

運動学的モデルによる円柱周りの乱流統計量の計算

A Simulation of Turbulent Statistics around A Circular Cylinder by the Kinematic Model

酒井康彦 (名大工), ○杉浦真一 (名大工), J.C.R.HUNT

Yasuhiko SAKAI*, Shinichi SUGIURA* and J.C.R.HUNT**

*School of Engineering, Nagoya Univ, Japan.

**Univ. College London, U.K

The combined method of random Fourier modes method, Rapid Distortion Theory, and two-dimensional vortex shedding model has been applied to simulate turbulence field around a circular cylinder. For some cases of a/L_E (a : the cylinder radius; L_E : the length scale of incident turbulence from 0.05 to 1.42, the effects of the blocking and distortion on the wavenumber spectra and the r.m.s. velocity fluctuation velocity have been mainly investigated. The simulation results show good agreements with the experimental results by Britter et al (1979). Further, the possibility of the application of random Fourier modes method for other turbulence field is also suggested.

1. 緒論

本研究では均一流速で流れる一様等方な運動学的乱流場に急激変形理論と後流渦放出モデルを組み合わせた計算モデルを使って、円柱周りの速度場を計算した。そして、その結果を実験と比較し、モデルの有効性を考察した。また、運動学的モデルの他の乱流場への応用も考察した。

2. 運動学的乱流モデル

2.1 ランダムフーリエモード法¹⁻⁴⁾

一様乱流場の速度 \mathbf{u} は有限個のフーリエ成分の和として次のように表すことができる¹⁾。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^N (\mathbf{a}_n \times \hat{\mathbf{k}}_n) \cos(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{x} - \omega_n t) + (\mathbf{b}_n \times \hat{\mathbf{k}}_n) \sin(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{x} - \omega_n t) \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{k}_n , ω_n はそれぞれ n 番目のモードの波数ベクトル及び角周波数である。波数ベクトルはそれぞれの実現の流れ場に対して半径 $|\mathbf{k}_n|$ の球面上にランダムに分布させた。 $\hat{\mathbf{k}}_n$ は $\hat{\mathbf{k}}_n = \mathbf{k}_n/k_n$ で定義される単位ベクトルである。ただし、 $k_n = |\mathbf{k}_n|$ 。ベクトル \mathbf{a}_n , \mathbf{b}_n は3次元等方ガウス分布からランダムに選ばれる。本研究では、エネルギースペクトルは次式で表される Von Karman のエネルギースペクトルを使用した²⁻³⁾。

$$E(k) = \frac{g_2 k^4}{(g_1 + k^2)^{17/6}} \quad (2)$$

ここで、 $g_1 = 0.558$, $g_2 = 1.196$ そして、 $k = |\mathbf{k}|$ である。 $E(k)$ は $\int_0^\infty E(k) dk = (1/2) \langle |\mathbf{u}|^2 \rangle = 2/3$ となるように正規化され、 $E(k)$ から求められる積分長さスケール L_E は1である。波数 k は代数的的に分割した。角周波数 ω_n は、Sakaiらのモデル⁴⁾を用いた。

2.2 急激変形理論^{1-3),5)}

次に、急激変形理論の仮定を示す。

1. 平均流は非回転である。 $\Omega = \nabla \times \mathbf{U} = 0$
2. 上流の乱流は一様等方的である。
3. 乱流は弱い。 $u'_0/U_0 \ll 1$
4. 大きなレイノルズ数を持つ。
 $Re = U_0 d/\nu \gg 1$, $Re_\lambda = u'_0 L_E/\nu \gg 1$
5. 乱流の時間スケール $T_E = L_E/u'_0$ が流れの変形に要する時間 $T_D = a/U_0$ に比べて大きい。

ここで、 u'_0 は上流の乱流の変動速度の r.m.s. 値、 U_0 は上流乱流の平均速度、 a は円柱の半径、 L_E は乱流の積分スケールを示している。ただし、後流と粘性低層及びこれらの領域が全体の流れにわたって持つ影響については考慮しないことにする。

任意の点の変動速度場 \mathbf{u} を上流の変動速度 \mathbf{u}_0 で表現するためにフーリエ変換 \mathbf{S}_0 で表現する必要がある。このために次のような変換テンソル \mathbf{M} を導入する。

$$\hat{\mathbf{u}}(x, y, k_z, \omega) = \iint_{-\infty}^{\infty} \mathbf{M}(x, y, \mathbf{k}) \mathbf{S}_0(\mathbf{k}, \omega) dk_x dk_y \quad (3)$$

このように変換テンソル \mathbf{M} を導入することで円柱周りの乱流の速度場を表現する。 \mathbf{M} の具体的な表現については文献(2)を参照されたい。

3. 後流渦放出モデル⁶⁾

本研究では円柱上流域において後流渦放出に伴う周期的誘導速度変動の影響の強さを考慮するため、自由渦が円柱下流の定点で成長した後、交互に流出して後流中を移流する二次元ポテンシャルモデルを用いた。共役複素速度 $w(z)$ は次式で与えられる。

$$w(z) = \sum_j \left[\frac{\Gamma_j}{2\pi i} \left\{ \frac{1}{z - z_j} - \frac{1}{z - |a/z_j|^2 z_j} + \frac{1}{z} \right\} \right] \quad (4)$$

ここで、 a は円柱半径、 z_j は渦の中心座標、 Γ_j は渦の循環、添え字 j は時刻 $t=0$ から放出された渦の番号を示す。渦の循環は、 \sin カーブを用いて $\Gamma = 0 \sim 2.45U_0 a$ までをなめらかにしない。また、渦放出の位置は $l_j = 2.6a$ である。ここで、 l_j は渦形成領域の後端の円柱中心からの距離である。

4. 座標系

本研究の座標系を Fig.1 に示す。円柱の中心を原点にして、主流方向に x 軸、鉛直上向きに y 軸をとった。

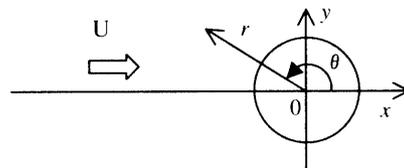


Fig.1 The coordinate system

5. 計算条件

上流の一様な等方性乱流は、 $N = 100$, $k_1 = 0.1$, $k_n = 250$, $\Delta t = 0.005$ の条件で計算した。ここで、 N , k_1 , k_n , Δt はそれぞれ、モード数、最小波数、最大波数、時間ステップである。また、円柱半径 a 及び平均主流方向速度 U_0 は、Britter-Hunt の実験⁷⁾ の a/L_E , u'_1/U_0 から、無次元数 $(L_E U_0)/(a u'_1)$ を作り、この値を合わせる事によって決定した。そして、そのように決定された計算パラメータの値を Table. 1 に示した。

Table1. Simulation parameter

a/L_E	u'_1/U_0	U_0	a	L_E	Re	ν
0.05	0.062	16.13	0.05	1	4250	3.80×10^{-4}
0.11	0.062	16.13	0.11	1	8500	4.17×10^{-4}
0.35	0.062	16.13	0.35	1	27400	4.12×10^{-4}
0.64	0.051	19.61	0.64	1	27400	9.16×10^{-4}
1.42	0.025	40	1.42	1	27400	4.15×10^{-3}

6. 計算結果及び考察

$\theta = \pi$ で $a/L_E = 0.11$ の場合に、円柱からの距離の変化に対する x 成分, y 成分速度の波数スペクトルの変化を計算した (Fig.2, Fig.3). x 成分については、円柱に近づくにつれて低波数のスペクトルの減少がみられる。これは、ブロッキング効果によるためであると考えられる。また、 y 成分については周期的なカルマン渦の影響によるピークを境に、低波数では円柱に近づくにつれスペクトルが減少し、高波数では増加する傾向がみられる。

次に $\theta = \pi$ の $a/L_E = 0.05, 0.11, 0.35, 0.64, 1.42$ の場合に円柱からの距離の変化に対する x 成分の r.m.s 速度の変化を計算した (Fig.4). この図では、ブロッキング効果によって、乱れが減少している様子や、 $a/L_E = 1.42$ の時には円柱付近ではブロッキング効果よりも、変形の効果による乱れの増加が表れているのがよく分かる。以上の計算結果は、いずれも Britter-Hunt の実験の結果⁷⁾ に合っている事が確かめられている。

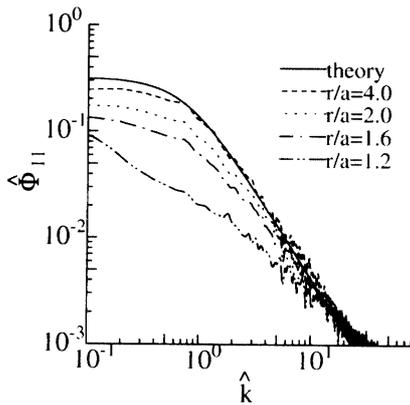


Fig2. Downstream variation of u spectrum ($a/L_E = 0.11, \theta = \pi$)

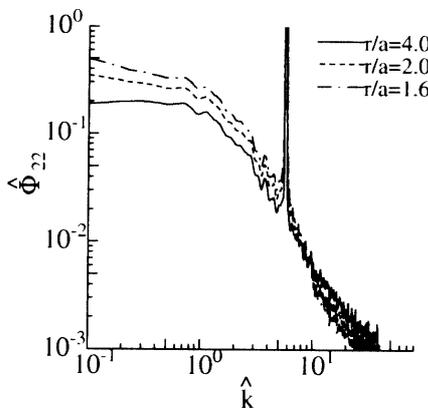


Fig3. Downstream variation of v spectrum ($a/L_E = 0.11, \theta = \pi$)

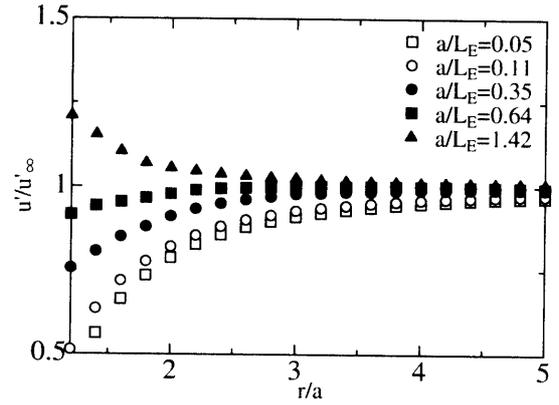


Fig4. Ratio of the local r.m.s. velocity fluctuation u' to the upstream value u'_∞ on the stagnation line ($\theta = \pi$)

7. 各種乱流場への応用

本研究では円柱周りの乱流場を計算したが、以下のようにランダムフーリエモード法と急激変形理論を用いることによって、各種乱流場の計算に拡張する方法を考察した。まず、変動速度 ω として変動速度 u を用いて表すと次式のようになる。

$$\omega = \nabla \times u \tag{5}$$

また、任意の点での変動渦度は ω は、次式で表されるように上流の一様等方性乱流場における渦度 ω_0 と γ_{ij} で決められる。

$$\omega_i(x, y, z, t) = \gamma_{ij}(x, y) \omega_{0j}(x, y - \Delta y, z, t - \Delta T) \tag{6}$$

ここで、 ω_0 と γ_{ij} は平均速度分布によって決められるものである。また、変動速度 u は流れのベクトル関数 Ψ と速度ポテンシャル ϕ で次式のような関係がある。

$$u = u_0 + \nabla \times \Psi + \nabla \phi \tag{7}$$

ここで、ベクトル関数 Ψ は、次式のような関係がある。

$$\nabla^2 \Psi = -(\omega - \omega_0) \tag{8}$$

式 (6)~(8) と速度ポテンシャル ϕ を与えることにより、各種乱流場の変動速度場を決めることが出来る。

8. 結論

運動学的モデルと急激変形理論、後流渦放出モデルを考慮して円柱周りの乱流場を計算した結果、実験とよく一致した計算結果が得られた。よって、このモデルの有効性が確認できた。また、各種乱流場への応用も考察した。

引用文献

- 1) J.C.H. Fung, et. al.: J. Fluid Mech. 236 (1992) 281-318.
- 2) Y. Sakai, et. al.: Appl. Sci. Res., Kluwer Acad. Pub., 51 (1993) 547-553.
- 3) J.C.R. Hunt, et. al.: J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 35 (1992) 49-85.
- 4) 酒井・他 2 名: 機論 57-537 (1991) 625-706.
- 5) J.C.R. Hunt: J. Fluid Mech. 61-4 (1973) 625-706.
- 6) 酒井・他 2 名: 機論 64-627 (1998) 3644-3651.
- 7) R.E. Britter, J.C.R. Hunt and J.C. Munford: J. Fluid Mech. 92-2 (1979) 269-301.