

Knudsen ポンプの流動解析モデル：多原子分子気体の場合

Fluid modeling for the Knudsen compressor : the case of polyatomic gases

○高田 滋, 青木 一生, 舟金 仁志, 京大・工・機械理工, 京都市左京区吉田本町

Shigeru TAKATA, Kazuo AOKI, and Hitoshi FUNAGANE, Dept. Mechanical Eng. & Sci., Kyoto University, Kyoto 606-8501, Japan

Fluid-dynamic-type equation for the Knudsen compressor to the case of polyatomic gases is derived on the basis of the ellipsoidal statistical (ES) model of the Boltzmann equation. It is shown that the resulting equation is the same as that for monatomic gases, except for a minor modification to the transport coefficients in that equation by the Prandtl number adjustment.

1. はじめに

よく知られているように、通常環境の気体中では、重力などの外力の作用がなければ、温度場によって定常な流れが誘起されることはない。しかし、希薄気体中では、温度場は圧力場と並ぶ気体流の駆動源になる。このことを端的に示す最もよく知られた現象が熱遷移流である。これは流路壁に沿って温度勾配が与えられているとき、低温部から高温部へ向かって誘起される希薄気体に特有の流れである。近年、このような希薄気体の特性を工学的に応用する試みとして、Knudsen の発案⁽¹⁾を原型とする熱駆動型ポンプ (Knudsen ポンプと総称されている) の研究が国内外で行われている [文献⁽²⁾ 参照]。

Knudsen ポンプとしては、これまでに種々のバリエーションが提案されているが、最も典型的なものは、径が異なるパイプを交互につなぎ、これに周期的な温度分布を与えたものである (Fig. 1 参照)。このポンプの基本要素 (以下、ユニットとよぶ) は、径の細いパイプと太いパイプの 1 組をつなぎ、その接合部を加熱して山型の温度分布を与えたものである。ポンプシステム全体は、これを多段に連結することにより構成されている。各ユニットの内部では、与えた温度勾配によって、細いパイプと太いパイプのそれぞれで熱遷移流が誘導されるが、その向きは互いに逆で効果を相殺する。ところがパイプ径が違うためにこの相殺は完全ではなく、結果として細いパイプ内の熱遷移流の効果が優越して、一方向の流れが形成される。これが Knudsen ポンプの駆動力である。単一ユニットによるポンプ効果は概して弱いので、ユニットを多段に連結することが想定されている。

Knudsen ポンプは熱遷移流を駆動力とするため、ポンプの特性を調べるには気体分子運動論に基づく流動解析が必要である。多くの場合、その解析には直接シミュレーション・モンテカルロ法 (DSMC 法) が利用されるが、ユニットを多段に連結するというポンプの特徴から、この手法に要する計算負荷は極めて高いものになる。この困難を軽減し現象の本質を抜き出す縮約法として、著者らは、最近、Knudsen ポンプ内の流動解析に供する流体力学的な方程式を提案した^(3,4,5)。この流体力学型の方程式は、パイプ径がパイプ全長よりも十分小さいという付加仮定の下で、Boltzmann 方程式から系統的な漸近解析により導いたものである。本報では、これまでは単原子分子気体を想定して行われた解析を多原子分子気体に拡張した場合について報告する。

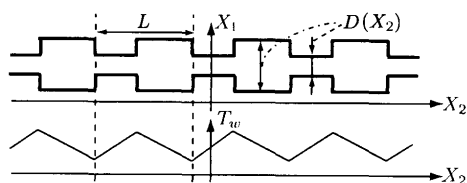


Fig. 1 Schematic of the Knudsen compressor composed of two-dimensional channels.

2. 解析と結果の概要

基礎方程式として多原子分子の場合に拡張された ellipsoidal statistical (ES) モデル方程式⁽⁶⁾を用いた。文献⁽⁴⁾にしたがって、Fig. 1 に示す 2 次元流路で構成された Knudsen ポンプに対して、 D/L が小さいとする漸近解析を行った。ここで D は流路幅を表し、基本ユニット内の各段で異なる値をとる。その結果、気体の状態は $O(D/L)$ の誤差の範囲で流路断面内で一様で、その圧力 $p(t, X_2)$ はつぎの流体力学的な方程式に従うことが導かれた：

$$\frac{\partial p}{\partial t} + T_w \frac{\partial}{\partial X_2} \left[\frac{p}{T_w^{1/2}} \left(M_P \frac{\partial \ln p}{\partial X_2} + M_T \frac{d \ln T_w}{d X_2} \right) \right] = 0. \quad (1)$$

ここで t は時間、 $T_w(X_2)$ は流路壁の温度、 M_J ($J = P, T$) は普遍関数 M_J により $M_J = (2R)^{1/2} D M_J(\text{Kn})$ で与えられる関数である。また、 R は比気体定数、 Kn は基準流路幅 D_* と圧力 p_* 、温度 T_* の基準静止平衡状態で決まる基準 Knudsen 数 K_* 、 p/p_* 、 T_w/T_* 、 D/D_* のある既知関数である。1 変数の普遍関数 $M_J(\text{Kn})$ の具体形は、無限に長い平行二平板間の Poiseuille 流、熱遷移流の質量流量を様々な希薄度に対して求めることで、数値的に定められる。式 (1) は外見上、単原子分子気体に対して既に得られているものと変わらず、多原子分子気体としての特徴は M_J の具体形に集約される。

普遍的係数関数 M_J の具体形を求めて式 (1) を完結させるために、Poiseuille 流、熱遷移流の解析を行った。まず速度分布関数の内部自由度エネルギーを表す変数を消去した 2 つの周辺分布関数を導入し、もとの ES モデル方程式をこれらの周辺分布関数に対する連立方程式に変換した。この簡単化はモデル方程式を用いる 1 つの利点である。変換後の方程式系の観察から、

- (i) 一方の周辺分布関数は他方とは独立に決まり、後者 ϕ_2 は前者 ϕ_1 に対して従属的に定まる。
- (ii) M_J は ϕ_1 のモーメントであり、 ϕ_2 を求める必要がない。
- (iii) ϕ_1 に対する方程式は、Prandtl 数 Pr を考慮した Knudsen 数の単純な読み替えにより単原子分子気体に対する ES モデル方程式と一致する。従って単原子気体に対する係数関数 M_J のデータが直接使用できる。

ことが明らかになった。

参考文献

- (1) Knudsen, M., Ann. Phys. **33** (1910), 1435–1448.
- (2) Sone, Y., Molecular Gas Dynamics, Birkhäuser, Boston, 2007.
- (3) Aoki, K., Degond, P., Multiscale Model. Simul. **1** (2003), 304–334.
- (4) Takata, S., et al., Eur. J. Mech. B/Fluids **26** (2007), 155–181.
- (5) Aoki, K., et al., Phys. Fluids **19** (2007), 117103.
- (6) Andries, P., et al., Eur. J. Mech. B-Fluids **19** (2000), 813–830.