

自己重力系の数値シミュレーションで発生する不可逆性の伝播特性

Numerical irreversibility in self-gravitating N -body systems

- 小松信義, 金沢大 (工), 石川県金沢市角間町, E-mail: komatsu@t.kanazawa-u.ac.jp
 木村繁男, 金沢大 環日本海域環境研究センター, 同上, E-mail: skimura@t.kanazawa-u.ac.jp
 木綿隆弘, 金沢大 (工), 石川県金沢市角間町, E-mail: kiwata@t.kanazawa-u.ac.jp
 Nobuyoshi KOMATSU, Kanazawa University, Kakuma-machi Kanazawa Ishikawa.
 Shigeo KIMURA, Institute of Nature and Environmental Technology, Kanazawa University.
 Takihiro KIWATA, Kanazawa University, Kakuma-machi Kanazawa Ishikawa.

By means of molecular dynamics methods, numerical irreversibility due to round-off errors appearing in self-gravitating small N -body systems is investigated. As a typical self-gravitating system, the Antonov problem, i.e., a closed spherical system consisting of N point-particles, is considered. In order to examine the numerical irreversibility, a velocity inversion technique for a time-reversal operation is applied at a certain timing during the evolution of the system. Through the simulations, it is found that, under a restriction of constant initial potential energy, numerical irreversibility prevails more rapidly with decreasing initial kinetic energy. In other words, the lower the initial kinetic energy, the earlier the memory of the initial conditions is lost.

1. はじめに

時間可逆なミクロな物理法則から、なぜマクロな系の不可逆性が生じるのか？ 1980 年代以降、不可逆性の問題は Chaos 理論と N 体シミュレーションを用いて盛んに研究されているものの、これらの研究では、丸め誤差による数値的不可逆性を避けるため、不可逆性は系の安定性の観点から検討されてきた。しかし、近年、筆者らは、厳密に時間可逆な分子動力学法を用いることで、短距離相互作用系の数値的不可逆性の特性を明らかにした⁽¹⁾。一方、熱・統計力学的に特異な性質を有する長距離相互作用系（自己重力系等）では、数値誤差の影響が瞬時に系全体に伝播するため、数値的不可逆性の特性は短距離相互作用系と異なると予想されるが、未だ詳細な検討は行われていない。従って、本研究では、自己重力 N 体系をシミュレーションする場合に現れる数値的不可逆性の特性を明らかにするため、Antonov 問題を対象に通常の N 体解析手法を用いて初期検討を実施した。

2. 解析方法

本研究では、半径 R の球状の断熱壁に囲まれた N 個の粒子の挙動（Antonov 問題）を解析する。Newton 運動方程式の時間積分には、時間可逆な Verlet's algorithm を使用する。ポテンシャルには Plummer softened potential を用い、解析条件は粒子数 $N=250$ 、時間刻み幅 $dt=10^{-5}$ と設定する⁽²⁾。解析手順の概略を以下にまとめる。

- [1] 非平衡な初期状態を設定するため、各粒子の初期速度 $\mathbf{v}_i(0)$ は、ランダム方向に大きさ一定とする。初期密度分布は、エネルギー $\varepsilon = -0.3$ の準平衡状態に相当する分布⁽³⁾を使用する。
- [2] 上記の非平衡初期状態から系を時間発展させ、時刻 t_{rev} に全粒子の速度ベクトルの方向を一意に反転させる（時間可逆なら、系は時刻 $2t_{\text{rev}}$ に厳密に初期状態に復帰する）。

系の非平衡度の時間発展を観測するため、velocity moments⁽²⁾ $vm(t) = \langle \mathbf{v}_i(t)^2 \rangle / \langle \mathbf{v}_i(0)^2 \rangle$ を規格化した $VM(t)$ を用いる。また、エネルギーの影響を検討するため、初期位置エネルギーを固定（初期密度分布は [1] と同一）し、初期運動エネルギーを変化させた解析も行う。尚、以下の結果はアンサンブル 100 回の平均値である。

3. 結果

時間反転時刻を $t_{\text{rev}}=0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ とした 4 ケースの $VM(t)$ の時間発展を Fig. 1 に示す。時間反転操作前には、 $VM(t)$ は急激に減少するものの、反転操作後には初期状態へ戻ろうと増加に転じる。

しかし、数値的不可逆性のため、 t_{rev} の増加に伴い、初期状態に復帰する度合いが低下する。ここで、 $VM(t)$ の復帰の程度を定量的に評価するため、 $VM(t)$ の復帰度を次式で新たに定義する。

$$VM_R = (VM(2t_{\text{rev}}) - VM(t_{\text{rev}})) / (VM(0) - VM(t_{\text{rev}})) \quad (1)$$

上式(1)から、系が可逆なら $VM_R = 1$ 、不可逆なら $VM_R < 1$ となる。各エネルギー状態に対応する復帰度 VM_R と時間反転時刻 t_{rev} の関係を Fig. 2 に示す。Fig. 2 から、エネルギー ε （すなわち初期運動エネルギー）が小さいほど急激に復帰度 VM_R が低下することが分かる。この傾向は、粒子間衝突が支配的な短距離相互作用系⁽¹⁾と対照的であることから、本解析により、自己重力系の数値的不可逆性の特性の一つが示されたと考えられる。

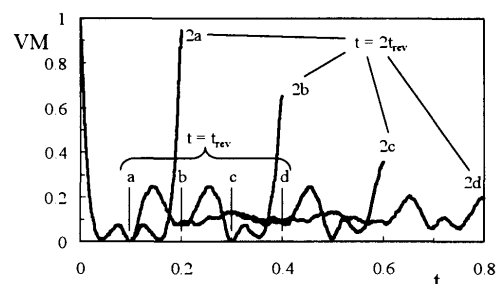


Fig. 1 Time evolution of VM. ($\varepsilon = -0.3$)

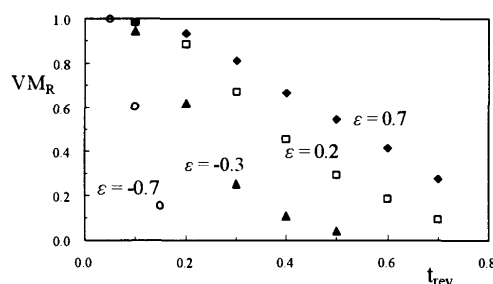


Fig. 2 Recovery rate of VM for various rescaled energies.

参考文献

- (1) Komatsu, N. and Abe, T., Physica D 195(2004), pp.391-397. Comput. Phys. Comm. 171(2005), pp.187-196. Phys. Fluids 19, 056103 (2007).
- (2) Ispolatov, I. and Karttunen, M., Phys. Rev. E 68, 036117(2003).