

磁場対流の解の分岐 Bifurcations in Magnetoconvection

○戸次直明, 日大工, 福島県郡山市田村町徳定中河原 1, E-mail: bekki@ge.ce.nihon-u.ac.jp
森口博文, 岐阜高専, 岐阜県本巣市上真桑, E-mail: moriguti@gifu-nct.ac.jp
Naoaki Bekki, Coll. Eng., Nihon Univ., Koriyama Fukushima 963-8642, Japan
Hirofumi Moriguchi, Gifu Natl. Coll. Tech., Motosu, Gifu 501-0495, Japan

A Hopf bifurcation is numerically investigated in the two-dimensional Boussinesq magnetoconvection with a square cell when the imposed magnetic field is strong enough. It is found that bifurcation structure for the magnetoconvection supports the Ruelle-Takens-Newhouse route to turbulence in a certain region of parameters. It is also shown that the vertical magnetic field is expelled from most of the strong convective region and concentrated at the lateral boundaries.

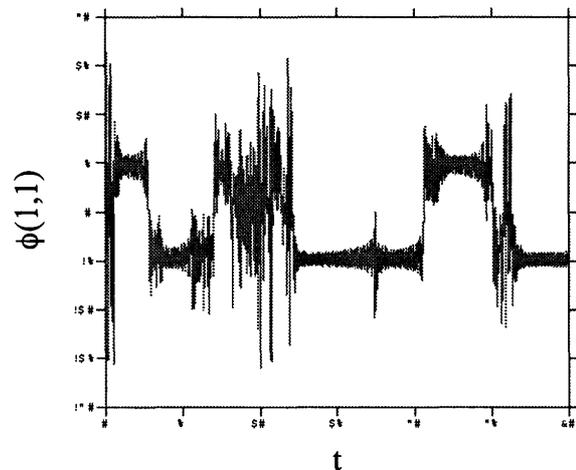
要旨

太陽フレアやコロナの活動は複雑であり、地球磁場にも多大の影響を与え、大きな磁気嵐などによって地上の通信システムも多大の損害を受けている。この複雑な現象を理解するために、太陽黒点付近のプラズマの対流運動のメカニズムについて数理的に考察することは重要である。また、磁場閉じ込め方式による熱核融合プラズマの異常拡散の問題とも関連して重要である。簡単のために、2次元ブシネスク磁場対流を記述する2次元電磁流体力学方程式(非線形偏微分方程式)系を基礎方程式系として採用する。境界条件は応力なしの境界条件を採用する。磁場対流に関しては、チャンドラセカール⁽¹⁾、ペロニス⁽²⁾、ワイス⁽³⁾などによる先駆的な研究がある。磁場対流系を力学系の視点から捉えるため、臨界点付近で摂動展開した少数自由度系モデルを調べた結果、多くの新しい知見を得た^{(4), (5), (6)}。我々はこれまで、少数自由度系と非線形偏微分方程式系の数値解の比較を行い、余次元3分岐点近傍のパラメータの値(アスペクト比が小さい場合)に対しては、それぞれの解は定性的によく一致していることを数値的に確認し、物理学会で報告した。今回は、強い外部磁場が存在する場合の正方セル(アスペクト比=1)のロール解の振る舞いを数値的に調べた。レイリー・ベナール対流の場合と違って、やや強い外部磁場が存在すれば(大きなチャンドラセカール数に対応)、磁場対流系では、レイリー数を大きくしていくに従って、ロール解は静止解からホップ分岐をする。このホップ分岐をした周期解は、非線形性が強くなるにつれて、サブクリティカル分岐の定常解と競合する。もし、この力学系に双曲型不変集合が存在すれば、不安定多様体と安定多様体が大域的に極めて複雑な構造を持ち得ること、また、この系の構造安定性を議論することができる。少数自由度系では、最終的に、定常ロールパターンを示す。しかし、非線形偏微分方程式系では、レイリー数を大きくしていくに従って、定常ロールパターンではなくて、周期解の不動点が不安定化して、バーストが発生し、ローレンツタイプのカオスを示すこと等が明らかになった。これらの考察は磁場対流系の相空間における数値解の周期軌道の解析に基づく。この非線形偏微分方程式系から数値的に得られたローレンツタイプのアトラクターはかなりロバストであり、有名なローレンツアトラクターとかなり似ている。

磁場対流を記述する非線形発展方程式を応力なしの境界条件のもとに初期値問題として解く。時間発展については4次のルンゲ・クッタ法、非線形項については擬スペクトル法を使う。

規格化されたレイリー数(r)を大きくしていくとき、ロール解は、線形解析に従って、 $r=15$ ($r_{cr}=14.96$)のとき、静止解からホップ分岐をする。この周期解は、非線形性が強くなるにつれて、サブクリティカル分岐の定常解と競合する。レイリー数が $14.96 \leq r \leq 20$ のとき、その周期解は、少数自由度系と非線形偏微分方程式系の数

値解と定性的に一致している。更に、レイリー数を大きくすると、少数自由度系では、定常ロールパターンを示すけれども、非線形偏微分方程式系では、周期解や準周期解の不動点が不安定化して、バーストが発生し、ローレンツタイプのカオスを示す。図1は、流線関数(ポテンシャル)をフーリエ級数展開した基本モードの時系列である。そのモードの振幅が ± 5 が周期点に対応して、その周期点がフリップ・フロップして不安定化している様子が図から分かる。



鉛直方向への熱流速量を特徴付ける空間平均をしたヌッセルト数の時系列は、図1の時系列のロールの回転方向が反転する時刻と一致している(ここには示していない)。これは、この時刻に熱流速量が異常に増えることを示している。