日本流体力学会年会 2006
AM06-03-002

乱流の大規模直接数値計算に基づくマルチフラクタル解析

Multifractal Analysis by Using High-Resolution Direct Numerical Simulation of Turbulence

○石原　卓, 名大院工, 名古屋市千種区不老町, E-mail:ishihara@cse.nagoya-u.ac.jp
樋口裕孝, 名大院工, 名古屋市千種区不老町, E-mail:higuchi@fluid.cse.nagoya-u.ac.jp
金田行雄, 名大院工, 名古屋市千種区不老町, E-mail:kaneda@cse.nagoya-u.ac.jp
Takashi Ishihara, Graduate School of Engineering, Nagoya University, Nagoya, 464-8603
Hirotaka Higuchi, Graduate School of Engineering, Nagoya University, Nagoya, 464-8603
Yukio Kaneda, Graduate School of Engineering, Nagoya University, Nagoya, 464-8603

Multifractal analysis is performed by using the high-resolution DNS data of turbulence with the number of grid points up to 4096^3. The analysis shows that the so-called generalized dimensions of energy dissipation and enstrophy can be obtained as almost scale-independent expornents provided that the scale is in the inertial subrange. Reynolds number dependence of multifractal measures such as the so-called $f(\alpha)$ spectra is discussed.

十分に発達した乱流中のエネルギー散逸率 $\epsilon = 2\nu s^2$ やエンストロフィー $\omega^2/2$ の間欠性を特徴づけるひとつの手段として，マルチフラクタル解析が有効であることが知られており [1,2]，1980 年後半頃から乱流の実験データや直接数値計算 (DNS) のデータを用いたマルチフラクタル解析が盛んに行われてきた; ここで，$s^2 = s_{ij}s_{ij}$, $s_{ij} = (\partial u_i/\partial x_j + \partial u_j/\partial x_i)/2$, $\omega^2 = \omega_i\omega_i$ であり，u_i と ω_i は各々速度と渦度の i 成分. しかしながら，実験においては高レイノルズ数の乱流が実現できるものの，ϵ や $\omega^2/2$ そのものではなく，その 1 次元の代用物 $(\partial u_1/\partial x_1)^2$ や $(\omega_1)^2$ しか扱うことができていない. また，乱流 DNS においては実験では測定困難である ϵ や $\omega^2/2$ 等の正確で詳細なデータが得られるものの，レイノルズ数が小さいものに限られていたため，十分に広いスケール領域を有する乱流場におけるマルチフラクタル解析が実現できていなかった.

近年，われわれは地球シミュレータ上で一様等方性乱流の大規模な DNS を行い，最大格子点数 4096^3 及びテーラーマイクロスケールレイノルズ数最大 1130 の一様等方性乱流場のデータを構築した [3,4]. 得られた乱流 DNS データにより，十分に広い慣性小領域を持った乱流場における様々な乱流統計量の解析が可能となっている.

本研究では，乱流の大規模 DNS データを用いて，文献 [1,2] にあるようなマルチフラクタル解析を ϵ と $\omega^2/2$ に対して行い，それらの間の関係及びその結果のレイノルズ数依存性，1 次元代用物による結論との相違点等を明らかにすることを目的とする.

図 1(a) は格子点数 2048^3，$R_\lambda = 732$ の乱流 DNS データから得られた $\log\epsilon$ と $\log(\omega^2/2)$ の結合確率分布関数 (Joint PDF) であり，ϵ と $\omega^2/2$ がほとんど相関がないことを示している. 一方，図 1(b) は ϵ と $\omega^2/2$ の代わりにそれらを一辺が $r \approx 0.88\lambda \approx 47\eta$ の立方体で平均した ϵ_r と $(\omega^2/2)_r$ の Joint PDF を示している. ここで λ はテーラーマイクロスケール，η はコルモゴロフ長である. 図より，ϵ_r と $(\omega^2/2)_r$ の相関は非常に強く，ϵ と $(\omega^2/2)$ は慣性小領域のスケールで平均化した場合，非常に類似した空間分布を持つことが分かる. 物理量 f のスペクトルを $E_f(k) = \sum_k \hat{f}(\mathbf{k})\hat{f}(-\mathbf{k})$ で定義し ($\hat{f}$ は f のフーリエ変換，Σ_k は $|\mathbf{k}| = k$ となるシェルについての和)，$f = \epsilon/(2\nu)$ と $f = \omega^2/2$ に対するスペクトル $E_f(k)$ を各々 $D(k)$ と $\Omega(k)$ としたとき，(i)$D(k)$ と $\Omega(k)$ が慣性小領域のスケールおいて非常によく一致し，(ii) それらはエネルギー散逸領域のスケールで非常に異なる，という結果が得られている [5]. 図 1(a) 及び図 1(b) の結果はこれら (i) と (ii) の結果と密接に関係していると考えられる.

マルチフラクタル解析においては，いわゆる一般化次元 D_q が

$$\sum_i (a_r(\mathbf{x}_i) r^3 / \langle a \rangle L^3)^q \sim (r/L)^{(q-1)D_q},$$

において，r に依存しない指数として定義される. ここで a は例えば ϵ や $(\omega^2/2)$ であり，$\langle a \rangle$ は a の平均を表す. 我々の予備的な解析ではほとんど r に依存しない指数としての D_q が高解像度 DNS における慣性小領域のスケール r に対して初めて得られることがわかった. また，そこで得られる ϵ に対する D_q と $(\omega^2/2)$ に対する D_q が非常によく一致することが分かった. α の空間分布，$f(\alpha)$ スペクトルなどについて解析した結果についても報告する予定である.

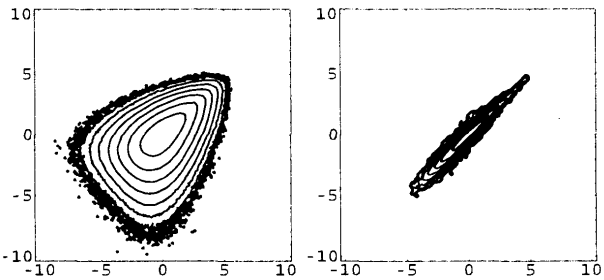

Fig. 1　(a) Joint PDF of $(a - \langle a \rangle)/\sigma_a$ (horizontal) and $(b - \langle b \rangle)/\sigma_b$ (vertical), where $a = \log\epsilon$, $b = \log(\omega^2/2)$, and $\langle a \rangle$ and σ_a are the mean and standard deviation of a, respectively. The data are obtained by the 2048 DNS with $R_\lambda = 732$. (b) is the same as (a), but ϵ_r and $(\omega^2/2)_r$ are used instead of ϵ and $\omega^2/2$, where $r \approx 0.88\lambda \approx 47\eta$.

参考文献

(1) C. Meneveau and K. R. Sreenivasan, J. Fluid Mech. **224**, 429 - 484, (1991).
(2) C. Meneveau, K. R. Sreenivasan, R. Kailasnath, and M. S. Fan, Phys. Rev. A **41**(2), 894 - 913, (1990).
(3) M. Yokokawa, K. Itakura, A. Uno, T. Ishihara, and Y. Kaneda, Proc. IEEE/ACM SC2002 Conf., Baltimore, 2002.
(4) Y. Kaneda, T. Ishihara, M. Yokokawa, K. Itakura and A. Uno, Phys. Fluids **15**, L21 - L24, (2003).
(5) T. Ishihara, Y. Kaneda, M. Yokokawa, K. Itakura and A. Uno, J. Phys. Soc. Jpn. **72**, 983 - 986, (2003).