

Effects of Nonparallelism on Wedge-shaped Disturbances

○跡部 隆 (航技研), 伊藤 信毅 (航技研), 山本 稀義 (航技研)

Takashi ATOBE, Nobutake ITOH and Kiyoshi YAMAMOTO

National Aerospace Laboratory, Chofu, Tokyo 182-8522, Japan

Linear stability of a boundary layer around a yawed circular is examined by means of a prediction code of the e^N type with a complex ray theory. The boundary layer profiles are approximately obtained from the similarity solution of Falkner-Skan-Cooke family. Reynolds number defined by the uniform flow velocity and the chord length in the stream direction is fixed at 0.5×10^6 . The main feature of the present study is of the stability equations which are the model equations including the effect of wall curvature, stream line curvature, and nonparallelism. Using these model equations, it is found that the wall curvature has some stabilizing effect, especially for the stationary disturbance.

1. はじめに

複素特性曲線法に基づく e^N 型計算コードを用いて、後退角 50° の円柱境界層中を伝播する楔状攪乱の発達を記述し、安定性を解析した。そして壁面曲率と非平行性が増幅率の積分値 N にどのように影響するかを定量的に調べた。

主流速度と翼弦長に基づくレイノルズ数を 0.5×10^6 と固定し、境界層の速度分布は局所的に Falkner-Skan-Cooke の相似解¹⁾で近似した。安定性解析には Orr-Sommerfeld 方程式^{2,3)}と、壁面曲率や非平行性の寄与を含むモデル方程式⁴⁾を併用する。局所安定計算で得られた複素分散関係から N 値を算出するには複素特性曲線法⁵⁾を用いる。

2. 流れ場と安定性解析

場所の関数として定義される Falkner-Skan パラメータ m は、運動量積分方程式を前縁から積分し、逐次的に求める。速度分布はこの m と境界条件から F-S-C 相似解によって近似される。

得られた速度分布の局所的な安定性解析には、壁面曲率と非平行性の効果を議論するため Itoh⁴⁾によって提案された安定性方程式を用いる。

$$\begin{aligned} & [(\alpha^2 + \beta^2 - i\alpha \frac{\hat{\kappa}_s}{R}) \{ \frac{1}{R}(D^2 - \alpha^2 - \beta^2) \\ & + i(\omega - \alpha U - \beta V) - \frac{\hat{W}}{R}D \} - \frac{2\hat{\kappa}_s}{R}\beta^2 U]u \\ & - [i\alpha \{ \frac{1}{R}(D^2 - \alpha^2 - \beta^2) + i(\omega - \alpha U - \beta V) \\ & - \frac{\hat{W}}{R}D \} D + \beta(\beta U' - \alpha V')]w = 0, \quad (2.1) \\ & [\{ \frac{1}{R}(D^2 - \alpha^2 - \beta^2) + i(\omega - \alpha U - \beta V) \\ & - \frac{\hat{W}}{R}D - \frac{\hat{W}'}{R} \} (D^2 - \alpha^2 - \beta^2 + i\alpha \frac{\hat{\kappa}_s}{R}) \\ & + i(\alpha U'' + \beta V'') + \frac{\hat{\kappa}_s}{R}(U'D + U'')]w \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \frac{2}{R}[\hat{\kappa}_s(i\alpha + \frac{\hat{\kappa}_s}{R})(UD + U') \\ & - \hat{\kappa}_w(\alpha^2 + \beta^2 - i\alpha \frac{\hat{\kappa}_s}{R})U]u = 0. \quad (2.2) \end{aligned}$$

ここで $U, V, \hat{W}$ は前縁直角方向、前縁水平方向、壁面垂直方向の速度成分を表し、 u, v, w はそれぞれの微小変動成分を表す。また α, β は U 方向、 V 方向の複素波数ベクトルで、 ω は複素振動数である。さらに i は虚数単位、 R はレイノルズ数、 $\hat{\kappa}_s, \hat{\kappa}_w$ は流線曲率、壁面曲率を表し、 D と $'$ は高さ方向の微分を示す。また U は U 方向の外縁流速成分 U_E で、 $\hat{W}$ を除くその他の速度量は V 方向の主流成分 V_∞ で、 α, β は境界層排除厚 δ で、また ω は δ と V_∞ でそれぞれ無次元化される ($\hat{W}, \hat{\kappa}_s, \hat{\kappa}_w$ などの具体的な形は文献 4 を参照されたい)。またこの方程式は $\hat{W}$ や $\hat{\kappa}_s, \hat{\kappa}_w$ を 0 と置くと通常の Orr-Sommerfeld 方程式に帰着する。

増幅率の積分値 N を求めるには複素特性曲線法を用いる。この手法は波数、振動数を関連づける分散関係式の他に解の実現条件を附加することで、物理的に実現可能な解の組み合わせを決定する。楔状攪乱の場合、実現条件と積分値 N は次式で与えられる⁵⁾。

$$\int_{X_0}^{X_1} C_i(X; \beta, \omega) dX = 0. \quad (2.3)$$

$$N = -E_1 \int_{X_0}^{X_1} [\alpha_i + \beta_i C_r] dX. \quad (2.4)$$

ここで C_r, C_i は群速度の実部、虚部を表し、 X_0, X_1 はそれぞれ攪乱の導入点、観測点に対応する。また E_1 は流れ場から決まる定数である。(これ以降の α, β, ω は場所に依存しない量として新たに無次元化し直されているので注意が必要である⁵⁾)。

3. 計算結果

Figure 1 は、攪乱の導入点 $X_0 = 0.1$ から観測点 $X_1 = 0.3$ までの間に複素波数 α 、複素群速度 C の各成分がどのように変化したかを示している (この図は振動数 $\omega = \omega_r + i\omega_i = 0.06 + i0.0$ 、波数 $\beta = \beta_r + i\beta_i = 0.725 + i0.0$

が0, すなわち図中グレーで示された領域の面積が0となることである。この図からもわかるように、空間増幅率 α_i の大きさは波数 α_r より一桁以上小さく、このことが遷移の予測を困難なものにしている一つの原因である。

Figure 2 は増幅率の積分値 N と、観測点における波数の実部を ω_r の関数としてプロットしたものである。図中各線は安定性解析に、[O-S 方程式], [O-S + 壁面曲率], そして(2)式で与えられる [O-S + 壁面曲率 + 非平行性] を用いたときの結果を示す。

まず全体として、波数 α_r と β_r については安定性方程式の違いによる差があまり見られないことがわかる。 N 値については、ある ω_r のところでピークを持つ傾向はそれぞれ同じだが、各方程式により N 値の大きさには明確な差がある。まず O-S 方程式の場合 (一点鎖線) は、全般的に N 値が大きく出ていることがわかる。そしてここに壁面曲率の項が加わると (破線), N 値はいったん大きく減少する。ここで、さらに非平行性の項が加わると再び N 値は増加する。この結果は、それぞれの項の役割が

壁面曲率: 安定化 (N 値減少)
非平行性: 不安定化 (N 値増加)

であることを示している。また O-S 方程式による結果と比べると、 $\omega_r \approx 0.0$ 付近、つまり定在波の近傍で変化が大きいことがわかる。

4. まとめ

複素特性曲線法に基づく e^N 型計算コードを、後退角 50° の円柱境界層中を伝播する楔状攪乱に適用した。局所安定性解析には Orr-Sommerfeld 方程式と、壁面曲率及び非平行性の影響を含むモデル方程式を用い、二種類の安定性方程式で計算された N 値を比較することでそれらの効果を定量的に調べた。

その結果、境界層の非平行性が流れを不安定化するのに対して、凸の壁面曲率は流れを安定化させる作用があること、及びその影響は特に定在波に対して著しいことがわかった。

参考文献

- 1) Itoh, N.: Effects of Wall and Streamline Curvatures on Instability of 3-D Boundary Layers, *Laminar-Turbulent Transition*, (Springer, Berlin, R. Lobayashi, ed., (1995), pp.323.
- 2) Arnal, D.: Boundary Layer Transition: Predictions Based on Linear Theory, *AGARD Rep. 793* (1993), pp.1.
- 3) Strowski, A. and Orszag, S.: Mass Flow Requirements for LFC Wing Design, *AIAA Paper 77* (1977), pp.1222.
- 4) 伊藤信毅, 跡部隆: 後退翼境界層の多重不安定計算法, 流体力学会年会 2001 講演論文集 (2001)。

5) Itoh, N.: Development of Wedge-shaped Disturbances Originating from a Point Source in a Three-dimensional Boundary Layer, *Fluid Dyn. Res.* 18 (1996), pp.337.

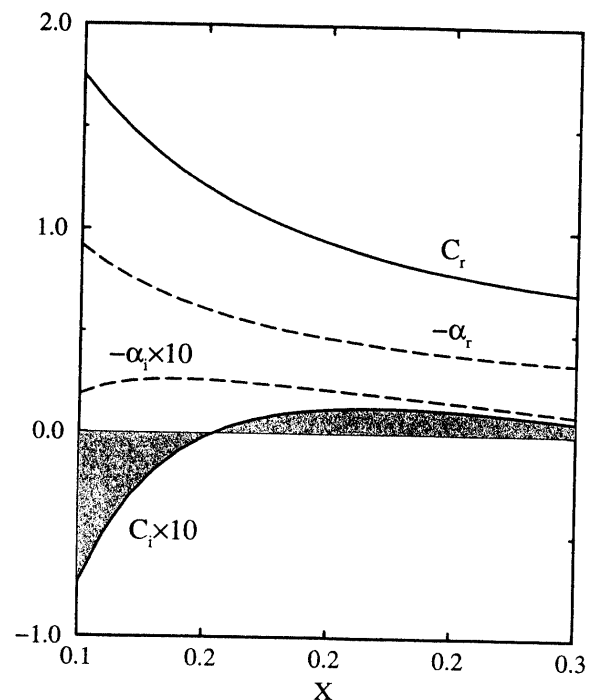


Fig.1 Variation of the complex wavenumber α and the complex group velocity C with the downstream distance X for the component of $\omega = 0.06 + i0.0$ and $\beta = 0.725 + i0.0$.

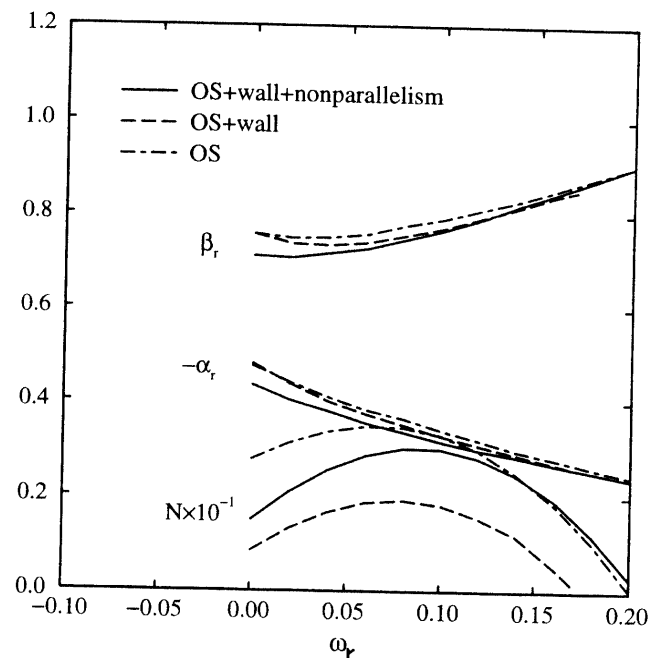


Fig.2 The wavenumbers α_r and β_r and the total growth rate N of the disturbances with $\beta_i = 0.0$ plotted against the frequency ω_r .