超流動乱流における大規模自己相似構造 Large Scale Self-similar Structure in Superfluid Turbulence

○佐々成正,原子力機構計セ,東京都台東区東上野 6-9-3, E-mail:sasa.narimasa@jaea.go.japan
叶野琢磨,原子力機構計セ,東京都台東区東上野 6-9-3, E-mail:kano.takuma@jaea.go.japan
町田 昌彦, 原子力機構計セ,JST-CREST, 東京都台東区東上野 6-9-3, E-mail:machida.masahiko@jaea.go.japan

Narimasa SASA, CCSE JAEA, 6-9-3, Higashiueno, Taito-ku, Tokyo Takuma KANO, CCSE JAEA, 6-9-3, Higashiueno, Taito-ku, Tokyo Masahiko MACHIDA, CCSE JAEA, JST-CREST, 6-9-3, Higashiueno, Taito-ku, Tokyo

Numerical simulations of homogeneous isotropic superfluid turbulence are performed to investigate vortex stuructre and statistical properties. Large scale structure of quantized vortices is very similar to that of Navier-Stokes turbulence. However, inertial range is found to be narrow by bottle neck effect of vortex cascade.

本研究では、一様等方的な超流動乱流がどのような統計則に 従うのか、また、どのような渦構造を持っているのかを解明す るため、大規模数値シミュレーションによる解析を行った。

超流動乱流では渦の循環が量子化されている点がナビエス トークスの乱流とは異なっている。すなわち、循環が一種類の 渦しかない系において、乱流時の渦構造や Kolmogorov 則等の 統計則がどうなるか、必ずしも自明でないため興味が持たれる。

液体ヘリウム等の超流動状態は平均場近似が成り立てば Gross-Pitaevskii(GP) 方程式で記述される。我々は空間3次元 GP 方程式

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\nabla^2\psi - \mu\psi + g|\psi|^2\psi,\tag{1}$$

の直接数値シミュレーションを行って系の統計的性質の詳細を 調べた。数値計算スキームとして、空間微分を FFT、時間発展 を2次のシンプレクティック法 (スプリットステップフーリエ 法)を使って計算している。さらに、方程式 (1) において波数 k = 2 以上のモードはカットオフするという条件で数値計算を 行っている。これは、量子渦芯より小さな波長に対応するモード は熱的励起に変換するであろうという仮定に基づく近似である。

系のメッシュ数を 256³, 512³, 1024³, 2048³ (x = y = z = 1/8) に対して行い、主に系のサイズに対する慣性領域の 伸びの依存性を比較した。超流動乱流の計算においては循環が 1 種類で最低限必要な空間解像度の大きさは決まっているため、 空間メッシュ(x)を固定しメッシュ数のみ増やしている。

系の初期条件としては、計算領域の各辺をそれぞれ8等分し、 各点に乱数を与えそれを補間で滑らかにつないだ関数を初期位 相として選んでいる。そのとき全ての点で、|ψ| = 1 としてい る。数値計算ではその初期値から出発し、緩和過程(減衰乱流) に対応するシミュレーション結果の解析を行っている。

Fig. 1 はそれぞれの緩和過程において、5/3 乗則の成り立つ領 域 (慣性小領域) が一番長くなった状態でのエネルギースペクト ル E(k) をプロットしたものである。ここでのエネルギースペク トル E(k) は仮想的な速度場

$$\mathbf{v} = \mathrm{Im}[\psi^* \nabla \psi] / |\psi|, \tag{2}$$

の非回転成分のに対応したものである。Fig. 1 から系が大きく なるにつれて、慣性小領域が長波長方向へ拡がっていくことが わかる。一方、短波長方向へはこぶのような形状が現れて 5/3 乗 則からずれてしまっていることがわかる。これは通常の一様等 方性乱流に見られない特徴である。講演ではこのずれの原因に ついて考察を行いたい。 Fig. 2 は 1024³ メッシュの数値シミュレーションにおいて、 慣性小領域が一番拡がった状態に対応した量子渦の分布図であ る。Fig. 2 では渦芯をプロットしている。渦の分布は一様でな く (自己相似的な) クラスター構造を作っているのが特徴的であ る。超流動乱流においては、循環が1種類の量子渦しか存在し ないが、それらは絡まることで通常乱流の渦状態に似た状態を 形成していることが判明した。



Fig. 1 エネルギースペクトル E(k)



Fig. 2 量子渦の分布 [1024³の場合、渦芯プロット]