日本流体力学会年会 2003 講演論文集

A-345

急拡大管路流れにおける熱伝達

Heat transfer in flow-channel with an expanded heating part

○ 秋永 剛 (同志社大・工), 水島 二郎 (同志社大・工)

Takeshi AKINAGA and Jiro MIZUSHIMA
Department of Mechanical Engineering, Doshisha University, Kyotanabe 610-0321, Japan

Heat transfer in flow-channel with an expanded part is investigated by numerical simulations. Cold fluid is assumed to come into the channel and take away heat from the hot upper and lower walls in the expanded part. The flow is steady and symmetric at low Reynolds numbers, but becomes oscillatory above a critical Reynolds number. It is found that buoyancy force destabilize the flow and that there are two kinds of instability modes either of which occurs depending upon the value of the Grashof number, and the critical Reynolds numbers are determined numerically.

1. はじめに

拡大部をもつ管路は平行平板間管路に次いで単純な管路の一つであり，自動車の排気管や熱交換器などさまざまな用途に用いられている．これらの管路の拡大部では，空気の除湿や温度調整，水の濾過などが行われる．たとえば，プレート型熱交換器においては，流路形状を凹凸にして伝熱面積を大きくすることにより流体と壁との間の伝熱を促進するが，その流路構造は急拡大管を連結した形である．急拡大管路流れの不安定性と遷移については Mizushima *et al.* により詳しく調べられ，ピッチフォーク分岐やホップ分岐など数多くの興味深い物理的現象が生じることが報告されている [1, 2].

急拡大部をもつ管路をプレート式熱交換器の一部であると見なし，急拡大部の上下壁が高温に加熱され，冷たい水で冷却する場合を考えれば，高温壁から熱を得て温度が高くなった流体は密度が小さくなり，重力により鉛直上向きに力を受ける．このように，浮力の影響により流れ場が変化し，その遷移も影響を受ける．逆に，水と高温壁との間の熱輸送も流れ場の遷移により影響を受ける．

近年，分析化学等の分野においては，マイクロ化学プロセスを可能にするデバイスとして，マイクロ熱交換器が注目されている．マイクロ化学プロセスの特徴は，単位面積あたりの表面積が大きいため伝熱面積が大きくとれ，効率的な熱交換が可能になることである．マイクロ熱交換器を利用すれば効率的に除熱することにより，高発熱反応の安定化や流体を急冷して反応を急停止することによって逐次反応中間生成物の合成が可能となる．これらデバイスの小型化に伴い，層流域の流れの詳細な研究が必要とされている．

ここでは，高温に熱せられた急拡大部の上下壁と流体との間の熱伝達を考え，流れの遷移と熱伝達との相互の関係を数値シミュレーションと線形安定性理論により調べる．

2. 基礎方程式と境界条件

拡大部をもつ対称管路流れにおける熱輸送を数値シミュレーションと安定性理論により調べる (Fig. 1)．急拡大部の上下壁は高温に加熱されており完全熱伝導壁と見なせ，その他の管路壁はすべて断熱壁であるとする．この管路に一定温度 (低温) の流体が流入し，急拡大部において加熱され，流出口より流出する．流れは２次元非圧縮性流れであると仮定し，浮力項を除いて流体の物性値は一定であるとするブジネスク近似を用いる．

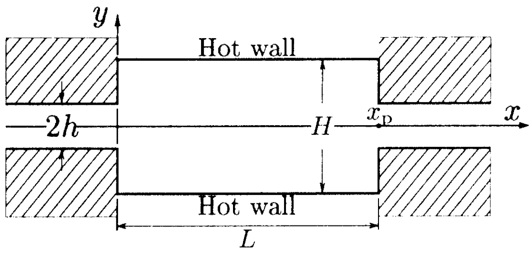

Fig. 1: Channel geometry.

２次元流を仮定しているので流れ関数 ψ と渦度 ω を導入することができる．このとき，流体運動と温度 θ は次の渦度輸送方程式，ポアソン方程式および熱拡散方程式により支配される．

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\boldsymbol{u} \cdot \nabla)\omega = \frac{1}{R}\nabla^2 \omega - \frac{G}{R^2}\frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\omega = -\nabla^2 \psi, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + (\boldsymbol{u} \cdot \nabla)\theta = \frac{1}{P}\nabla^2 \theta. \quad (3)$$

ここで，$\boldsymbol{u} = (u, v) = (\partial\psi/\partial y, -\partial\psi/\partial x)$ である．また，R はレイノルズ数，G はグラショフ数，P はペクレ数であり，次のように定義される．

$$R \equiv Uh/\nu, \ G \equiv \alpha g \Theta h^3/\nu^2, \ P \equiv Uh/\kappa. \quad (4)$$

ただし，U は流入口での最大流速，$2h$ は流入口における平板間距離であり，ν，κ および α はそれぞれ流体の動粘性係数，熱拡散係数および熱膨張率である．また，g は重力加速度，Θ は急拡大部における高温壁と管路に流入する流体との温度差である．

すべての壁面において流速は粘着条件を満し，流出口ではゾンマーフェルトの放射条件を満たすものとする．温度については，急拡大部の上下面は等温 (完全熱伝導) 条件を満たし，その他のすべての管路壁では断熱条件に従うものとする．

管路の形状を特徴づけるパラメータとして，拡大比 E，アスペクト比 A をそれぞれ，

$$E \equiv H/2h, \ A \equiv L/H \quad (5)$$

と定義する (Fig.1 参照).

3. 解析方法

流れ場および温度場の時間発展を数値シミュレーションにより調べる．基礎方程式 (1)，(2) および (3) を差分近似する．時間間隔は Δt=1/200，空間は格子状に等間隔分割し，その分割幅は Δx=Δy=1/10 とする．時間積分は 2 次精度ルンゲ・クッタ法を用い，空間微分は 4 次精度の中心差分近似を行う．ψ についてのポアソン方程式 (2) は，SOR 法により解く．

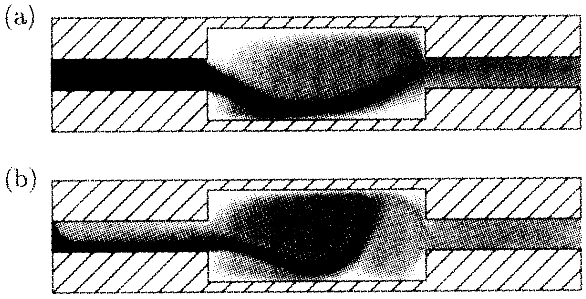

Fig. 2: Temperature field. $R = 40$, $P = 40$. Darkness indicates low temperature and brightness high temperature. (a) Steady state. $G = 1000$, (b) Oscillatory state. $G = 7000$.

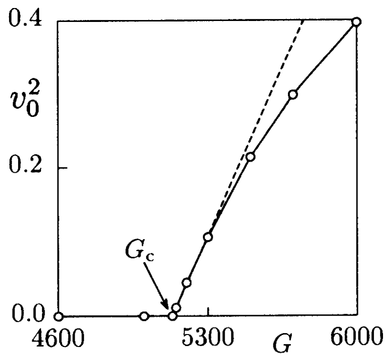

Fig. 3: Bifurcation diagram. R=40, P=40. G_c=5133. v_0 : amplitude of oscillation of v at $x = x_p$.

4. 計算結果

いろいろな拡大比 E とアスペクト比 A について急拡大管路中の熱輸送について調べた．ここでは，その代表例として，拡大比 $E = 3$，アスペクト比 A=7/3 の場合の計算例について説明する．熱輸送を伴う管路流れの代表的な計算結果として，レイノルズ数 $R = 40$，ペクレ数 $P = 40$ における温度場を Fig. 2 に示す．グラショフ数 $G = 0$，すなわち浮力の効果がないとき，流れは定常であり，$G = 1000$ のときでも定常である (Fig. 2(a))．$G = 7000$ になると流れは浮力効果によって振動流となる (Fig. 2(b))．Fig. 2 (b) は振動している温度場のある一瞬のスナップ・ショットである．この図で，濃度は温度を表しており，薄いところほど流体は高温度であることを示している．白い部分は急拡大部の上下面と同じ温度であり，黒い部分は流入する冷たい流体と同じ温度であることを示す．

ここで用いたレイノルズ数 $Re = 40$ においては，浮力の影響がなければ流れは定常である．グラショフ数を大きくしていくとき，ある臨界グラショフ数を越えると，流れは浮力の効果によって定常流は不安定となり，振動流へと遷移する．この遷移を調べるため，いろいろな G の値について数値シミュレーションを行った．振動流れの代表振幅として，管路拡大部の下流端 (Fig. 1 における座標 $x = x_{\rm p}$) における速度の y 成分の時間変動振幅 v_0 をとり，その 2 乗 v_0^2 をグラフに表すと，Fig. 3 のようになる．この図から，$v_0^2 \propto (G - G_{\rm H})$，$(G_{\rm H} = 5133)$ の関係が分かり，流れ場および温度場は $G_{\rm H} = 5133$ においてホップ分岐により定常流から振動流へ遷移をするという結論が得られる．

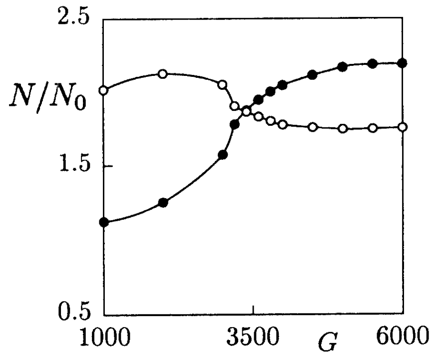

Fig. 4: Rate of heat transfer. N_0: heat transfer at $G = 0$. •: top boundary. ∘: bottom boundary.

管路を流れる流体は，管路拡大部において高温の上下壁を冷却する．上下それぞれの壁と流体の間の熱伝達量を N と表すと，N はレイノルズ数 R，プラントル数 P とグラショフ数 G の関数であるが，ここでは，代表例として $R = 40$，$P = 40$ の場合のみを取り扱い，グラショフ数のみの関数と考えているのでこれを $N(G)$ と表す．浮力の影響がない場合 $(G = 0)$ の壁と流体の間の熱伝達量を N_0 とおき，$N(G)/N_0$ の値を数値シミュレーションによって評価した．その結果を Fig. 4 に表す．この図で，●は上壁と流体との熱伝達量，○は下壁と流体との熱伝達量を表している．グラショフ数が $0 < G < 3395$ の範囲にあるとき，下壁から流体へ伝達される熱量が上壁から流体へ伝達される熱量を上回るが，$G > 3395$ においては熱伝達量はむしろ下壁よりも上壁の方が大きくなる．この理由として，グラショフ数が小さいとき，重力により冷たい流体の流れが下方に曲げられるため下壁と流体との温度伝達が促進されるが，グラショフ数が大きくなると，一度下壁に接触した流れが上壁の方に跳ね返り上壁と流体との熱伝達が促進されるためと考えられる．

ここでは，スパン方向の流れ場の変化とその方向の速度を考慮に入れず流れ場と温度場が 2 次元的であると仮定したが，このような流れはある臨界グラショフ数以上では 3 次元流に遷移することも知られており，今後は流れが 3 次元的であることの効果も考慮に入れて調べる必要があり，これは今後の課題である．

引用文献

[1] J. Mizushima, H. Okamoto & H. Yamaguchi: Phys. Fluids **11** (1997) 295-301.

[2] J. Mizushima & Y. Shiotani: J. Fluid Mech. **434** (2001) 355-369.