日本流体力学会年会2004講演論文集
F 114

波動方程式に基づく音波のシミュレーションの新しい試み

New method for the simulation of sound wave based on wave equation

○割田真弓（お茶大人間文化），北村史郎（iCFD），河村哲也（お茶大人間文化）

Mayumi WARITA*, Siro KITAMURA** and Tetuya KAWAMURA*
* Graduate School of Humanities and Sciences, Ochanomizu University, Tokyo, 112-8610, Japan
** Institute of Computational Fluid Dynamics, Tokyo, 152-0011,Japan

Propagation of the sound wave in a closed region is simulated by solving the wave equation. The wave equation is solved directly by using finite difference method. This approach enables us to treat the diffraction and the interference of wave that are typical phenomena. We have found that sixth-order central difference scheme is the most desirable for one-dimensional simulation for both accuracy and memory resource. In addition, it is needed to employ suitable boundary conditions. In this present study, we apply several absorbing boundary conditions including artificial viscosity term. The results showed the reflection and dumping of wave on the boundary.

1．緒論

空気中の音波の伝播は，人にとって身近な流体の運動である．コンサートホールや劇場など，音の響きが大切な空間はもちろん，住宅やオフィスなど人の周りには様々な音響空間が存在する．そのような音響空間を設計する際や，騒音問題などを考える際には，音を予め予測する必要がある．近年，音の予測の手段として数値シミュレーションが有効な方法と考えられている．

音は波としての性質と粒子としての性質の 2 つをもっているため，室内音響での音の捉え方にも「幾何音響」と「波動音響」の 2 通りの考え方がある．音楽ホールのような波長に比べて寸法の長い領域では，幾何音響的なとらえ方で十分予測が可能であるが，部屋の寸法が波長に近くなる周波数領域では波動性による定在波現象が起きるため，幾何音響的なとらえ方は困難である．

われわれは様々な室内空間における音波の伝播をシミュレーションすることを目的としているため，波動性を考慮することを考えた．そこで，波動方程式を差分法を用いて解くことにより，音波の数値シミュレーションを行ってきた．これまでは差分スキームや計算に必要な格子点数の概算を行ってきたが，それらをふまえた上で波の吸収や反射に着目することにし，本発表では、波の減衰を粘性によって近似したものと，吸収境界条件と反射条件を組み合わせたものとを比較した．

2．基礎方程式

2．1　波動方程式

基礎方程式として，波動方程式を用いている．現段階では 1 次元で評価を行っているため，1 次元の波動方程式を以下に示す．

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} = 0 \tag{1}$$

2．2　粘性を考慮した波動方程式

Navier-Stokes 方程式を元に，粘性項を加えた波動方程式を導出した．1 次元の連続の方程式と運動方程式は，以下の通りである．

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u\frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\mu\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \tag{3}$$

これらを元に，一様な密度と圧力をもち，静止している流体を考えると，

$$\rho = \rho_0 = 一定$$
$$p = p_0 = 一定$$
$$u = 0$$

これは連続の方程式と運動方程式を満たしている．ここで，静止状態に対して微小な変動が加わって，流体の密度，圧力，速度がそれぞれ，$\rho_0+\delta\rho$, $p_0+\delta p$, δu となったとすると，微小な変動量について 2 次以上の項を無視する近似のもとに式変形を行い，以下の式が得られる．

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho}c_0^2\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\mu\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2\frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial x}\mu\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \tag{5}$$

(4)式は運動方程式を変形した式で，(5)式は波動方程式に粘性項を加えた式である．粘性を考慮する部分においては，(4)式を用いて速度を求め，計算を行った．

3．計算方法

3．1　差分方法

時間方向においては 2 次精度中心差分，空間方向においては 2 次精度中心差分，4 次精度中心差分，6 次精度中心差分を用いて解いた．

3．2　反射条件

自由端反射と固定端反射を用いた．以下にそれぞれに課した境界条件を示す．

（自由端反射）　$\frac{\partial \rho}{\partial t}(t,0) = 0$

（固定端反射）　$\rho(t,0) = 0$

3．3　吸収条件

本研究では，波の吸収を実現するために粘性を用いて波の減衰を行う方法と，吸収境界条件 [3] と反射条件を組み合わせた方法の 2 通りの方法を試した．粘性を用いた方法では，吸収体の表面に反射条件を課し，吸収体付近に粘性を加えた．吸収境界条件を用いた方法では，吸収体の表面に吸収境界条件と反射条件を組み合わせた条件を課した．

4．計算結果

粘性項を加えた方法と吸収境界条件と反射条件を組み合わせた方法で減衰反射の再現を行い，観察した．粘性項を

加えた場合には粘性率μで，吸収境界条件と反射条件を組み合わせた場合にはそれらの組み合わせ方で吸収率を変化させることができた.2つの方法の計算結果をFig.1に示す.下図の計算では両端に幅をもった吸収体をおいた.(a)では,吸収体の表面に吸収境界条件と反射条件を組み合わせた条件を課した.(b)では，吸収体の表面近くに粘性をもった部分を作り，吸収体の表面には反射条件を課した.(a)は自由端反射，(b)は固定端反射になっている.また，(a)において吸収境界条件と反射条件の組み合わせの比率をｒとした.

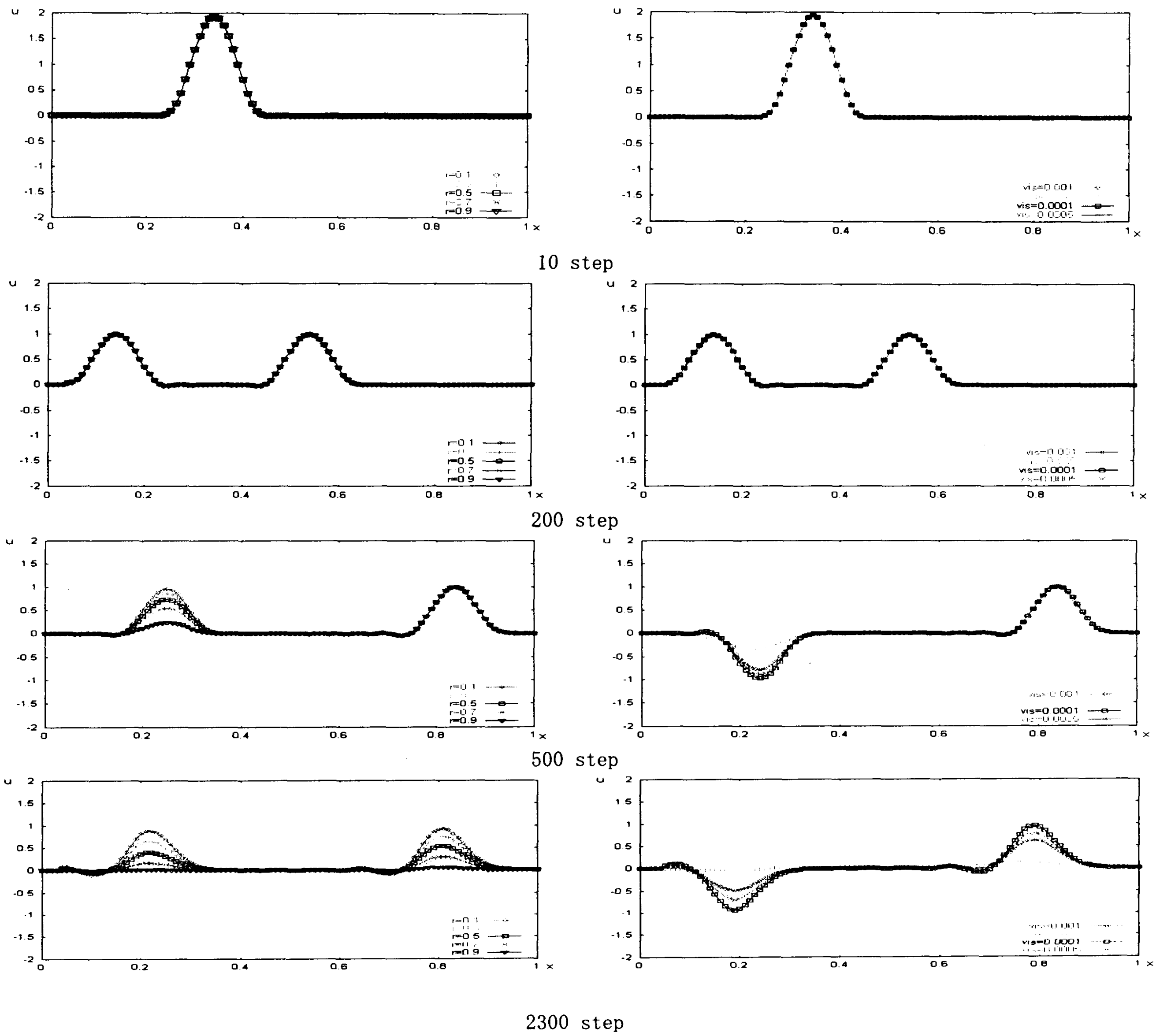
5．まとめ

本研究では，波動方程式を用いた音波の数値シミュレーションにおいて，壁面に吸収条件を課した計算を 2 種類の方法で行い，比較した.今後は，反射率や透過率を計算し評価を行い，また波の減衰反射については他の方法を含めて検討を続けていく.

さらに,3次元化して室内空間における音波の伝播の数値シミュレーションを行い，実際の音波の伝播の様子と比較検討する予定である.

引用文献

1) 小橋　豊:「音と音波」，裳華房.
2) 古井　貞熙:「音響・音声工学」，近代科学社.
3) B.Engquist and A.Majda : Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves, Math. Comp., 31, (1977) 629-651.
4) 割田　真弓，北村史郎，河村哲也：閉空間内における音波の伝播の数値シミュレーション，第53回理論応用力学講演会講演論文集，(2004) 583-584.



(a) absorption + reflection boundary (r=0.1,0.3,0.5,0.7,0.9)

(b) viscosity + reflection boundary (μ=0.001,0.005,0.0001,0.0005)

Fig. 1. Time history of wave amplitude