

準地衡風鉛直 2 重回転楕円体渦の不安定性

Instability of vertical quasigeostrophic double spheroidal vortices

○堀 祐輔, 電通大院, 〒182-8585 東京都調布市調布ヶ丘 1-5-1, E-mail: hori@miyazaki.mce.uec.ac.jp

佐藤 慎吾, 有沢製作所, 〒943-8610 新潟県上越市南本町 1-5-5, E-mail: lawson@xg8.so-net.ne.jp

宮寄 武, 電通大, 〒182-8585, 東京都調布市調布ヶ丘 1-5-1, E-mail: miyazaki@miyazaki.mce.uec.ac.jp

Yusuke HORI, Univ. of Electro-communications, 1-5-1, Chofugaoka, Chofu-shi, Tokyo, 182-8585, Japan

Shingo SATO, Arisawa Mfg. Co. Ltd, 1-5-5, Minamimotomati, Joetsu-shi, Niigata, 943-8610, Japan

Takeshi MIYAZAKI, Univ. of Electro-Communications, 1-5-1, Chofugaoka, Chofu-shi, Tokyo, 182-8585, Japan

A family of exact solutions of the quasi-geostrophic equation, representing N -confocal vertical spheroids, is presented. The linear instability of double spheroidal vortices is investigated. Vortices with monotonic vorticity distribution are stable. Two possibly unstable cases are studied in detail, i.e., 'shielded vortices' and 'hollow vortices'. Two types of instability are found for 'hollow vortices'. The first instability is the Rayleigh-type instability that occurs for concentric vortex patches with non-monotonic radial vorticity distribution. The second instability is caused by resonance between two vortex waves traveling along the inner and outer spheroids. In contrast, no resonance induced instability is found for 'shielded vortices'. Nonlinear developments of unstable vortices are computed numerically, based on the CASL-algorithm.

1. 緒言

一般に大規模な地球流体運動は地球自転と密度成層のため準二次的なものとみなすことができる鉛直高さの異なる面ごとに別々の二次元運動が存在する。このような流体運動は準地衡風近似で記述される。地球流体現象に特徴的な流体運動の 1 つに渦運動が挙げられる。単調な渦度分布を持つ渦は一度形成されると長い期間安定に振舞い、このような渦が広域流れに大きな影響を与えていると考えられている。また、海洋や実験等でみられる渦の中には、遠方から見た場合、内渦の持つ渦度と外渦の持つ渦度が異符号で渦全体として渦度の強さが 0 になる Shield された渦や、内側の渦の内側に渦度を持たない Hollow 渦がみられる。

本論文では鉛直 2 重扁長 (Prolate) 回転楕円体渦、鉛直 2 重扁平 (Oblate) 回転楕円体渦の線形安定性を求める。それぞれ Shield された渦と Hollow 渦の二つの場合について調べる。また、その結果を CASL 法⁽¹⁾による数値計算と比較する。

2. 結果

2.1 線形不安定性

境界面 ξ_1, ξ_2 と基本流 Ψ に攪乱を加える。 $\psi'_1, \psi'_2, \psi'_3$ を Legendre 陪関数で表記し、境界条件を用いて ω に関して分散関係を与える 2 次方程式が得られる。Legendre 陪関数の各モード n について、特徴的な変形を示すモード $|m| = n$ の場合の変形を Fin 型、モード $|m| = 1$ の場合の変形を Bending 型とした。

2.2 鉛直 2 重回転楕円体渦の不安定性の解析結果

ポテンシャル渦度が $q_1 > q_2 > q_3 = 0$ (q_1 固定) と単調減少する渦は安定になることが確認できた。Shield された渦、Hollow 渦での線形不安定性についてそれぞれ Prolate 渦、Oblate 渦において、Legendre 陪関数のモード n の値を $n = 2$ から $n = 6$ の場合の不安定成長率 $\text{Im}(\omega)$ の数値計算をした (図 1 は左側に Shielded-Prolate 渦、右側に Hollow-Prolate 渦)。

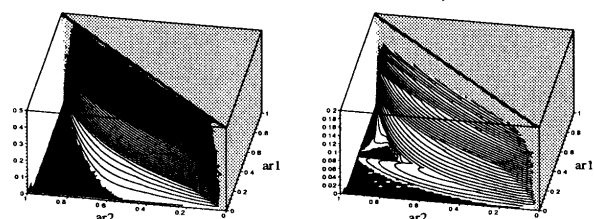


Fig. 1. Instability growth rate (left: Shielded-Prolate, right: Hollow-Prolate).

Oblate 渦よりも Prolate 渦のほうが安定な領域が広いことが

分かった。Prolate 渦、Oblate 渦共に Bending 型でも Fin 型でもない $n = 3, m = 2$ のモードが支配している不安定領域が存在した。Hollow 渦は内側の渦を伝播する波と外側の渦を伝播する波との回転角速度が一致する共鳴現象が起きる不安定領域を形成した。Shield された渦や Hollow-Prolate 渦では、内側の渦と外側の渦のアスペクト比が近い領域において Fin 型のモードが現れていることから Rayleigh 不安定性が起きていると考えられる。

3. CASL 法による数値計算結果

2.1 で求めた線形安定性の信憑性と非線形効果による渦の変形を調べるため、CASL 法での数値計算を行った。Shielded-Prolate 渦は十分な時間発展後 Dipole 的な渦運動が確認された。Fin 型の Shielded-Prolate 渦では内側の渦が横に引き伸ばされてから Dipole 的な渦運動をしたのに対し、Bending 型の Shielded-Prolate 渦では内側の渦が上下にひきちぎられた後に Dipole 的な渦運動をした。Hollow 渦は内側の渦から変形が始まり、内側の渦の変形が大きくなると、外側の渦も内側の渦の影響を受けた。不安定成長率の値が近いモードを二つ以上持つアスペクト比では、最大の不安定成長率のモードが出ないこともあった。

4. 結言

- ポテンシャル渦度が $q_1 > q_2 > q_3 = 0$ と単調に渦度が減少するときの渦は安定になることが線形不安定性及び CASL 法で確認できた。
- Shield された渦より Hollow 渦のほうが安定領域は広い。
- Oblate 渦よりも Prolate 渦のほうが安定な領域が広い。
- アスペクト比 $\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ と $\frac{\alpha_2}{\alpha_1}$ の値が近い領域では不安定成長率の値が高く、渦が崩壊するまでの時間が短い。
- Hollow 渦では共鳴現象を起こす不安定領域を形成した。
- Shield された渦において、Prolate 渦では Dipole 的な渦運動が確認された。これは熱・物質輸送の現象に活かすことができると期待される。また、Oblate 渦では Fin 型以外のモードは存在しなかった。
- Hollow 渦において、どの渦も内側の渦から変形し、時間発展して内側の渦の変形が大きくなると、外側の渦も内側の渦の変形の影響を受ける。両者の違いとして Prolate 渦では Bending 型の線形不安定性を確認できた。

参考文献

- (1) D.G.Dritschel and M.H.P.Ambaum: 1997, *Q.J.R. Meteorol. Soc.* **123**, 1097-1130