

## Chaotic behavior of thermocapillary convection in half-zone liquid bridge

○上野一郎 (東理大理工), 西畑衡平 (東理大理工), 田中志穂 (東理大理工), 河村洋 (東理大理工)

Ichiro UENO, Kohei NISHIHATA, Shiho TANAKA and Hiroshi KAWAMURA  
Dept. Mech. Eng., Fac. Sci. & Tech., Tokyo University of Science, Chiba 278-8510, Japan

Three dimensional 'oscillatory' convection appears in a half-zone liquid bridge of a high Prandtl number fluid ( $Pr > 10$ ) when a temperature difference between both end surfaces of the bridge exceeds a critical value. In the present study, flow patterns induced by thermocapillary-driven convection far from the criticality are obtained by numerical simulation. The flow patterns are distinguished through the velocity and temperature variation in the bridge, the power spectrum of the surface temperature variation, the reconstructed pseudo-phase space and the evaluations of the correlation dimension and the Lyapunov exponents. The reconstructed flow patterns and their characteristics are in good agreement with the experimental results by our group.

## 1. 緒言

温度差マランゴニ対流とは、表面張力の温度依存性によって生起する流れ場である。表面張力が温度依存性を有する限り、自由表面上の温度の不均一分布によって必然的に発生する。本研究では特に、温度差を有する同軸二円柱間に表面張力によって形成されるハーフゾーン液柱内の対流場に注目する。これまでの実験的研究により、特に高プラントル数流体 ( $Pr > 10$ ) 液柱において端面間温度差が臨界値を越えると、半径-高さ ( $r$ - $z$ ) 平面内 2 次元定常流から 3 次元非定常「振動」流へと遷移すること<sup>1,2)</sup>、振動流遷移後に周方向に脈動あるいは回転する振動流れが形成すること<sup>1,2)</sup>、さらに大きい温度差を付加すると遷移状態、第 2 脈動および回転振動流を経てカオス状態に到達すること<sup>3)</sup>などが明らかになっている。本研究では、これまで実験的研究でのみ示されてきた振動流遷移後の対流場を 3 次元数値計算で再現し、各対流場の非線形解析を行った。

## 2. 数値解析

本計算における解析対象は、アスペクト比  $\Gamma = H/R = 1$  ( $R$ : 半径,  $H$ : 高さ) の真円柱液柱とした (図 1)。支配方程式は、無次元化した連続の式, Navier-Stokes 方程式, エネルギー方程式である。

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\nabla P + \frac{Pr}{Ma} \nabla^2 \mathbf{U} + e_z \frac{Pr^2 Gr}{Ma^2} T$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) T = \frac{1}{Ma} \nabla^2 T$$

ここで,  $Pr$ : プラントル数 ( $= \nu/\kappa$ ),  $Ma$ : マランゴニ数 ( $= \sigma_T \Delta T H / (\rho \nu \kappa)$ ),  $Gr$ : グラスホフ数 ( $= g \beta \Delta T H^3 / \nu^2$ ),  $U$ : 速度,  $t$ : 時間,  $\nu$ : 動粘性係数,  $\kappa$ : 温度拡散率,  $\sigma_T$ : 表面張力温度係数 ( $= |\partial \sigma / \partial T|$ ),  $\Delta T$ : 液柱端面間温度差,  $\rho$ : 密度,  $T$ : 温度,  $\beta$ : 体膨張係数である。側表面を断熱自由表面, 上下面はそれぞれ異なる温度一定の固体表面とし, 重力の影響はないものとして解析を行った ( $Gr = 0$ )。自由表面上での速度および温度は, 自由表面に沿う表面張力と粘性力の釣り合い (マランゴニ境界条件) から求める。

計算は有限差分法を用い,  $(r \times \theta \times z) = (48 \times 24 \times 48)$  のグリッド数を有する不等分割格子を採用し行った。

試験流体として, 本研究グループで実験を行っている 2 cSt のシリコンオイルを仮定し, 表に示す物性値を用いた。また, 振動流遷移後の温度変動のスペクトル解析に際しては, 実験と同様, 液柱半径  $R = 2.5$  mm とした。また, 次節で示す

擬位相空間 (ここでは 3 次元) は, 液柱高さ中央部のある一点における表面温度時系列データに対し, 微分座標系  $\xi_3$  を用いて再構成を行った。すなわち, 表面温度  $T_s = T(R, \theta, H/2, t)$  より,  $\xi_3 = (T_s, \partial T_s / \partial t, \partial^2 T_s / \partial t^2)$  である。

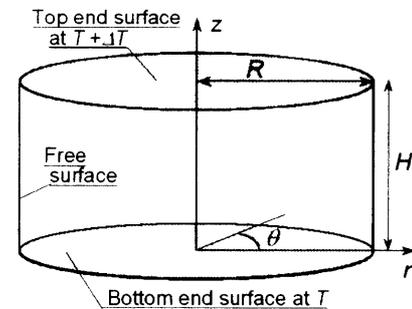


Fig. 1 Configuration of the half-zone liquid bridge

## 3. 結果

## 3. 1 対流パターン

本研究グループによる実験的研究<sup>2)</sup>により, 当該アスペクト比液柱においては振動流遷移後, 周方向波数  $m = 2$  を有するモード構造が生起することがわかっている。本研究においても, 臨界マランゴニ数  $Ma_c \approx 3.4 \times 10^4$  において  $m = 2$  の脈動振動流に遷移した。図 2 に, 振動流遷移後の代表的な流れ場について, (a) 液柱高さ中央断面における温度・速度場, (b) 同高さにおける表面温度時系列データ, (c) そのパワースペクトル, および (d) 擬位相空間 (PPS) における軌道を示す。ここで, 擬位相空間は, DC 成分を除いた変動分のみを抽出し, さらに各座標の最大振幅を用いて規格化したアトラクタを示している。

振動流遷移直後(1)においては, 表面温度は基本周波数  $f_0$  を主要成分とするほぼ正弦波の変動となり, リミットサイクルのアトラクタを呈する。この以後,  $Ma$  を上昇させると対流場は回転振動流を経てカオス的な対流場へと移行する。 $Ma$  の上昇により, これまで単一の周方向波数  $m$  を有していた対流場が, 徐々に複数の波数構造を有するようになり, 最終的には無秩序の対流パターンを呈する。表面温度変動およびそのスペクトルを見ると,  $Ma$  の上昇に伴って  $f_0$  の高調波成分が成長し, 特に  $Ma \approx 6.1 \times 10^4$  付近にて周期倍分岐が生起する(2)。さらにその後, 基本周波数およびその高調波・低調波近傍に新しい周波数成分が生じ(3)(4), 最終的に連続スペクトルへと移行(5)する。擬位相空間内では, 周期倍分岐が発

Table Physical properties of 2 cSt silicone oil

Pr [-]	$\nu$ [m <sup>2</sup> /s]	$\kappa$ [m <sup>2</sup> /s]	$\sigma_T$ [N/(m·K)]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\beta$ [-]
28	$2.00 \times 10^{-6}$	$7.12 \times 10^{-8}$	$7.15 \times 10^{-5}$	$8.70 \times 10^3$	$1.24 \times 10^{-3}$

生する領域までリミットサイクルの様相を呈しているが、それ以降の状態においては徐々に軌道の幅が広がってストレンジアトラクタの状態を経て(3)(4)、乱流特有の乱れた軌道(5)となる。この遷移過程は、これまでの実験結果<sup>3)</sup>と定性的に一致する。

### 3. 2 相関次元とリアプノフ指数

本計算で得られた対流場のカオスの挙動を定量的に評価するため、前述の微分座標系による擬位相空間より各流れ場における相関次元およびリアプノフ指数を導出した。

相関次元  $D_c$  は、文献<sup>3)</sup>と同様、いわゆる GP アルゴリズム<sup>4)</sup>を用いて、10000 点からなる  $i$  次元再構成微分座標系 $\xi_i$ より算出した。図 3 に、今回計算対象とした各  $Ma$  における相関次元を示す。図中の上横軸は、各対流場の振動流遷移臨界点からの距離を示す過臨界パラメータ  $\varepsilon = (Ma - Ma_c)/Ma_c$  を表している。 $\varepsilon \sim 0.8$  を境に、それまで整数次元である 1 を有していた対流場が、非整数次元を呈するようになる。これはカオスの挙動の一つの特徴である自己相似性を示している。この非整数次元を呈する対流場は、表面温度変動のスペクトルにおいて新しい周波数成分が生起している領域以降に相当する。

さらに微分座標系時系列データである $\xi_i$ から、文献<sup>5)</sup>にて提案された手法を用いて、各対流場におけるリアプノフスペクトラムを算出した。スペクトルの第 1 成分である最大リアプノフ指数 $\lambda_1$ を、相関次元とともに図 3 に示す。相関次元と同様、その分布は $\varepsilon \sim 0.8$ を境界として大きく異なる。 $\varepsilon < 0.8$ では $\lambda_1 = 0$ となりリミットサイクルあるいはトーラス軌道のそれと同じ値を有するが、 $\varepsilon > 0.8$ では正の値となる、すなわ

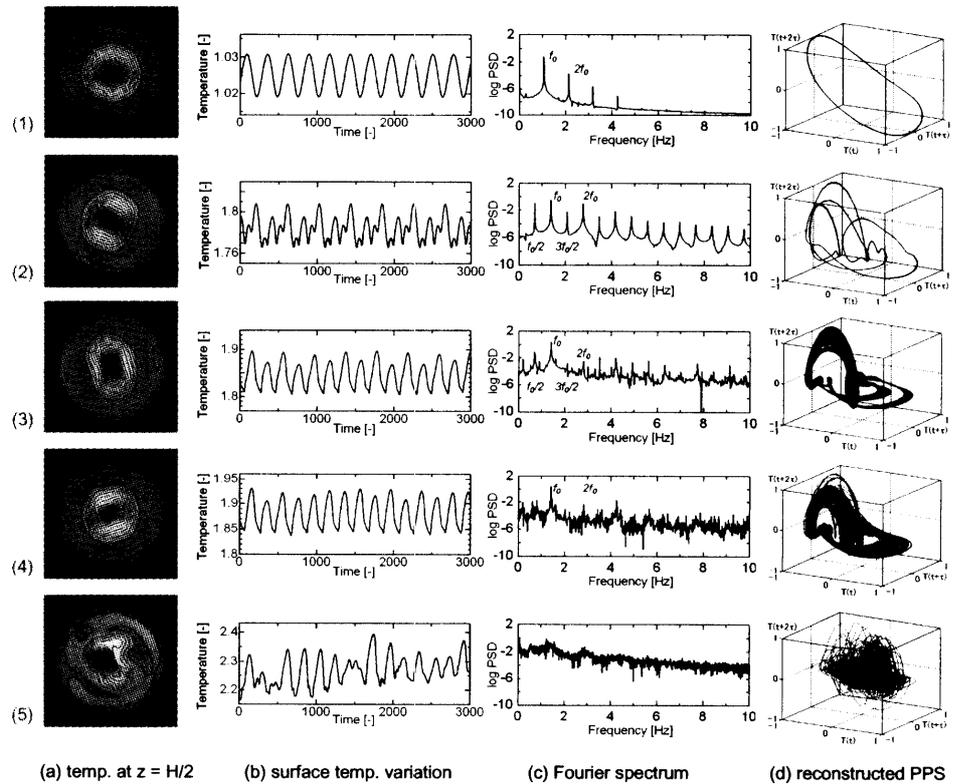


Fig. 2 Route to chaotic and turbulent behaviors in the half-zone liquid bridge; (1)  $Ma/10^4 = 3.5$ , (2) 6.1, (3) 6.3, (4) 6.4 and (5) 8.0. Column (a) indicates the temperature distribution at mid-height of the bridge, (b) the time series of the surface temperature variation, (c) its Fourier spectrum, and (d) the reconstructed Pseudo-phase space.

ちカオスの挙動の特徴の一つである軌道不安定性を有する。

以上の結果より、本条件下においては $\varepsilon > 0.8$ の対流場がカオスの挙動を示していると判断される。液柱アスペクト比が異なる実験結果<sup>3)</sup>との比較になるが、 $\varepsilon > 1.7$ でカオスの挙動を示す実験結果と比較して、本結果では小さい $\varepsilon$ にてカオスの挙動を呈する対流場に遷移している。これはアスペクト比の相違のみならず、数値計算を実施する上での仮定（重力、自由表面上での境界条件、動粘性係数の温度依存性の考慮など）や、実験で生起している現象（大きな温度差を付加した際の試験流体の蒸発、液柱体積比の変化など）等に因ると考えているが、まだ十分な結論を得るに至っておらず、今後の課題である。

### 引用文献

- 1) F. Preisser, D. Schwabe & A. Scharmann: J. Fluid Mech. **126** (1983) 545.
- 2) 河村洋・小野嘉久・上野一郎:日本機械学会論文集 B **67** (2001) 1466.
- 3) I. Ueno, S. Tanaka & H. Kawamura: Phys. Fluids **15** (2003) 408.
- 4) P. Grassberger & I. Procaccia: Physica D **9** (1983) 189.
- 5) M. Sano & Y. Sawada: Phys. Rev. Lett. **55** (1985) 1082.

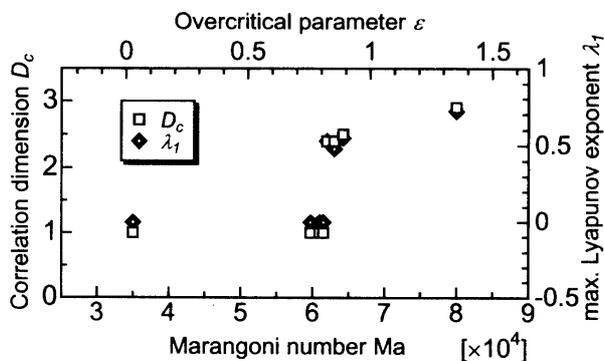


Fig. 3 Correlation dimension and maximum Lyapunov exponent.