

DNS of Supersonic Jet Undergoing Transition to Turbulence

○渡辺大輔(電通大) 前川 博(電通大)

Daisuke WATANABE* and Hiroshi MAEKAWA*

*Dept. of Mech. Eng. and Intelligent Systems, Univ. Electro-Comm., Chofu, Tokyo 182-8585, Japan

This paper describes an analytical and numerical investigation of plane supersonic jet. Instability modes were obtained from linear stability analysis for $M=0.8$ to $M=3.2$. For Mach number up to $M=2.2$ and $Re=1000$, the most unstable mode is anti-symmetric and causes the jet transverse oscillations. For higher Mach number, the most unstable mode is symmetric and has maximum of pressure eigenfunctions around $y=0$. Direct numerical simulations were performed to investigate the development of the flow structure perturbed with the symmetric mode. As a result of these DNS, $\text{div } V$ has a larger magnitude than the anti-symmetric case.

1. まえがき

圧縮性自由せん断流の遷移機構の解明は次世代超音速輸送機開発のキーテクノロジーの一つとして捉えられ、最近10年間、圧縮性乱流や遷移構造に関する研究が顕著に増えた。また、遷移構造の研究は計算空力音響学における流体音と結びつき、近年注目を集め Lele 等^{1,2,3)}によって顕著に研究が行なわれている。一方、流体音の発生機構及び発生する音波の統計的調査は、圧縮性 LES 等に対する音波発生機構のモデル化と結びつき、工学的上、騒音の数値的予測精度向上に必要となる課題である。

本研究の目的は、線形安定解析により top-hat 型の速度分布を持つジェットの不安定モードを調べ、その擾乱が成長することによって引き起こされる遷移構造ならびにその遷移構造による音波の発生機構を調査することである。

2. 計算方法

2.1. 支配方程式

支配方程式はデカルト座標系で記述された圧縮性ナビエ-ストークス方程式である。ただし、支配方程式はジェットの中心速度 (U_0)、速度の半値半幅 (y_0)、中心密度 ρ_1 および粘性係数 μ_1 によって無次元化する。完全ガスの状態方程式は $T = \gamma M^2 p / \rho$ である。また、粘性係数は温度 T の指数法則に従うとし、プラントル数 $Pr (= 1)$ と比熱比 $\gamma (= 1.4)$ は一定とする。

2.2. 固有値解析

DNS の初期条件および計算領域を決めるため、圧縮性粘性方程式を線形化した固有値問題の解を求める。初期値となる線形擾乱は

$$d(x, y) = \text{Real}[A_0 \hat{d}(y) \exp\{i(\alpha x + \beta z - \omega t)\}] \quad (1)$$

と表される。ただし、 $\hat{d}(y)$ は固有値 (α, β, ω) に対応する固有関数である。ジェットの層流速度分布は次式で与えた。

$$u(y) = \frac{U_0}{2} \left[1 - \tanh \left[\frac{12.5}{4} \left(\frac{y}{y_0} - \frac{y_0}{y} \right) \right] \right] \quad (2)$$

ここで、 y_0 はジェットの半値半幅を表す。また、温度分布はプラントル数 $Pr = 1$ として Crocco-Busemann の関係式より求めた。この速度分布と温度分布を線形擾乱方程式に代入し固有値を計算する。計算領域を $-\infty < y < \infty$ とし、写像関数 $y = -a \cot(\pi \xi)$ を用いたフーリエ法を使用する。 a は伸張パラメータを表し $a = 1.0$ で計算した。また、計算に用いたモードは $N=128$ である。

2.3. DNS

計算方法として空間微分には6次精度コンパクトスキーム、時間発展に4次のルンゲ・クッタ法を用いた。時間発展の計算では、計算領域は、 $0 < x < 2\pi/\alpha, -5 < y < 5, -\pi/\alpha < z < \pi/\alpha$ とし、 x, y 方向の境界条件は周期境界条件であり、 y 方向は NSCBC とした。時間ステップは計算安定性解析から $dt = 0.01$ 刻みで計算した。計算に用いたグリッドは $N_x \times N_y = 200 \times 200 (N_x \times N_y \times N_z = 50 \times 300 \times 50)$ である。

空間発展の計算では、計算領域は、 $0 < x < 110, -60 < y < 60$ とし、 x, y 方向ともに NSCBC を課した。 x, y 方向共に座標変換を行い、遠方では格子間隔を広げている。時間ステップは計算安定性解析から $dt = 0.01$ 刻みで計算した。計算に用いたグリッドは $N_x \times N_y = 300 \times 600$ である。

3. 計算結果および考察

3.1. 線形安定解析

2-D モード Fig.1(a) は、Mach 数を 0.8 から 1.6 まで変化させた際の各波数での最大成長率及び次に高い成長率を記した図である ($Re = 1000$)。各波数 α において、最大成長を示すモードはジェットを蛇行させる反対称モード (以下 A1 モードと呼ぶ) である。また、渦を上下対称に形成する対称モード (S1) の成長率は、上記反対称モードより低い値をとり、Mach 数の増加に伴い急に小さくなるのが分かる。

Fig.1(b) は、Mach 数を 1.6 から 3.2 まで変化させた際の各波数における最大成長率を示した図である。M=1.6 の $\alpha=3.2$ 付近に最大成長率を示す曲線に不連続性が現われ、 $\alpha=3.2$ を境に (S2) が最大成長率を与える。モードの違いは、位相速度及び固有関数分布の違いにより確認した。新たに現れた S2 モードの成長率は、Mach 数の増加につれ大きくなり、M=2.6 付近で最大の成長率に達し、その後小さくなる。M=2.4 付近においてこのモードは、前述の A1 モードが与える成長率の極値より大きくなり、最大成長率を与えるモードとなることが確認された。

Mach 数の増加に伴い成長率の曲線上の極値の数が増え、M=3.2 では極値が5つ現われる。固有関数の調査により低波数側から、反対称 (A1)、対称 (S2)、反対称 (A2)、対称 (S3)、反対称 (A3) と並んでいることが分かる。Fig.2

に各モードの圧力の固有関数分布を示す。図より低波数側のモードから固有関数の極値の数が2,3,4,5,6と増えていることが確認できる。固有関数分布は、Tam等⁴⁾の示したtop-hat型の速度分布を持つ円形ジェットのア軸対称モード(S2,S3)及び θ 方向に波数を持つモード(A1,A2,A3)と圧力の極値の数が一致している。

3-D モード Fig.3は $M=2.4$ のケースの最大成長率の α , θ 平面での分布である。図より、A1モードは3-Dモードがもっとも不安定であり、その他のモードは2-Dモードがもっとも不安定であることが分かる。これはMach数が増加しても変わらないことを確認した。 $M=2.4$ での最大成長攪乱は、A1モードで与えられ、 $\alpha = 0.9, \theta = 0.9$ であった。 $M=3.2$ の結果では、2-DのS2モードの成長率が、3-DのA1モードの成長率より大きくなり、S2モードが最も不安定となる結果を得た。

3.2. 直接数値シミュレーション

高Mach数において高い成長率を示すS2モードにより形成される流れ場を調べるため、初期攪乱に固有関数を用いた時間発展及び流入部よりランダム攪乱(0.1%)を与えた空間発展のDNSを行った。

Fig.4は、時間発展の結果であり圧力、渦度、 $\text{div } v$ の等高線を示す($M=2.4, \text{Re}=1000, t=125$)。S2モードの成長により上下に対称な渦度場が形成される様子が見られる。またこのS2モードの成長過程において、 $y=0$ 付近にA1モードに比べ非常に大きい $\text{div } v$ が形成されることが確認された。Fig.5は、空間発展の計算結果である。図より、線形安定解析が予測した最も不安定なモードが選択的に増幅され、時間発展DNSで形成された渦度場と同様な渦度場が、下流に向け発達している様子が見られる。

Fig.6は、 $M=0.8$ での3次元計算の結果である。支配的な流れの構造が2次元から3次元へ移行した $t=31$ での圧力と $\text{div } v$ の等値面である。縦渦付近に $\text{div } v$ の筋が見られる。

4. まとめ

超音速2次元ジェットの線形安定性解析の結果、 $\text{Re}1000$ において $M=2.2$ 付近までは、ジェットを蛇行させる反対称モードが最大成長率を与えるが、より高いMach数においては、 $y=0$ において圧力の固有関数が最大になる対称モードが最大成長率を与える。DNSの実行によりこのモードの発達は、 $y=0$ 付近に $\text{div } v$ の高い領域を形成することが確認された。

参考文献

- 1) Colonius, T., Lele, S. K. and Moin, P., *J. Fluid Mech.*, **330**(1997)375-409.
- 2) Lele, S. K., and Moin, P., *AIAA/CEAS*, **98-2291** (1998), 1-12.
- 3) Mitchell, B. E., Lele, S. K. and Moin, P., *J. Fluid Mech.*, **383**(1999)113-142.
- 4) Tam, C. K. W. and Hu, F., *J. Fluid Mech.*, **201**(1989) 447-483.

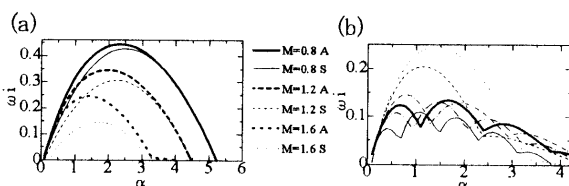


Fig.1. Effect of Mach number on the growth rate of 2-D waves for (a) $M=0.8 \sim 1.6$ and (b) $M=1.6 \sim 3.2$.

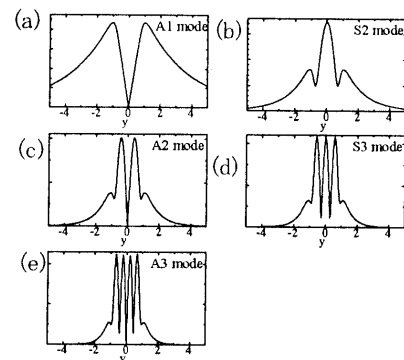


Fig.2. Eigenfunctions of pressure for $M=3.2$: (a) $\alpha=0.4$, (b) $\alpha=1.1$, (c) $\alpha=1.8$, (d) $\alpha=2.6$ and (e) $\alpha=3.3$.

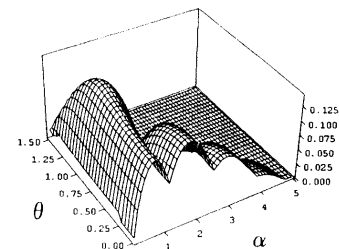


Fig.3. Effect of θ on the growth rate of 3-D waves for $M=2.4$.

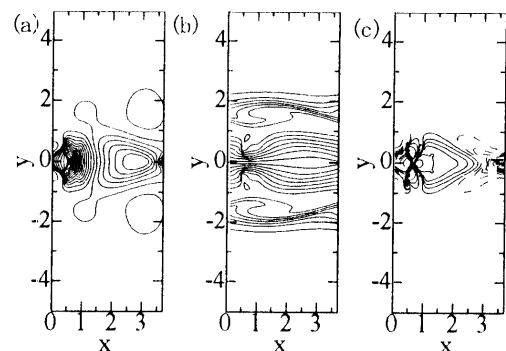


Fig.4. Contour plots of (a) pressure; (b) vorticity; and (c) dilatation for $M=2.4$. ($t=125$)

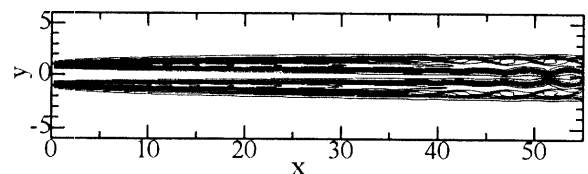


Fig.5. Contour plots of vorticity; for $M=2.4$.

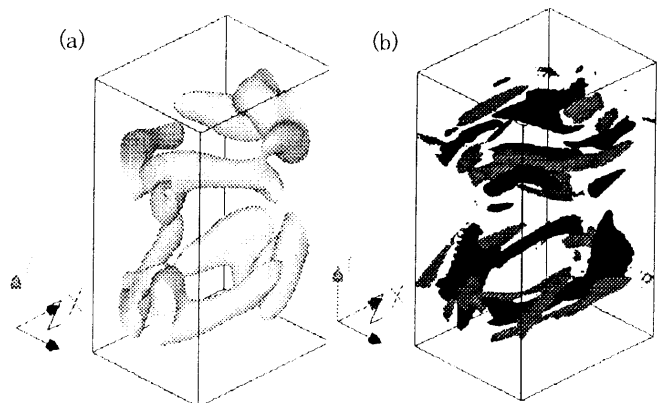


Fig.6. Isosurface plots of (a) pressure; (b) dilatation for $M=0.8$. ($t=31$)