ながれ 27（2008）195 − 198

〔竜門賞受賞記念解説〕

秩序構造による乱流現象の理解

*京都大学大学院　工学研究科　機械理工学専攻　　後　藤　　　晋†

Coherent Structures for Understanding Turbulent Phenomena

Susumu GOTO, Department of Mechanical Engineering and Science, Kyoto University

(Received 22 April, 2008)

(KEY WORDS): turbulence, coherent structure, mixing, transport

1　はじめに

幸い恵まれた研究環境と熱心な共同研究者に囲まれたおかげで日々楽しく研究をさせて頂いておりますが，時には研究室を抜け出して気心の知れた仲間とあるいはひとりで渓流に行って釣りをするのが私の楽しみのひとつです．夜明け直後の冷たい水の中に身をおいてその乱れた流れを眺めていると，それだけで心が洗われます．渓流釣りの第一原理は単純です.『彼ら』の目的はとにかく餌を捕獲することだからです．流れの速い部分では餌が流れてくる確率は当然高まりますが，一方で泳ぐのにエネルギーを消費してしまいます．彼らはなるべく楽に泳げてかつ，なるべく多くの餌が流れてくる場所にいるはずです.（なお，魚はその種によって異なる断面形状をしているので，それに応じて抵抗係数が変わり，したがって楽に泳げる流速域が異なることにも注意します.）そこで我々は岩の配置や川の深さ，表面波の様子などから内部流を想像し，魚がいるべき場所を見極め，その上流に餌を投ずるのです．しかし，そんな『乱流理論』もまた，大抵はうまく行きません —— だからこそ面白いのですが.

川の流れはもちろん乱流で同じ状態は二度とは繰り返しませんが，かといって完全にランダムではなく，秩序を内包します．何らかの秩序が存在するからこそ釣りの蘊蓄が存在するのかもしれません.

私は乱流の中に存在する秩序に注目して，その動力学あるいは乱流による輸送現象を理解することを目指して研究をしてきました．今回の受賞の対象となった研究のひとつ[1]は，乱流中を漂う重い微小粒子群の挙動に関するもので，これは上の渓流の話ともあながちかけ離れた問題ではありませんが，この話題は後（§3）で述べることにして，まずはもうひとつの（乱流混合に関する）受賞対象論文[2]から簡単にご紹介したいと思います.

2　秩序構造による乱流混合の理解

2.1　流体線・面

乱流混合の予測や制御の重要性は言うまでもありませんが，現象が複雑なだけになるべく単純な研究手法が望まれます．そのような手法のひとつとして流体線（物質線）や面の追跡によるものがあります．流体線（面）はバチェラー[3]によって導入された概念で，常に同一の流体粒子の集合から構成される線や面のことです．２次元（３次元）流中の流体線（面）は，流体の２つの部分の境界ですので，その変形の情報よりこれら２つの部分の混合の様子を調べることが可能となります.

この論文では一様等方乱流中の流体線や面の挙動を直接数値計算に基づいて調べました．線や面が乱流中で複雑に変形していく様子（図 1）は大変きれいで見ていて飽きることがありません.

ところで数値計算をしてみるとすぐに気づきますが流体線の全長 L（面の全面積 A）は時間の指数関数で増大します．このことは，流体の２つの部分の接触面が急激に拡大することを意味するので直感ともよく合います．したがってこの指数関数的伸長の起源を理解すれば強い混合の起源が理解できるはずですし，またその変形を定量化できれば混合効率の指標となるはずです．とくにその伸長率

$$\gamma_L = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\log L, \quad \gamma_A = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\log A \tag{1}$$

は接触面積の拡大率を表すので，その値は混合の強さのひとつの指標として古くから研究されてきました．とこ

*〒606-8501　京都市左京区吉田本町
† E-mail: goto@mech.kyoto-u.ac.jp

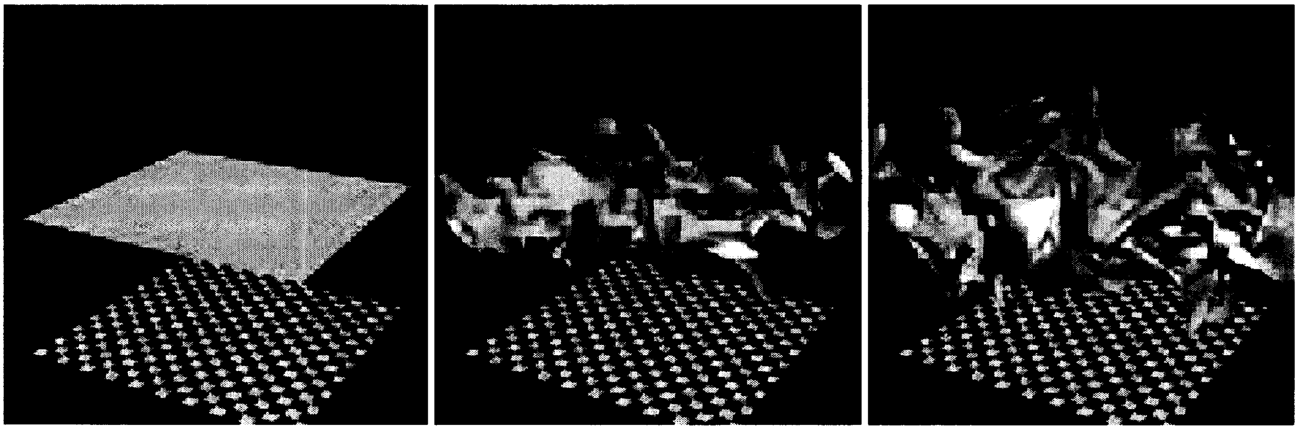

図 1　一様乱流中の流体面の変形の様子（受賞論文[2]のオンライン版では動画も見られます）．底面の格子間隔はコルモゴロフ長の 10 倍を表します．

ろがこの値を数値的に求めるのは実は容易ではありません．上述のように，線や面の大きさが急激に増大するため，それらを追跡するための計算負荷が急激に大きくなるからです．

2.2　バチェラーの予想

ところで，流体線や面の統計についてはバチェラー[3]自身が『(B1) 統計的に一様な乱流中では，有限サイズの流体線（面）の統計と，無限小の線素（面素）の統計とは同一である』と予想しました．もしもこれが正しいとすれば，数値計算により流体線や面の統計を調べることは非常に楽になります．実際，文献[4]に代表されるように，この予想に基づき線素や面素の直接数値計算による研究が数多く行われました．さらにバチェラーは『(B2) 線や面の伸長率は，乱流の最小スケールの運動の特徴時間であるコルモゴロフ時間の逆数に比例する』とも予想しました．もしも一番目の予想（B1）が正しければ，無限小の線素や面素の伸長はコルモゴロフ長の渦のみによるでしょうから，これももっともらしい予想です．実際，過去の研究ではこの予想についても支持が得られていました．

2.3　謎

一方で，我々は（見ていてきれいだったので）有限サイズの流体線や面の追跡の計算を続けました．しかし，それらの伸長率を計算してみると，従来の線素や面素の伸長率の平均値と比べて大きくなることが分かりました．これは（B1）と矛盾しますので驚きでしたが，実は『有限サイズの線や面の伸長率の平均値は，線素や面素の伸長率の平均値よりも常に大きくなる』ことを解析的に示せることに気づきました[5]．実際，２通りの比較的小さいレイノルズ数の計算を行った結果，有限サイズの流体線の伸長率の平均値は無限小の線素の伸長率の平均値よりも大きくなりますが，(コルモゴロフ時間の逆数で規格化するれば) レイノルズ数への依存性はほとんど見られませんでした．結局，バチェラーの予想（B1）は間違っていましたが，(B2) は正しかったのだという結論に落ち着いたように思われました．

ところでバチェラーの予想（B1）が破綻した理由は，線素や面素の伸長率が時間的に有限の相関をもつこと，およびその空間揺らぎがあることによります．つまり一様乱流中の秩序構造の存在が伸長率の統計に影響を与えていたのです．実際，流体線の変形の様子を乱流中に存在する管状渦構造（『ワーム』などと呼ばれる）と同時に可視化してみると，流体線や面の変形はこれらの管状渦やそのクラスタによるもとしてよく理解できることが分かりました[6]．とくに，ワーム同士は互いに反平行に揃う傾向が強く，そのような渦対間に存在する強い引き伸ばし場が，流体線や面の伸長に強く寄与しているようです．つまり，文字通りコルモゴロフ長の渦が流体線や面の変形を支配しているように見えました．

しかしさらに大きなレイノルズ数での数値計算を行うと，コルモゴロフ時間で規格化した伸長率がレイノルズ数とともに次第に大きくなってしまったのです．この結果は，これまで信じていた（B2）と矛盾するのでさらに驚きました．上述のように，この計算は負荷が高いので，あまりたくさんの統計平均がとれません．そこで当初は揺らぎのせいだと信じていました．しかし計算を続けてサンプル数を増やしても傾向は変わりませんし，レイノルズ数への依存性も単調です．さらに結果は流体線だけなく，面についても同様です．どうやら揺らぎの影響ではなく本物かもしれないと思うようになりました．この伸長率のレイノルズ数依存性の起源を明らかにしたことがこの受賞論文の主題です．

まず数値精度を疑いました．レイノルズ数とともに

伸長率が増大しているので「誤差を見ているのだろう」と幾人もの研究者に指摘されました．しかし同じ流れ場で同じ手法を用いて線素や面素の伸長率を求めるとこれらはレイノルズ数に依らずにぴたりと一致しました．したがって数値精度の問題ではなさそうです．同様の理由で，いわゆる乱流の間欠性の影響でもありません．

それでは，乱流中の管状渦（ワーム）が3次元性を持っていることに起因するのでしょうか（ワームの半径はコルモゴロフ長の程度ですが，長さは積分長にまで至るものがあります）．しかし2次元の逆エネルギーカスケード乱流の数値計算を行ってみると3次元乱流と同様に，有限長の流体線の伸長率の平均値はレイノルズ数とともに増大することが分かりました．つまり秩序渦の3次元性も関係はないようです．

2.4　解決

答えは分かってしまえば単純でした．鍵は『秩序渦の階層構造』と『線や面の折り畳み』の2つです．

一様乱流中の構造というとこれまで渦度の等値面で可視化したときに目立って観察される微細な管状渦（ワーム）ばかりが注目されてきましたし，レイノルズ数がさほど大きくない流れではそれで十分です．しかし発達した乱流中にはより大きなスケールの構造も存在しています．これは渦度場を粗視化して（たとえばフーリエ成分をローパスフィルタリングして）その等値面を可視化してみれば手にとるように分かりますし，あるいはラージ・エディ・シミュレーションで可視化される渦だと言ってもよいかもしれません．これらの秩序渦もまた管状の構造をしており，その半径が粗視化スケールの程度となります．またその旋回時間は粗視化スケールの2/3乗に比例して大きくなります．

一方で，混合は『引き伸ばし』と『折り畳み』の連続ですので，流体線や面の変形を理解するためには，伸長だけでなく折り畳みを考慮に入れる必要があります．しかも折り畳みには流体線や面のひろがりよりも小さいスケールの渦構造のすべてが寄与します．（対照的に，無限小の線素や面素は引き伸ばされることはあっても折り畳まれることはありません）．また，折り畳まれた流体線や面はより伸長の強い部分により堆積することに注意します．（これは流体の非圧縮性より，2次元流中の線や3次元流中の面では明らかです．）

つまりより大きなレイノルズ数の流れでは，より多様なスケールの秩序渦が同時に線や面を折り畳みます．したがって，折り畳みの効率はレイノルズ数の増大とともに良くなります．折り畳み回数がより増大すると，強い伸長を受ける部分に線や面がより堆積するために，レイノルズ数の増加とともに伸長率の平均値はより大きくなるのです．

結局バチェラーの2つの予想はいずれも正確ではないということが分かりました．バチェラーの時代には一様乱流とはランダムな場であり，そこに秩序が存在するとは考えられていなかったので，これらの予想もまた自然であったはずです．しかし我々はすでに秩序が存在することを知っていた訳ですから，(B1）の破綻に気づいたときに（B2）についても疑うべきだったのかも知れません．

2.5　副産物

この研究を通じて秩序構造について様々な考えを巡らせたおかげで，いくつかの副産物を得ることができました．つまり，これまで一様乱流中の秩序構造というとコルモゴロフ長程度の半径をもつワームばかりに注目してきましたが，高レイノルズ数の発達した乱流中には秩序構造が自己相似な階層構造を成して共存しているのです．このことに注目さえすれば，これまで教科書を読んでも漠然としか理解できなかった現象が，実体をもって理解できることに気づきました．たとえば，乱流輸送現象に関するリチャードソン拡散は流体粒子対がより小さい秩序渦から大きい秩序渦へと，それらによる捕獲と脱出を繰り返しながらその間隔を広げていくと考えれば説明できますし[7]，あるいは乱流のエネルギーカスケード描像はより大きい秩序渦が，より小さい秩序渦を引き伸ばして生成する過程であると理解することもできます[8]．次節では，もうひとつの副産物である乱流中の微小粒子のクラスタリングについてご紹介します．

3　秩序構造による粒子クラスタリングの理解

乱流中を浮遊する微小粒子群を考えます．粒子径が乱流のコルモゴロフ長よりも十分に小さく，粒子と流体の相対速度と粒子径とに基づくレイノルズ数が十分に小さく，かつ粒子の質量密度が流体のそれよりも十分に大きい場合には粒子に働く力としてストークス抵抗が支配的となります[9]．興味深いことに統計的に一様な乱流中であっても，このようなストークス粒子群はクラスタを形成することが，数値計算や実験を通じて知られています[10]．これは重い粒子がコルモゴロフ長程度の半径をもつワーム（高渦度の旋回領域）から掃き出され，その周囲の高せん断領域に堆積するためであると理解されてきました．したがって，ストークス時間（粒子速度が流体速度に緩和する時間）がコルモゴロフ時間（つまりワームの旋回時間）程度のときにもっとも目立ったクラスタが形成されるとされてきました．確かに低レイノルズ数の乱流場においてはこの描像は正しく現象を説明します．しかし発達した乱流中では異なる旋回時間

をもつ秩序渦が共存するため，上の描像は必ずしも正しくありません．このことを具体的に示したのがもうひとつの受賞対象論文[1]です．我々の２次元乱流の数値計算によれば，ストークス時間の変化に応じて，異なるスケールの秩序渦が役割を演じ，クラスタリングの様子は劇的に変化することが示されました．そして何より大事なことにストークス時間が必ずしもコルモゴロフ時間の程度でなくても，クラスタが形成されることを示しました．

ところで，上の描像によれば乱流中の渦の階層構造により粒子が集中する位置が決まるということになります．つまり粒子クラスタもまた多重スケールのかなり複雑な構造となります．私はこれをなんとか単純な量で記述できないか考えました．共同研究者のヴァシリコスさんは，それは速度の淀み点と関係するだろうと言います．しかし，速度の淀み点はガリレイ不変でないのでどうもしっくりきません．そんなとき，自分がストークス粒子になったつもりで考えてみると流体の加速度が大事に思えてきました．加速度がない点では自分が流体とともに動けそうな気がするからです．そこで加速度の淀み点をニュートン法で求めて，粒子の分布と比較してみたところ，これらが驚くほど一致しました．受賞論文[1]にはその理由づけももちろん述べていますが，実際には理由は後から考えました．なお，以上の描像の３次元への拡張は文献[11,12]にあります．

ところで冒頭の渓流の話に戻しますと，川の中の餌は加速度の淀み点に集中します．ところが加速度がない点は魚にとっても楽なはずです．ということは，魚は川の流れの中の加速度の淀み点に集まっているのではないでしょうか．これが私の『新理論』です――．

4 おわりに

以上，発達した一様乱流中に階層構造を成して共存する秩序渦により理解できる現象をいくつかご紹介しました．しかし，これらの現象は計算機の発達のおかげで十分に発達した乱流の数値計算が可能となったために見えてきたものです．つまり，私はちょうどタイミングのよい時期に研究の最前線に立たせて頂けたために，これらの興味深い現象に出会うことが出来たのです．そう考えますと，今回の受賞には若干の後ろめたさも感じております．

また，以上の研究は統計的に一様な乱流に対するものばかりで，現実の流れのごく一部の理解にしか過ぎません．この意味で一連の研究は不十分です．しかし竜門賞は若手に与えられるものですから『これを励みにもっと精進しなさい』という励ましだと思っております．今後はより現実に近い現象に果敢に挑戦していきたいと思いますので，どうぞご鞭撻下さいますようお願い申し上げます．

最後になりましたが，これまで励ましやお叱りを頂いた先生方，研究仲間の皆さん，それから一緒に研究をしてくれた学生さんなど，私がこの場で感謝しなければならない方はたくさんおられます．とくに，いつも真摯に議論に付き合ってくださった恩師の木田重雄先生と，よき共同研究者であるJ.C. ヴァシリコス先生に心から感謝いたします．

引用文献

1) Goto, S. & Vassilicos, J. C. : Self-similar clustering of inertial particles and zero-acceleration points in fully developed two-dimensional turbulence, Phys. Fluids, 18 (2006) 115103.
2) Goto, S. & Kida, S. : Reynolds-number dependence of line and surface stretching in turbulence: folding effects, J. Fluid Mech., 586 (2007) 59-81
3) Batchelor, G. K. : The effect of homogeneous turbulence on material lines and surfaces, Proc. Roy. Soc. London A, 213 (1952) 349–366.
4) Girimaji, S. S. & Pope S. B.: Material-element deformation in isotropic turbulence, J. Fluid Mech., 220 (1990) 427–458.
5) Goto, S. & Kida, S. : Multiplicative process of material line stretching by turbulence, J. Turbulence, 3 (2002) 017.
6) Goto, S. & Kida, S. : Enhanced stretching of material lines by antiparallel vortex pairs in turbulence, Fluid Dyn. Res., 33 (2003) 403–431.
7) Goto, S. & Vassilicos, J. C. : Particle pair diffusion and persistent streamline topology in two-dimensional turbulence, New J. Phys., 6 (2004) 65.
8) Goto, S. : A physical mechanism of the energy cascade in homogeneous isotropic turbulence, J. Fluid Mech., 605 (2008) 355–366.
9) Maxey, M. & Riley, J. : Equation of motion of a small rigid sphere in a nonuniform flow, Phys. Fluids, 26 (1983) 883–889.
10) Eaton, J. K. & Fessler, J. R. : Preferential concentration of particles by turbulence, Int. J. Multiphase Flow, Suppl., 20 (1994) 169-209.
11) Yoshimoto, H. & Goto, S. : Self-similar clustering of inertial particles in homogeneous turbulence J. Fluid Mech., 577 (2007) 275-286.
12) Goto, S. & Vassilicos, J. C. : Sweep-stick mechanism of heavy particle clustering in fluid turbulence, Phys. Rev. Lett., 100 (2008) 054503.