

## 垂直壁面を流下する高粘性の流体におけるソリトンの衝突実験

A collision experiment of solitons on a highly viscous fluid layer flowing down a vertical wall

○渡辺 誠司 (鳥取大工) 大信田 丈志 (鳥取大工) 川添 博光 (鳥取大工)

Seiji WATANABE, Takeshi OOSHIDA and Hiromitsu KAWAZOE  
Faculty of engineering, Tottori University, Minami 4-101, Koyama, Tottori, 680-8552

It is not sensible to apply the energy balance analysis to the stability problem of falling film flows. The reason is that the neutrally stable cases occur only for very large viscosity, where dissipation is so large that energy balance gives no insight into the instability mechanism. Furthermore, a soliton-like behavior is predicted in the high-viscosity limit, which seems quite paradoxical from the viewpoint of the energy balance. In order to verify this theoretical prediction, we perform a series of experiments to observe an elastic collision between solitary waves on a vertical falling film flow with very large viscosity. As a solid boundary, both a plain wall and a circular string are tested. The collision is more elastic in the latter case, apparently due to the absence of the side walls.

## 1. はじめに

傾斜壁面上の液膜流の表面波を考える際、エネルギー収支的な考え方でその不安定性メカニズムを解明しようという研究がある<sup>[1]</sup>。しかし、液膜流のような高粘性の系(エネルギー散逸の大きい系)の波動現象はエネルギーや運動量保存とは全く関係のないメカニズムで成り立つことも考えられる<sup>[2], [3]</sup>。

さらに、液膜流の高粘性極限では、表面波はソリトンの挙動を示すことが理論的に予言される。高粘性極限でソリトンが現れる例として、Scott と Stevenson による「マグマソリトン」<sup>[4]</sup>が知られているが、液膜流の高粘性極限がソリトンに帰着することはあまり知られていない。我々は、マグマソリトンと液膜流の両者は連続的につながっており、その背後には運動量でもエネルギーでもない奇妙な保存量が存在すると考えている<sup>[2], [3]</sup>。液膜流の安定性理論においては、このような保存量に着目することで、エネルギー収支とは異なる視点から、より深い理解が得られる可能性がある。

上記のような理論的予言を検証するため、我々は、まず高粘性極限での平板上の液膜流を対象に、ソリトンの衝突実験を行った<sup>[5]</sup>。その結果、ソリトンの衝突の典型である“波の跳ね返り現象”が部分的には観測されたが、明確な証拠をとらえるには至らなかった。

そこで本研究では、側壁面や表面張力の影響をできる限り少なくするため、細い軸に沿って粘性流体を流下させる“擬似的軸対称流れ”におけるソリトンの衝突実験を行った。

## 2. 「マグマソリトン」と「はちみつソリトン」

マグマソリトンを記述する弱非線形方程式は、Benjamin-Bona-Mahony(BBM) 方程式

$$(1 - \partial_x^2) \partial_t \eta + (c_0 + c_1 \eta) \partial_x \eta = 0$$

に類似した方程式になる。BBM 方程式は可積分ではないが、KdV 方程式の第1, 第2, 第3保存量と類似した3つの保存則をもち、かなりの程度まで“ソリトンらしい”挙動を示す。すなわち、マグマの上昇運動のようなきわめて粘性的な系が、ソリトンの挙動を示す方程式に帰着する<sup>[2], [3], [4]</sup>。

そこで、マグマソリトンとBBM 方程式との対応をより明確にするため、軸対称な通路内の上昇流を考える代わりに、平らな垂直壁面上を重力で流下させることを考えた。本研究ではこれを文献<sup>[2], [3]</sup>に従い「はちみつソリトン」と呼ぶ。なお、実際の実験はハチミツではなく水ガラスを用いた。

垂直壁面上または斜面上を重力で流れる薄い流体の自由表面流は、一般に“液膜流”と呼ばれ、特徴的な表面波が生じることが知られている。液膜流の波動では、非線形性・分

散性・波の成長・波の安定化の4つの要因がすべて重要になる。ここでは、その4つを高次まで取り入れた弱非線形方程式、すなわち“正則化方程式”<sup>[2]</sup>の高粘性極限を考える。

ここで、正則化方程式 (Ooshida 1999)<sup>[2]</sup>は次式で表せる。

$$\partial_t h + \partial_x \left( \frac{2}{3} h^3 - h^2 \partial_x \partial_t h \right) = \partial_x \Lambda$$

$$\Lambda = \frac{2}{3} \left[ \frac{2}{7} R \partial_t (h^5) + \partial_x \left( \frac{\cos \alpha}{4} h^4 + \frac{72}{245} R h^7 \right) - W h^3 \partial_x^3 h \right]$$

$$h = [\text{液膜厚さ}] = h(x, t)$$

この方程式について高粘性の極限操作を行うと  $\Lambda$  が近似的に0となり  $h/h_0 = 1 + \eta$  とおくとBBM 方程式に似た式が得られる。さらに適当な変形を行うと少なくとも3つの保存量が導出される。

興味深い点は、このようなエネルギー散逸の大きい系であるにも拘わらず、3つの保存量が存在することである。この保存量は運動量でもエネルギーでもなく、物理的意味が分かっていない奇妙な保存量であり、これが数値計算<sup>[3]</sup>においてソリトンの挙動を実現する原因と考えられる。

図1に「はちみつソリトン」の実験結果を示す<sup>[5]</sup>。大きさの異なる2つの孤立波を衝突させたものである。その結果、衝突の前半は波の高さが入り替わるといった弾性的な衝突が見られたが、衝突後2つの波が離れていくという現象は見られなかった。この原因として、壁面の存在にともなう3次元的表面変形における表面張力の影響が考えられる。

そこで、表面張力の影響を極力少なくするため、擬似的な



Fig.1 Collision of two solitons (film flow).

軸対称型の流れでこれと同様の衝突実験を行った。

### 3. 実験装置

実験装置の概略を図2に示す。流体を一時的に貯めておくタンクを上部に設置し、そこから細管状の流入部へと滑らかにつながる。流入部の出口は直径6mmの円形になっており、その中心を通る針金に軸対称に粘性流体を流下させるように設計されている。また、このチューブ状の流入部の断面積を一時的に変化させることにより、流量を増減させて流路上に部分的な塊としての孤立波を形成させることができる。軸として使用した針金の寸法は直径3mm、長さ1000mmである。

流体には水ガラス(珪酸ナトリウム)溶液を用いた。水ガラスは水に容易に溶け、濃い水溶液は水飴状である。また、水を混ぜることにより粘度調節が可能である。この原液の粘度は約2000poiseであり、これははちみつの約10倍の粘度に相当する。

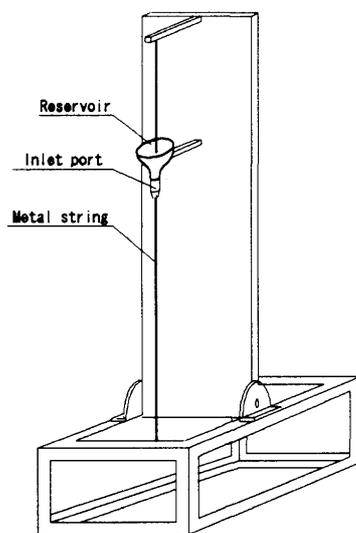


Fig.2 Experimental apparatus.

### 4. 実験結果及び考察

実験による軸対称の高粘性ソリトンの衝突の様子を図3に示す。最初、先行波は振幅が小さく、後続のものは大きな2つの孤立波が進行し、両者は次第に近づいていく。そして両者が最接近した際、これらは相互作用し、その高さを入れ替えた後、徐々に離れていく。これは弾性的な波の跳ね返り現象と見られ、したがってこの系ではソリトンの挙動に近い現象が発生していると推察される。図4はこの系の衝突の様子を位置と時間のグラフで表現したものである。大小2つの孤立波が近づいていき、その後、離れていく様子が見られる。一方、2つの孤立波の大きさが極端に違った場合、このような相互作用は発生せず、2つの孤立波は合体してしまい、衝突は非ソリトンのものとなった。この原因としては、大きい方の波の振幅が波長に対して大き過ぎるため、波が突っ立ってしまい、小さな波を巻き込むような状態になったと考えられる。

以上の結果から、少なくとも「高さ入れ替え型」のソリトンの弾性衝突が発生したことから、この系は保存的であることが確かめられた。このような高粘性で、エネルギー散逸の支配的な系がソリトンの挙動を示すことは、理論で予言されたような、運動量でも、エネルギーでもない何らかの保存量の存在がその背後にあることを示している。

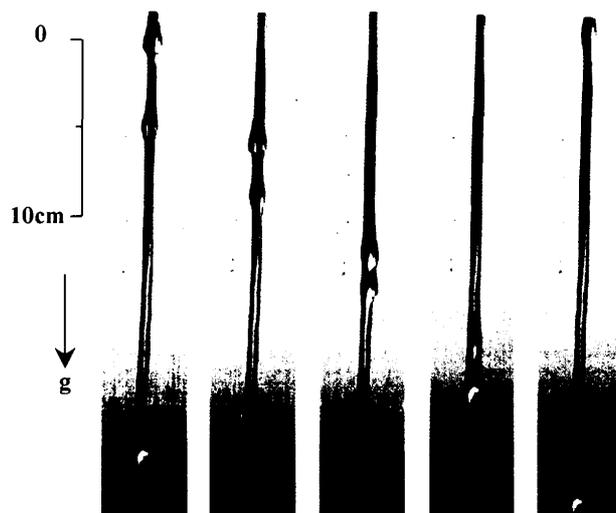


Fig.3 Collision of two solitons traveling down a metal string.

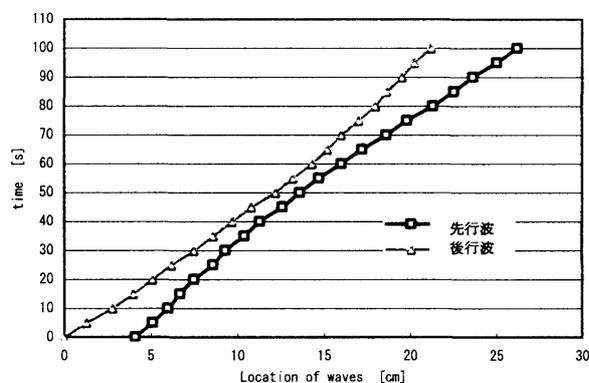


Fig.4 x-t diagram for two solitons.

### 5. 終わりに

高粘性の極限でかつ垂直壁に沿った液膜流において、孤立波がソリトンの挙動を示すという理論的根拠<sup>[2], [3]</sup>を元に、その条件からは少し外れるものの、軸対称流れを対象にソリトンの衝突実験を行った。その結果、2つの波が跳ね返るといった理想的な弾性衝突に近い挙動、すなわちソリトンの挙動が観測された。これは理論で予言された奇妙な保存量の存在<sup>[2], [3]</sup>を支持するものである。今後は平板上の液膜流での実験の改良を行い、理論の実証を目指す。

### 参考文献

- [1] R.E.Kelly, D.A. Goussis, S.P. Lin, & F.K. Hsu, The mechanisms for surface wave instability in film flow down an inclined plane, *Phys. Fluids A1*, 819, 1989.
- [2] Ooshida Takeshi, Surface equation of falling film flows with moderate Reynolds number and large but finite Weber number, *Physics of Fluids*, Vol. 11, pp.3247-3269, 1999.
- [3] 大信田丈志, 渡辺誠司, 川添博光, 近可積分系としての高粘性液膜流, 京都大学数理解析研究所研究集会「波動の非線形現象とその応用」, 2003開催.
- [4] D.R.Scott, D.J.Stevenson & J.A.Whitehead, Jr.: Observation of solitary waves in a viscously deformable pipe. *Nature*, No.319, pp.759-761, 1986.
- [5] 渡辺誠司, 大信田丈志, 川添博光, 高粘性自由表面のソリトンの挙動, 日本機械学会関西支部第79期定時総会講演会講演論文集, No.044-1, pp.8-11-12, 2004.