

非局所分散項を持つ 2 次元非線形浅水波方程式の解析

Analysis of two-dimensional nonlinear shallow water equation with nonlocal dispersion

○辻英一, 九大応力研, 816-0812 福岡県春日市春日公園 6 の 1, E-mail:tsuji@riam.kyushu-u.ac.jp

A.V.Porubov, Ioffe Institute, St. Petersburg 194021, Russia, E-mail:porubov@math.ioffe.ru

及川正行, 九大応力研, 816-0812 福岡県春日市春日公園 6 の 1, E-mail:oikawa@riam.kyushu-u.ac.jp

Hidekazu TSUJI, Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University, Kasuga, Fukuoka 816-8580, Japan

A.V.Porubov, Ioffe Institute, St. Petersburg 194021, Russia

Masayuki OIKAWA, Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University, Kasuga, Fukuoka 816-8580, Japan

Shallow water wave described by a reduced equation with non-local term is discussed. With the assumption of a certain scaling of wave length, we consider the model equation which has both KdV-type dispersion and BO-type (nonlocal) dispersion. After the certification of the steadily progressive solitary wave solution which was numerically obtained before, the overtaking interaction of the two solitary waves in 1-dimensional space and the time-development of a localized hump as a initial condition in 2-dimensional space are investigated.

あるスケールを持つ浅水波のモデル方程式として, 以下の方程式 (KdV-BO 方程式) が Khmara 達によって提案された.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + b \mathcal{H} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right] + \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0, \quad \left(\mathcal{H}[f(x)] \equiv \frac{1}{\pi} \text{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x')}{x' - x} dx' \right). \quad (1)$$

ここで, b はパラメータである. Khmara 達は, この方程式の孤立波解を数値的に与えたが, その解の性質には言及していない.

本研究ではこの孤立波解の追い越し相互作用や, さらに 2 次元に形式的に拡張した方程式 (KP-BO 方程式)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + b \mathcal{H} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right] + \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad (2)$$

(y 方向は主要な進行方向 x に対して直角の方向に取る) での, 二次元波動伝播について調べた.

まず, 1 次元系での追い越し相互作用について調べた結果を図 1 に示す. 振幅の違う二つの孤立波 (進む向きは x 方向の正の向き) を振幅の大きな方を後方に置いた状態から時間発展をすると, 振幅の大きい孤立波が追いつき相互作用を行う. その後の結果が図 1(b) であるが, 相互作用後も同様の孤立波が個性を保って伝播している. このことから 1 次元系での孤立波はソリトンのような相互作用をする事がわかった.

次に KP-BO 方程式で記述される 2 次元系を考える. ここでは, 局在した波形を初期条件とした時の時間発展を調べた. 時間の経過に伴い, 局在している部分は主に後方 (x の負の方向) に拡散し U 字形の波形ができる. また最も高い振幅を持つ部分はゆっくりと前方に進む. 図 2 はある程度波形の変化が落ち着いた状態である. 同じ初期条件を KP 方程式で計算した場合と比較すると, 本質的な部分はあまり変わらないが, KP 方程式の場合より, 拡散の速度が速くなっている. この特徴は, b が正の値を持つ場合に分散性が強まる事から定性的には説明できる.

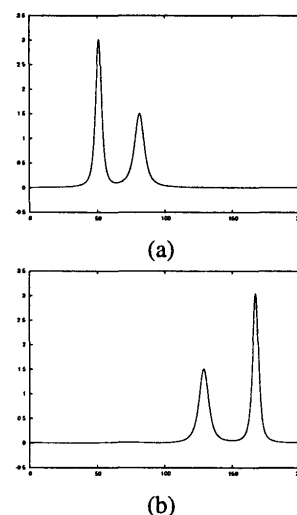


Fig. 1 Overtaking interaction of the solitary waves (amplitude is 3 and 1.5) of KdV-BO eqn. for $b = 1$. (a) $t = 0$ (b) $t = 125$.

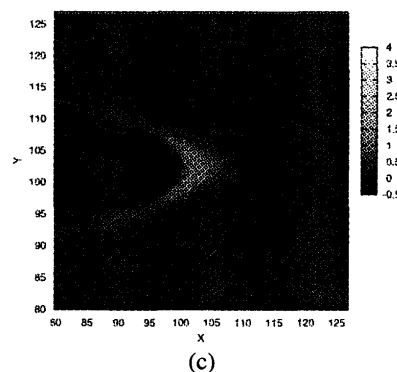


Fig. 2 Development from the localized initial condition of KP-BO eqn. with $b = 3$. (c) $t = 2.0$.