

Experimental Verification of the Acoustic Solitary Waves

○杉本信正（阪大基工），増田光博（阪大基工），山下浩司（阪大基工），堀本宏樹（阪大基工）

Nobumasa SUGIMOTO, Mitsuhiro MASUDA, Koji YAMASHITA and Hiroki HORIMOTO

Dept. of Mech. Sci., Grad. Sch. of Eng. Sci., Osaka Univ., Toyonaka, Osaka 560-8531, Japan

This paper verifies existence of the acoustic solitary waves in an air-filled tube with an array of Helmholtz resonators connected. Following up the previous Letter (Sugimoto *et al.* 1999), the experiments are improved by using a plane piston driver to generate initial pressure pulse and also by extending the tube length from 7.4 m to 10.6 m. Direct and indirect checks are made to confirm the existence. The former compares the profiles and propagation speeds of the pulses measured experimentally with the theory. The latter examines validity of the nonlinear wave equations, suggesting the solitary waves in lossless limit, by solving an initial-value problem numerically to simulate real evolution observed in the tube. From the comparison of the simulation with the experiment, it is found that the equations can describe the real evolution very well. Thus it can be concluded that the acoustic solitary waves exist in reality when all lossy effects are suppressed below negligible level.

1. はじめに

空気において音響孤立波が存在することは既に実験で示した。管路内を伝播する非線形音波（圧力波）に対して、ヘルムホルツ共鳴器列を管路にそって周期的に取り付けると実現可能となる。文献1は実験的な孤立波の確認を速報したが、装置に改良すべき点が残されている。圧力波の発生に電磁弁を使用しているために、初期の圧力パルス波は完全な平面波ではなく、背後に負圧部分が見られる。また、管路は7.4 mの長さがあるが、孤立波の幅に比べて十分長いとも言えない。そこで今回平面ピストンを用いた駆動装置を新たに製作し、管路も10.6 mに延長して改めて実験をやり直した。

文献1では、観測された波形と伝播速度を理論結果と比較し、両者が概ね一致することを孤立波存在の根拠としている。本実験でもまずこの一致を再確認するとともに、孤立波の存在を示唆する非線形波動方程式の妥当性を数値シミュレーションで検証した。孤立波は散逸効果を全て無視した場合に存在するが、散逸を考慮した方程式が現実の実験結果をどれだけ正確に記述できるかを調べた。方程式が現実を忠実に記述できるとなれば、その散逸効果を抑えるようにすれば孤立波は存在できる。観測された波形・速度と理論結果との比較を直接的な検証とすれば、方程式の妥当性を調べることは孤立波の存在を間接的に検証するものである。

2. 理論のまとめ

音響孤立波の理論を纏めておく。詳しくは文献2、3を参照のこと。共鳴器列を取り付けた管の中の圧力波の伝播は、二つのパラメータによって特徴づけられる。一つは、共鳴器列の大きさを示すサイズパラメータ $\kappa (=V/Ad \ll 1)$ と、もう一つは共鳴器の固有角振動数 $\omega_0 (=Ba_0^2/L_cV)^{1/2}$ である。ただし、 V, A, d は、共鳴器空洞体積、管の断面積、取り付け間隔であり、 a_0, B, L_c は音速、スロート断面積とその有効長さである。非線形性の代表的な大きさを $\kappa/2$ にとり、管の中と共鳴器空洞内の超過圧をそれぞれ $p' = \kappa\gamma p_0 f/(\gamma+1)$ 、 $p'_c = \kappa\gamma p_0 g/(\gamma+1)$ （ただし、 p_0 は平衡圧）とおき、遠方場座標および遅延時間をそれぞれ $X (= \kappa\omega_0 x/2a_0)$ 、 $\theta [= \omega_0(t - x/a_0)]$ （ x, t は軸方向座標、時間）とおく。管壁やスロート壁面での境界層摩擦とスロートでのジェット損失を考慮すると、管の中を一方方向に伝播する圧力波の発展は次の非線形波動方程式で記述される：

$$\frac{\partial f}{\partial X} - f \frac{\partial f}{\partial \theta} = -\delta_R \frac{\partial^{1/2} f}{\partial \theta^{1/2}} - \frac{\partial g}{\partial \theta}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 g}{\partial \theta^2} + \delta_r \frac{\partial^{3/2} g}{\partial \theta^{3/2}} + g = f + \frac{\kappa}{2} \left[\left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right) \frac{\partial^2 g^2}{\partial \theta^2} - \frac{2V}{(\gamma+1)BL_c} \left| \frac{\partial g}{\partial \theta} \right| \frac{\partial g}{\partial \theta} \right]. \quad (2)$$

ここで、 δ_R, δ_r は小さな定数で境界層摩擦効果を表し、(2) のカギ括弧内の項は高次項で、第2項がジェット損失を表す。方程式(1)、(2)で全ての散逸項と高次項を無視し、 $\zeta (= \theta - sX; s$ は $0 < s < 1$ なる定数) にのみ依存する定常進行波解を求めると、次の孤立波解が得られる：

$$-4 \tan^{-1} \sqrt{\frac{f_+ - f_-}{f_- - f_+}} + \frac{2s}{\sqrt{-f_+ f_-}} \log \left| \frac{\Lambda^2}{(f_+ - f_-)f} \right| = |\zeta|. \quad (3)$$

ここで、 $f_{\pm} = -2(s-2/3) \pm \sqrt{-4s/3+16/9}$ 、 $\Lambda = \sqrt{-f_+(f_- - f)}$ 、 $-\sqrt{f_-(f - f_-)}$ である。

3. 実験の概要

3.1 実験装置

装置は、平面ピストン駆動装置の使用と管路を延長したこと以外は、以前用いたものと同じである。サイズパラメータは0.198である。装置の概略をFig.1に示す。加圧空気をTankに入れ、Mechanical Valveを開放することによってPistonを加速し、Rubberで受け止め静止させる。この結果、Tube内に圧力波が発生される。Tubeの駆動側と反対の端は平板で閉じてある。静止したピストン面は、駆動装置と管との接続面からFig.1で左側、0.225 mの位置にある。したがって、密封した空気の占める軸方向の長さは10.825 mになる。

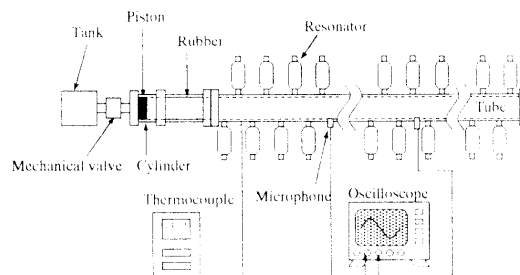


Fig.1 Experimental setup.

3. 2 初期波形

座標 x を平板に向かって正にとり、原点を管と駆動装置の連結面にとる。位置 $x = 0.4$ m で測定した超過圧力を平衡圧で割った量の時間波形を Fig. 2 に示す。電磁弁を用いた文献 1 の場合と違って、パルス背後に負圧が発生しないことがみられる。時間の原点はピーク時刻にとる。なお、空気温度 18.8°C 、気圧 $p_0 = 1.06 \times 10^5$ Pa、音速 $a_0 = 343.0$ m/s、固有振動数 $\omega_0/2\pi = 239.5$ Hz である。

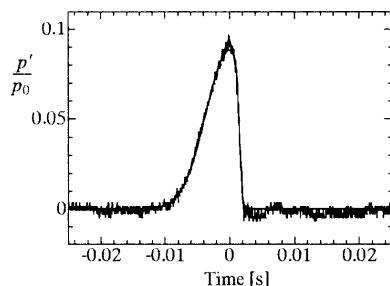


Fig. 2 Temporal pressure profile at $x = 0.4$ m.

4. 実験結果

4. 1 パルスの発展

位置 $x = 5.2$ m で測定した圧力波形を Fig. 3 に示す。多数のパルス波が観測されるが、これはピストン面と管の另一端での反射波である。Fig. 2 の初期波形が次第に孤立波のようなパルス波に発展していくのが見られる。番号 n を付けたパルスは、管を n 往復し x の正の方向に向かっている。

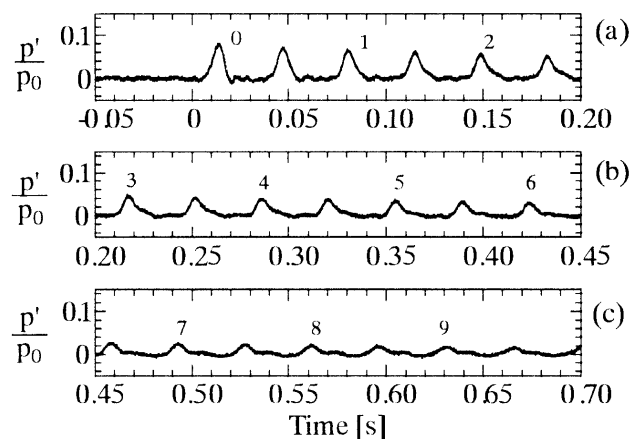


Fig. 3 Temporal pressure profile measured at $x = 5.2$ m.

4. 2 波形の比較

Fig. 3 の個々のパルス波の上に、ピーク値から求めた孤立波の波形を重ねるとよい一致が見られる。散逸効果が小さいので、初期パルスがある程度非線形性により変形した後は、局所的に孤立波の形をとるものと考えられる。Fig. 4 にはピーク圧力 p'_p と時間半値幅 ω_h^{-1} の関係を、Fig. 5 には p'_p と伝播速度 v と音速との差の測定値と理論値を示す。伝播速度はばらつくものの、半値幅はよい一致を示す。

5. 数値シミュレーション結果

波動方程式(1), (2)の初期値問題を解き、発展の様子を調べる。Fig. 2 の波形を次の関数で近似する：

$$\frac{p'}{p_0} = 0.0882 \times \left\{ \frac{1 - \tanh[2500 \times (t - 0.0016)]}{1 + \tanh 4} \right\} \exp[-(195.6 \times t)^2]. \quad (4)$$

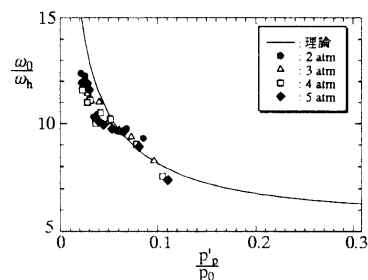


Fig. 4 Half-value width versus peak pressure

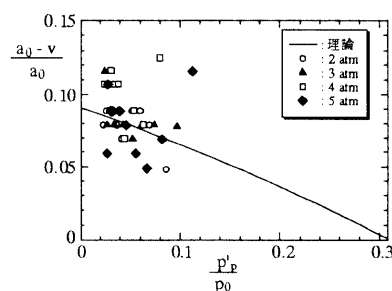


Fig. 5 Propagation speed versus peak pressure

ただし、 t は秒で測る。この式を f, θ に変換したものを、 $X = 0$ での初期値として与える。なお、 X の定義には任意の付加定数が許される。Fig. 3 のパルス 0, 1, 2, 3 の波形とシミュレーション結果を比較したものを Fig. 6 に示す。横軸は遅延時間 $t - x/a_0$ を表し、パルス波 n に対しては、 x は反射を考慮した距離 $l_M + 2nl$ をとる。ただし、 l_M は測定点と初期波形測定点の間の距離 4.8 m であり、 l は空気が占める全軸長さ 10.825 m である。位相のずれはあるものの、実線で示したシミュレーション結果は波形を定量的によく再現し、散逸効果を正しく捉えていると言える。

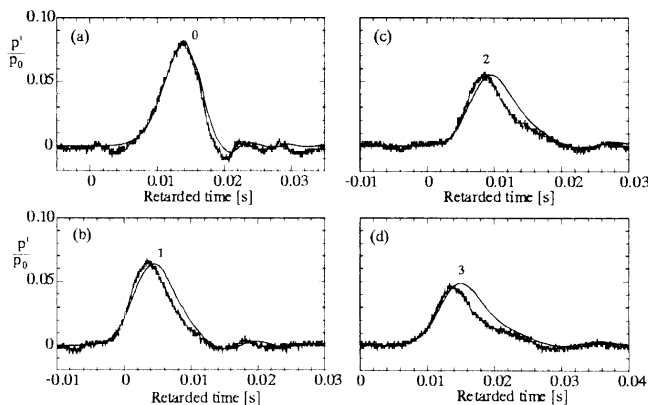


Fig. 6 Simulation of evolution from initial pressure pulse.

6. おわりに

数値シミュレーションと実験結果の大変よい一致から、方程式は十分信頼できるものであることが分かった。従って音響孤立波は、散逸効果を十分小さく抑えると、実際に存在すると結論できる。

引用文献

- 1) N. Sugimoto, M. Masuda, J. Ohno & D. Motoi: Phys. Rev. Lett., 83 (1999) 4053.
- 2) N. Sugimoto: J. Fluid Mech. 244 (1992) 55.
- 3) N. Sugimoto: J. Acoust. Soc. Am. 99 (1996) 1971.