E323

クエット・ポアズイユ型乱流のDNS

DNS of Couette-Poiseuille Type Turbulent Flow

森西洋平（名工大工），中林功一（名工大工），○奥村隆（名工大工）

Youhei MORINISHI*, Koichi NAKABAYASHI* and Takashi OKUMURA*

*Dept. of Mechanical Eng., Nagoya Inst. of Tech., Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya 466-8555, Japan

Direct numerical simulations(DNS) of fully developed Couette-Poiseuille type turbulent flows are performed at a Reynolds number of 100, based on the wall friction velocity, with various mean pressure gradients The effects of mean pressure gradient on turbulence statistics of the wall turbulence are investigated using the DNS data. For the spatial discretization method fully conservative 8th-order accurate finite difference method(FDM) is used in the periodic directions. From the computational results, the additive constant of the logarithmic velocity law decreases with increasing the adverse pressure gradient. In the same time, the appearance of the 1/2-power law on the mean velocity profile is confirmed. The coefficient of the 1/2-power law coincides well with existing experimental data.

1. 緒論

壁乱流に関する研究は実験や数値計算により幅広く行われている．数値計算に関しては平板ポアズイユ乱流を中心に信頼性の高いDNSが多数報告され，壁乱流を理解する上で重要なデータ・ベースを提供している．流体機械の内部流れ等では逆圧力勾配が作用する場合も多く，逆圧力勾配が流れ場に及ぼす効果を調べることは工学および工業上重要である．DNSを用いて乱流構造の詳細を調べる場合，理想的な条件を与え易くまた2方向に周期的境界条件を課せるため，平板ポアズイユあるいはクエット型乱流等の平行平板間乱流がしばしば研究対象となる．しかし，純粋ポアズイユ乱流においてはレイノルズ数の効果とせん断応力勾配比（圧力勾配を表現する無次元数）の効果とを独立に設定することができない．これに対し，クエット・ポアズイユ型乱流では移動壁速度と圧力勾配とを調整することによりレイノルズ数とせん断応力勾配比とを独立に設定できるという利点を持つ．つまりクエット・ポアズイユ型乱流においては，レイノルズ数を固定して圧力勾配の純粋な効果を考察することができる．

本研究では，スタガード格子系の自乗量保存形の高次精度差分を用い，レイノルズ数を固定，せん断応力勾配比を変化させたクエット・ポアズイユ型乱流のDNSを実行し，壁乱流の統計平均量に及ぼす圧力勾配の効果を検討する．

2. 数値計算手法の概略

本研究では，壁面方向 (x_2) に2次精度，主流 (x_1) およびスパン方向 (x_3) に関して8次精度のスタガード格子系の完全保存形差分スキームを使用している [1]．主流およびスパン方向には等間隔格子，壁面方向には双曲正接型関数による壁面への格子集中が行われている．壁面方向の空間離散化に関しては，不等間隔格子についても完全保存となる工夫 [2] が採用されている．時間進行法としては，運動方程式中の粘性項に現れる壁面方向に関する2階微分にはCrank-Nicolson法，他の項には3次精度Runge-Kutta法が採用されている．連続の式と運動方程式とを連立して解くための計算アルゴリズムには，Dukowicz & Dvinskyのフラクショナル・ステップ法 [3] が採用されている．計算アルゴリズムに現れる圧力のポアソン方程式の解法には，主流およびスパン方向に高速フーリエ変換法(FFT)，壁面方向には3重対角行列解法(TDMA)が用いられている．

3. クエット・ポアズイユ型乱流のDNS

計算対象は平行平板間クエット・ポアズイユ型乱流であり，下壁を静止壁，上壁を一定速度 U_w で移動する移動壁とし，さらに主流方向の平均圧力勾配 $(1/\rho)\langle dp/dx_1\rangle$ を加える．クエット・ポアズイユ型乱流ではせん断応力が零となる位置が流路内に存在する場合としない場合があり，前者はポアズイユ型，後者はクエット型と分類される．純粋クエット乱流や純粋ポアズイユ乱流では平均速度分布は流路中央で対称となるが，クエット・ポアズイユ型乱流では一般的に非対称である．そこで，領域を2つに分割する位置を定める必要がある．これを分割面と呼び，静止壁からの距離 h' で表す．ここで，まずポアズイユ型について考える．ポアズイユ型ではせん断応力勾配が零となる位置が最大流速となる位置とほぼ一致するため，これを分割面とするのが適切である．ゆえに h' は簡単な計算から $h' = 2u_{\tau f}^2 h/(u_{\tau f}^2 + u_{\tau m}^2)$ と求まる（添え字 f, m はそれぞれ静止壁，移動壁を表す）．しかし，これを用いるとせん断応力勾配の影響を表すパラメータは $\beta' = \alpha h'/u_{\tau f}^2 = -1$ と定数になる．ゆえに，この場合にはレイノルズ数とせん断応力勾配が独立でなくなるため圧力勾配の影響のみを調べることが不可能となる．そこで，本研究ではクエット型を計算対象とする．クエット型では速度欠損則に関する考察から，$h' = 2u_{\tau f}h/(u_{\tau f} + u_{\tau m})$ と定めることができる [4]．本研究では移動壁速度 U_w とチャネル半幅 h によるレイノルズ数 $Re_w(= U_w h/\nu)$ と無次元圧力勾配 $(h/\rho U_w^2)\langle dp/dx_1\rangle$ を調整することで，静止壁の壁面摩擦速度 $u_{\tau f}$ と分割面までの距離 h' によるレイノルズ数 Re'_τ が一定で圧力勾配のみを変化させたクエット・ポアズイユ型乱流のDNSを行い，静止壁側に及ぼす圧力勾配の効果を検討する．

3.1 計算条件

本研究で実行したクエット型のクエット・ポアズイユ型乱流のDNSの計算条件を表1に示す．静止壁の壁面摩擦速度 $u_{\tau f}$ と分割面までの距離 h' によるレイノルズ数 Re'_τ は約100に設定されている．$\beta' = \alpha h'/u_{\tau f}^2(\alpha = (1/\rho)d\tau/dx_2 = (1/\rho)dp/dx_1)$ はせん断応力勾配比であり，せん断応力勾配（圧力勾配）の影響を表すパラメータである．$\beta' = 0$ の計算例は純粋クエット乱流である．$\beta' = +0.20, +0.42$ の計算例は逆圧力勾配を課したクエット・ポアズイユ型乱流である．すべての計算例において主流，壁面およびスパン方向の計算領域 $(L_1 \times L_2 \times L_3)$ は $12h \times 2h \times 4h$ に設定され，格子数 $(N_1 \times N_2 \times N_3)$ は $160 \times 100 \times 120$ に設定されている．壁座標での格子解像度 $(\Delta x_1^+ \times \Delta x_2^+ \times \Delta x_3^+)$ は $8.7 \times (0.81 \sim 3.7) \times 3.9$ 以下に設定されている．

Table 1 Parameters for the DNS

β'	Re'_τ	$u_{\tau f}$	$u_{\tau m}$	Re_w	$\frac{h}{\rho U_w^2}\langle \frac{dp}{dx_1}\rangle$
0	98.2	0.031	0.031	3200	0
+0.20	99.3	0.027	0.033	4040	$+1.64 \times 10^{-4}$
+0.42	95.4	0.024	0.034	4810	$+3.00 \times 10^{-4}$

3.2 計算結果と考察

以下の図では，静止壁側について $0 \leq x_2 \leq h'$ の範囲の乱流統計平均量がプロットされている．図1および図2に静止壁側の平均速度分布および乱流強度分布を壁座標表記で示す．粘性底層での平均速度分布には圧力勾配の影響はあまり見られないが，対数則領域の平均速度の値は圧力勾配 (β') が増加すると減少する．乱流強度分布については，壁面のごく近傍を除いて圧力勾配が大きいほど乱流強度3成分とも値が大きくなる．

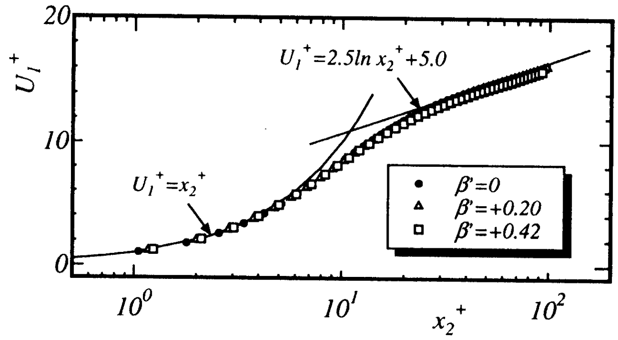

Fig. 1 Mean velocity profile

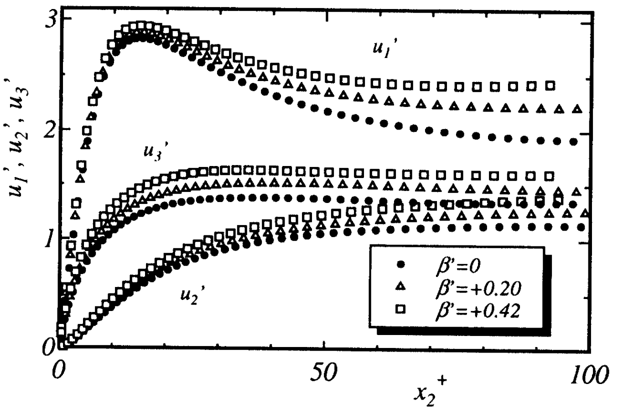

Fig. 2 Turbulence intensity profile

壁から離れた領域ではせん断応力勾配 $\alpha=(1/\rho)d\tau/dx_2$ が支配的になるのでこれを用いて速度分布の無次元化を行うと次式が得られる．

$$\left(\frac{x_2}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{dU_1}{dx_2}=\frac{1}{2}K_1 \tag{1}$$

上式を積分すると 1/2 乗則が得られる [5]．

$$U_1/u_\tau=K_1(\alpha x_2/u_\tau^2)^{\frac{1}{2}}+K_2 \tag{2}$$

式 (2) から明らかなように，1/2 乗則は $\alpha>0$ に対してのみ成立する．図 3 に 1/2 乗則に応じて整理された平均速度分布を示す．図 3 から逆圧力勾配を課した計算例では 1/2 乗則の成立する領域が存在することがわかる．図 3 から求められる 1/2 乗則の係数 (K_1,K_2) は，$\beta'=+0.20,+0.42$ の計算例に対して，それぞれ $(11.2,11.1)$ および $(8.27,10.5)$ である．1/2 乗則の成立する領域を明らかにするため，図 4 に $x_2^+dU_1^+/dx_2^+$ の分布を x_2^+ に対して示す．$x_2^+dU_1^+/dx_2^+$ は対数則が成立する領域では $1/\kappa$ で定数，1/2 乗則が成立する領域では $K_1(\alpha\nu x_2^+/u_\tau^3)^{1/2}/2$ となる．図中の曲線は $K_1(\alpha\nu x_2^+/u_\tau^3)^{1/2}/2$ を $\beta'=+0.20,+0.42$ の計算例に対してそれぞれ示したものである．図 4 より 1/2 乗則が成立する領域の下限は $\beta'=+0.20$ に対して $x_2^+\sim 80$, $\beta'=+0.42$ に対して $x_2^+\sim 70$ である．これより，圧力勾配が増大すると流れ場に対して圧力勾配が支配的となり，1/2 乗則の成立する領域が拡大することがわかる．係数 K_1 を中林ら [4]，Telbany & Reynolds [5] および Samuel & Joubert [6] らの実験結果と併せて図 5 に示す．図中の破線は Kader & Yaglom [7] による K_1 の評価式 (Re_τ' が高い場合) である．本研究の DNS の結果は対応するレイノルズ数の実験結果と良く一致していることがわかる．

なお今回は平均速度および乱流強度分布のみを示したが，今後本 DNS データを用いて圧力勾配が乱流統計平均量や乱流構造に与える効果を詳細に調べる予定である．

4. 結論

本研究では $u_{\tau f}$ と h' によるレイノルズ数 Re_τ' を一定とし，圧力勾配を変化させた DNS を実行し，静止壁側の乱流統計平均量に及ぼす圧力勾配の効果について検討した．その結果，圧力勾配が大きくなると対数則領域の平均速度の値が減少すること，および 1/2 乗則の成立する領域が拡大することが確認された．

本研究に関し，日本原子力研究所平成 12 年度計算科学技術ソフトウェア研究開発からの補助を受けている．ここに記して，感謝の意を表す．

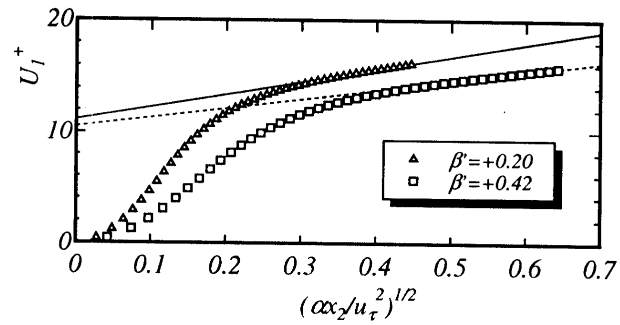

Fig. 3 1/2-power law

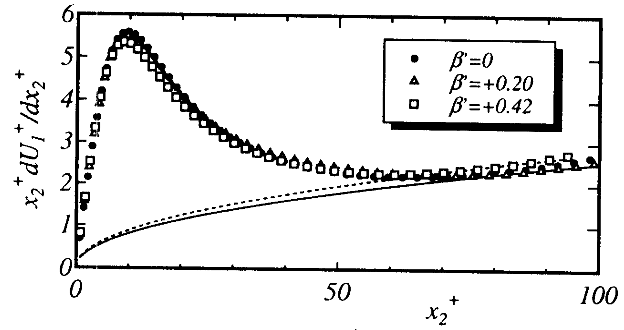

Fig. 4 Profile of $x_2^+dU_1^+/dx_2^+$

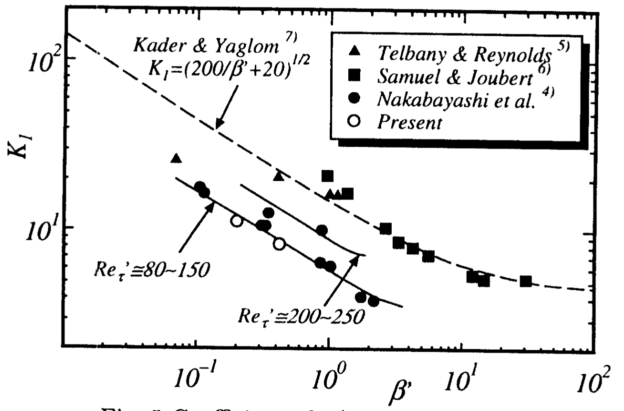

Fig. 5 Coefficient of 1/2-power law K_1

引用文献

1) 森西洋平，市川明洋，奥村隆，中林功一: 機論 **66**-647, B (2000) 掲載予定.

2) 梶島岳夫: 機論 **65**-633, B (1999) 1607.

3) J.K. Dukowicz & A.S. Dvinsky: *J. Comput. Phys.*, **102** (1992) 336.

4) 中林功一，鬼頭修己，加藤義孝: 機論 **61**-589, B (1995) 3122.

5) M.M.M. El Telbany & A.J. Reynolds: *J.Fluid Mech.*, **100** (1980) 1.

6) A.E. Samuel & P.N. Joubert: *J.Fluid Mech.*, **66** (1974) 481.

7) B.A. Kader & A.M. Yaglom: *J.Fluid Mech.*, **89** (1978) 305.