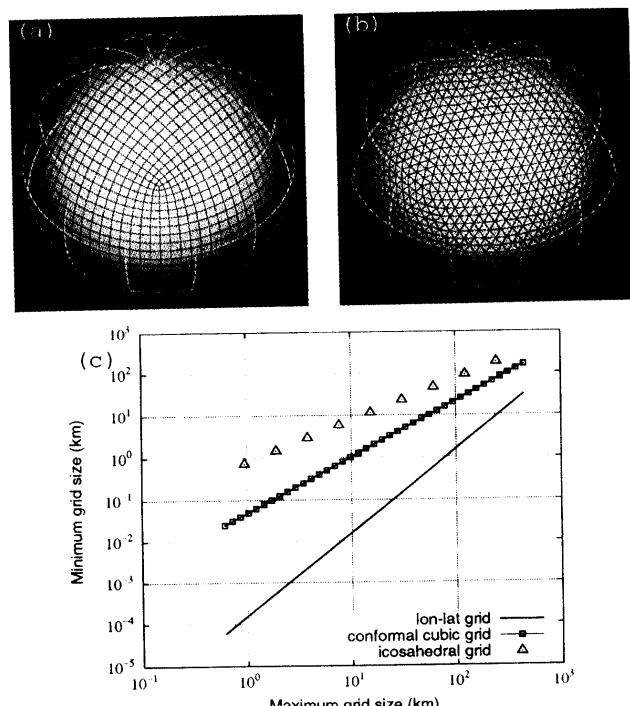


Fig.1 : (a) Conformal cubic grid (b) Icosahedral geodesic grid  
(c) Comparison of Maximum and minimum grids

三角形について各辺の中点を通る測地線を引くことにより、4つの副次球面三角形が形成される。この過程を  $l$  回繰り返すことにより、望みの解像度を得る(glevel $l$ )。Fig.1(b) に glevel4 の格子を示す。

この分割方法の利点は、非構造格子であるにもかかわらず構造格子的な記述が可能である点である。すなわち、正二十面体の隣り合った二つの三角形を連結することで 10 枚の矩形を構築し、それぞれの方向に番号付けすることができる。

コントロールボリュームは各三角形の重心を結んだ六角形である。但し、格子レベル 0 からの 12 個の格子点だけは五角形で構成され、特別の取扱いが必要になる。これが、この格子上で特異点となる。

### 2.3 格子の一様性

Fig.1(c)に格子の大きさの最大値と最小値の関係を示す。緯度経度格子に比べて、等角立方体格子は最大/最小の比が小さく、高解像度において計算効率の面で有利であることがわかる。正二十面体測地線格子については更に小さく、解像度を上げてもおよそ1.3程度に収束する。

### 2.4 並列化手法

いざれの格子も並列化は2次元領域分割によって行う。等角立方体格子は6個の矩形領域があるので、各矩形領域を適当な副次矩形領域に分割することで実現できる。正二十面体測地線格子も以下の方法で分割できる。まず、正二十面体の隣り合った二つの正三角形で一つの矩形を構成する。各矩形について、向かい合った中点を結ぶことによって4つの副次矩形に分割する。この過程を繰り返す。

各PE(Processor Element)は、任意の位置の任意の個数の領域を管理できるようにする。これは、将来、物理過程を組み込んだときに発生するであろうロードインバランスを回避するためである。

### 3 浅水波方程式

単位球の中心を原点とする3次元デカルト座標系で、球面上の線形浅水波方程式を記述すると以下のようになる。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + Ro^{-1} z \mathbf{x} \times \mathbf{u} = -Fr^{-2} \nabla \eta, \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{u}, \eta$ は、速度ベクトル、擾乱流体厚、また、 $t, \mathbf{x}, \nabla$ は、時間、位置ベクトル(球面上)、水平勾配演算子である。 $Fr, Ro$ はFroud数とRossby数で、以下、それぞれ $1/2\pi, 0.01$ とする。正二十面体測地線格子では、式(1)を直接解く。計算スキームは、時間方向に3次のAdams-Basforth法で、空間方向にはArakawa-Aグリッド上で2次の中心差分である。

一方、等角立方体格子では式(1)を一般座標系で記述される計算空間上に変換した式を解く。空間方向にはArakawa-Cグリッド上で離散化する。時間スキームはleap-frog法で、10回に一度Matsuno法で積分する。

### 4 結果

重力波、ケルビン波、ロスピーウー波等の基本的な波動の再現テストを行った結果、いざれの格子系でも良く再現されることを確認した。Fig.2は、ロスピーウー波のテストを示す。解像度は、等角立方体格子についてはn80、正二十面体格子についてはglevel6である。

初期条件( $t=0$ )として、中緯度( $45^{\circ}\text{N}$ )において $\eta$ にコサインベルの分布を与える(a)。地衡流バランスしながら西進する様子が再現されている(b,c)。両者の格子系の違いは非常に小さいが、正二十面体格子に関しては、若干のグリッドノイズが発生している。このノイズは、Arakawa-Aタイプの格子に起因すると考えられ、改善の余地を残す。Fig.3にポテンシャルエネルギー及び全エネルギーの散逸率に関する時間履歴を示す。マクロな量での両者の違いはほとんど見られない。

次に、解像度を変えたときの結果を示す。Table 1は、 $t=2$ での全エネルギーの散逸率の解像度に対する変化である。正二十面体格子のglevel7、等角立方体格子のn160の解像度では、0.1~0.2%ほどしか散逸していない。また、等角立方体格子の方が誤差の落ち具合が若干良いことを示している。

### 5まとめと課題

等角立方体格子、正二十面体測地線格子の二つの準一様格子系で線形浅水波方程式モデルを開発した。

等角立方体格子の結果は、正二十面体測地線格子のものよりも若干精度が高い。しかし、等角立方体格子は緯度経度格子ほどではないにしても、解像度を上げると格子の最大/最小比が大きくなる欠点がある。射影の方法を変えて最大/最小比を抑える工夫をする必要があると考えられる。

一方、正二十面体測地線格子の最大/最小比は1.3程度に抑えられ、より一様に格子を構築することが可能である。しかし、現在

の離散化の方法では若干のノイズが現われている。格子タイプをArakawa-B、或はCに変更するなどの改善が必要である。

両者とも今後は、Williamsonの浅水波方程式に関する7つのパフォーマンステスト<sup>3)</sup>を行った後、多層化する予定である。

### 参考文献

- 1) Rančić et al., *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, **112**(1996) 959-982
- 2) G. R. Stuhne & W.R. Peltier, *J. Compt. Phys.*, **128**(1996) 58-81
- 3) Williamson et al., *J. Compt. Phys.*, **102**(1992) 211-224

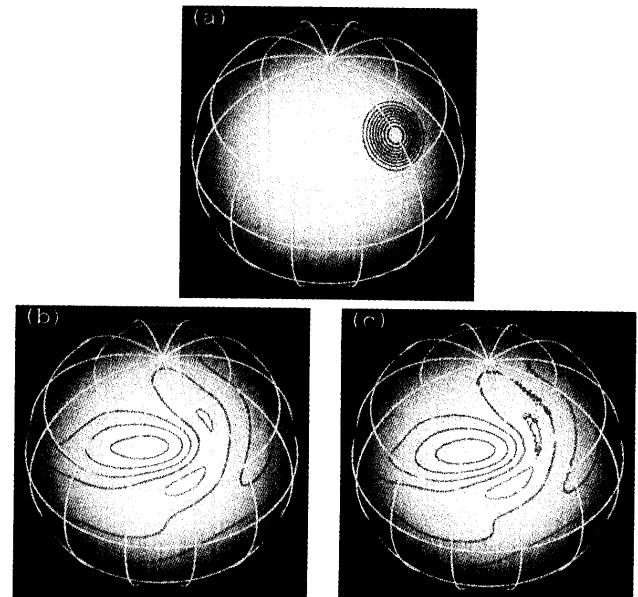


Fig.2 : (a) Initial state( $t=0$ ) (b)  $\eta$  field at  $t=2$  (conformal cubic grid) (b)  $\eta$  field at  $t=2$  (icosahedral geodesic grid)

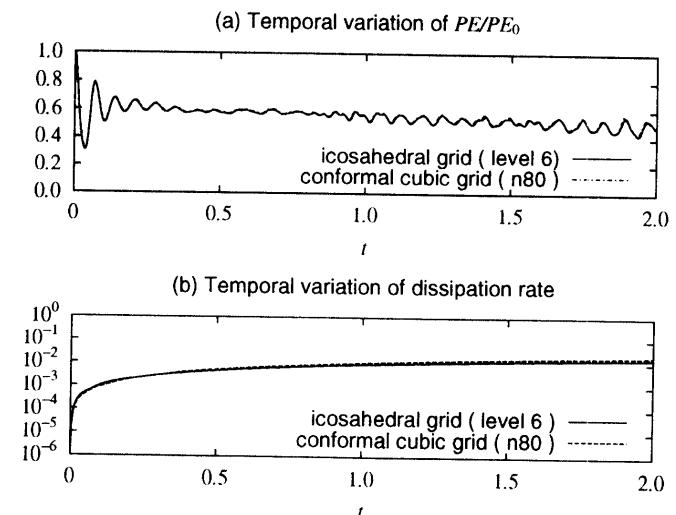


Fig.3 : (a) Temporal variation of potential energy (b) Temporal variation of energy dissipation rate

Table 1 : Comparison of energy dissipation rate

Equivalent angle	Icosahedral grid	Cubic grid
$2^{\circ}$	glevel5	-9.4%
$1^{\circ}$	glevel6	-1.6%
$0.5^{\circ}$	glevel7	-0.2%
	n40	-15%
	n80	-2.0%
	n160	-0.15%