

# E322 Taylor-Couette 流の遷移現象における渦構造 Vortical Structures in the Transition Process of the Taylor-Couette flow

○ 高橋 直也 (電通大), 宮崎 武 (電通大), 山本 稀義 (航技研)

Naoya TAKAHASHI\*, Takeshi MIYAZAKI\* and Kiyoshi YAMAMOTO\*\*

\*Dep. Mech. Eng. and Intelligent Systems, University of Electro-Communications,  
Chofugaoka, Chofu, Tokyo, 182-8585, Japan,

\*\* National Aerospace Laboratory, Jindaiji, Chofu, Tokyo, 182-8555, Japan

We directly simulate the transition process of the Taylor-Couette flow on a super-computer. The flow field is calculated by the pseudo-spectral-Chebyshev-collocation method, and the incompressibility is ensured by the influence matrix method. This simulation captures various vortical structures that were reported by Andereck *et al.*[1]'s experiment. In addition spiral turbulence is observed at Reynolds number = 4900 and  $\mu$  (the ratio of inner-outer angular velocity) = -2.6, where nonlinear process induces spiral vortices in the flow and then, the flow break down to turbulence abruptly.

## 1 はじめに

回転する同軸の二重円筒管内に流体を満たした時の流れは、Taylor-Couette 流として様々な方法で解析されている。また、Andereck *et al.*[1] の実験で観察された渦構造は多岐にわたる。

このような渦構造を解析するために、我々のグループでも直接数値計算コードが開発された。しかしこれまでのコードでは時間の取り扱いが陽的なものであったため、数値的不安定性や実行時間の問題についての課題が残っていた。そこで佐藤ら [3] は時間ステップに Crank-Nicolson-Adams-Bashforth 法を、非圧縮性を満たすために Influence Matrix 法を採用し、安定な数値計算コードを開発した。

本研究では、このコードによる結果と Andereck らの実験との比較を行う。またこれまで数値計算上で観察できなかった現象、突発的乱流現象 (bursting) についてより詳しく解析を行った結果を示す。

## 2 計算方法

二重円筒間の流れ (図 1) について、遷移現象を捉えるために非圧縮 Navier-Stokes 方程式

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\text{grad} p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1)$$

の直接数値計算 [3] を行った。ここで  $\mathbf{u}$  は流速、 $p$  は圧力、 $\text{Re}$  はレイノルズ数を表す。

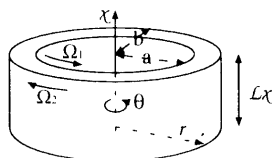


Fig. 1: Coordinate system of this simulation.

半径  $a$  の内円筒と  $b$  の外円筒が、それぞれ  $\Omega_1, \Omega_2$  の角速度で回転している場合を考える (図 1)。また  $\mu$  は内外円筒の角速度比  $\Omega_1/\Omega_2$  である。

境界条件として角度方向  $\theta$  に加えて軸方向  $x$  にも周期性を適用し、フーリエ級数展開を行ってスペクトル法 [2] を用いる。また半径方向については  $r = a, b$  にて速度が 0 とし、非一様性に対応するために選点法を用いる。

日本流体力学会年会 2000 講演論文集 (2000-7)

速度場  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  の主流速度は円周方向  $\theta$  の主流速度として Navier-Stokes 方程式の厳密解である Couette 流  $W(r)$  として与えられ、これと攪乱成分  $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$  に分け、フーリエ級数展開を行った上でスペクトル法を用いる。

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \sum_{k_\theta, k_x} \tilde{\mathbf{v}}(k_\theta, k_x, r, t) e^{i(k_x x + k_\theta \theta)}$$

また非圧縮性を満たすために Influence Matrix 法 [2] を用いる。解像度は  $(r, \theta, x) = (65, 64, 64)$  のメッシュサイズを用いた。流れ場の設定は、Andereck *et al.*[1] との比較が容易なように内円筒半径の半径比  $\eta = a/b = 1.1325$ 、 $x$  方向の周期  $L_x = 0.53$  ととった。またレイノルズ数  $\text{Re} \equiv \Omega_1 a^2 / \nu$  ととる。

流れの様子を見るために、攪乱のエネルギースペクトル  $E(k_\theta, k_x)$  を次の様に定義する;

$$E(k_\theta, k_x, t) = \frac{1}{b^2 - a^2} \int_a^b |\tilde{\mathbf{v}}(k_\theta, k_x, r, t)|^2 r dr$$

また  $\theta$  方向のスペクトル  $E_\theta(k_\theta) \equiv \sum_{k_x} E(k_\theta, k_x)$ 、 $x$  方向のスペクトル  $E_x(k_x) \equiv \sum_{k_\theta} E(k_\theta, k_x)$  とする。

## 3 計算結果

二重円筒間流れの遷移領域に発生する様々な渦構造について、調べた結果を図 2 に示す。ここで横軸は内外円筒の角速度比  $\mu$  であり、縦軸はレイノルズ数  $\text{Re}$  である。図における記号は、それぞれ異なった流れパターンを示す。また、図の実線は Andereck *et al.*[1] を示しているが、DNS による渦構造がよく対応していることがわかる。

このなかでも特徴的な渦構造について、いくつか報告する。 $\text{Re} = 2300$ ,  $\mu = -1.2$  における流れ場の様子を示したものが図 3 である。ここでは初期条件としてランダムな速度場を与えている。エネルギーモードの時間発展 (図 3 左) をみると、時間発展の初期にエネルギーを与えられたモードの一部が指数関数的な増幅をなしていることがわかる。これらの増幅率は線形安定論によって予測されるもの (とその高調波) である。この過程を経た後 ( $t > 40$ )、非線形相互作用によってスパイラル状の渦が形成される。このときの渦構造を可視化したものが図 3 右である。

一方  $\text{Re} = 4900$ ,  $\mu = -2.6$  での特徴的な渦構造で spiral turbulence が起こった様子が図 4 である。この場合も線形増幅過程を経てスパイラル渦が内円筒付近に発生する

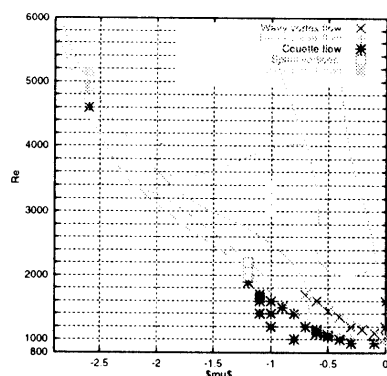


Fig. 2: Diagram of vortex patterns ( $\mu$  vs.  $Re$ ). Each mark denotes: 'x' Wavy vortex flow, '+' Taylor vortex flow, '\*' Couette flow, '□' Spiral vortices, '■' Spiral Turbulence, '○' wavy interpenetrating spiral. Solid lines correspond to the experiment by Andereck *et al.* [1]

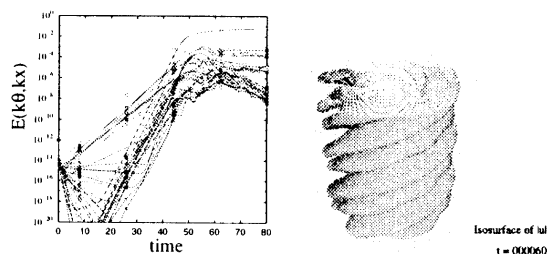


Fig. 3: Spiral vortices at  $Re = 2300$ ,  $\mu = -1.2$ . (left) Time evolution of dominant Fourier modes in the spiral vortex flow. (right) Isosurfaces of disturbance energy at  $t = 60$ .

(図4左)。スパイラル構造はしばらくした後に突発的に崩壊 ( $t \approx 60$ ) し、渦構造は微細な構造に分かれ (図4右)、渦構造は微細化し、流れ場全体に拡散される。

このときの各モードのエネルギーの時間発展を調べたのが図5である。 $t = 60$  前後の突発的崩壊時には、全モードが上昇していることがわかる。

このときの  $E_x(k_x)$  と  $E_\theta(k_\theta)$  の様子を図6に示す。 $t \sim 50$  におけるスペクトルのピークは、図4左にあるようなスパイラル渦に対応している。この構造が崩壊する ( $t \approx 55$ ) と、 $x$  方向については他のモードにエネルギーがカスケードし、より微細なスケールの運動にエネルギーが供給されていることが分かる。このカスケードは bursting 時においてもスペクトルの裾野が確保できており、解像度は

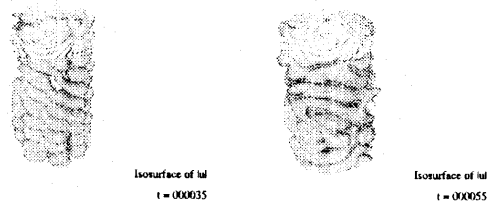


Fig. 4: Isosurfaces of disturbance energy at  $Re = 4900$ ,  $\mu = -2.6$ ,  $t=35$ (left), and  $t=55$ (right)

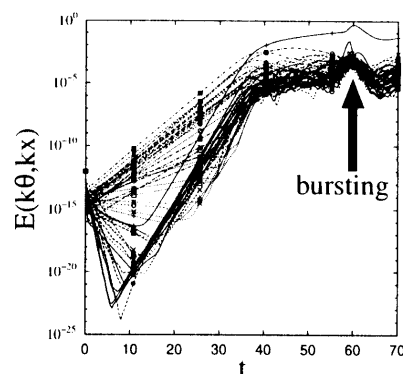


Fig. 5: Time evolution of dominant Fourier modes in the spiral turbulence flow.

十分であることがわかる。このときの  $E_\theta(k_\theta)$  の様子を

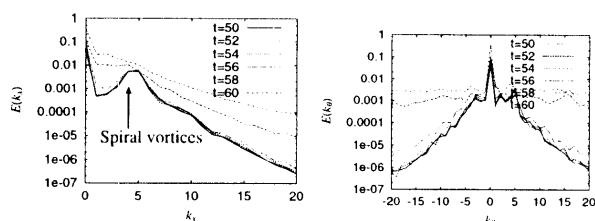


Fig. 6: Development of Energy spectrums.  $E_x(k_x)$ (left) and  $E_\theta(k_\theta)$ (right).

見たものが図6である。 $t < 55$  では bursting が起こっていないが、このときのスペクトルの裾野は十分に確保され、エネルギーのカスケードが捉えられている。一方 bursting が起こってしまうとスペクトルの裾野は上昇し、この現象のおこった後では  $\theta$  方向の解像度は十分対応できていないことがわかる。

なおこの時の非圧縮性の破れの影響を調べたが、突発的な渦崩壊の前後 ( $t \approx 60$ ) において、非圧縮性の破れは見られなかった。

## 4 むすび

Taylor-Couette 流の遷移過程を直接数値計算で再現するため、様々な計算パラメータでの数値実験を行い、Spiral vortices, Spiral Turbulence 等、特徴的な渦構造を捉えることが出来、これらは Andereck *et al.* [1] の実験とよく一致した。また線形増幅過程から非線形相互作用によりスパイラル構造の形成を数値的にとらえた。また突発的遷移現象 (bursting) に関しては、特に周方向に微細な構造が形成されることが分かった。

## 参考文献

- [1] C. D. Andereck, S. S. Liu, and H. L. Swinney. Flow regimes in a circular couette system with independently rotating cylinders. *J. Fluid Mech.*, 164:155–183, 1986.
- [2] C. Canuto, M. Y. Hussaini, A. Quarteroni, and T. A. Zang. *Spectral Methods in Fluid Dynamics*. Springer-Verlag, Berlin, 1988.
- [3] 佐藤, 宮寄, 山本. 逆回転 Taylor-Couette 流の乱流遷移. 第49回理論応用力学講演会 講演論文集, pp. 135–136, 2000.