殻付き微細気泡群を含む液体中における非線形波の伝播
Propagation of Nonlinear Wave in Liquid Containing Encapsulated Microbubbles

○金川 哲也, 北大工, 札幌市北区北 13 条西 8 丁目, E-mail: kanagawa@mech-me.eng.hokudai.ac.jp
矢野　猛, 阪大工, 吹田市山田丘 2-1, E-mail: yano@mech.eng.osaka-u.ac.jp
渡部 正夫, 北大工, 札幌市北区北 13 条西 8 丁目, E-mail: masao.watanabe@eng.hokudai.ac.jp
藤川 重雄, 北大工, 札幌市北区北 13 条西 8 丁目, E-mail: fujikawa@eng.hokudai.ac.jp

Tetsuya Kanagawa, Graduate School of Engineering, Hokkaido University, Sapporo 060-8628
Takeru Yano, Graduate School of Engineering, Osaka University, Suita 565-0871
Masao Watanabe, Graduate School of Engineering, Hokkaido University, Sapporo 060-8628
Shigeo Fujikawa, Graduate School of Engineering, Hokkaido University, Sapporo 060-8628

One-dimensional nonlinear waves in a liquid containing a number of spherical microbubbles are theoretically studied on the basis of a two-fluid model equations. The set of averaged equations consists of conservation laws of mass and momentum in gas and liquid phases, and the equation of motion of bubble wall. The compressibility of liquid phase is taken into account in the conservation laws and the equation of bubble wall motion, and this leads to the wave attenuation due to bubble oscillations. By using the method of multiple scales, Korteweg-de Vries-Burgers equation can be derived. The properties of the equation are discussed and compared to previous results based on different models on bubbly liquids.

1. はじめに

薬剤を内部に封入した殻付き微細気泡を用いたドラッグデリバリーの利用による, 非侵襲のがん治療技術 [1] が注目されている. 殻の破壊を誘起させうるほどに強力な超音波のふるまいを知るために, 気泡振動と音波の非線形相互作用の正確な把握が強く望まれている. 気泡流中を伝播する非線形波動に関する研究は, 古くから多様な事例 [2] が報告されているものの, 液相を非圧縮性とみなす仮定, 気相と液相の物理量を単一の変数として取り扱う仮定など, 精密な理解にはそぐわぬ点が多く, 基礎的な知見ですらいまだ不明瞭といえる状況にある.

本研究では, 基礎的な立場から, 体積平均化に基づく気泡流の支配方程式系を出発点として, 一様に気泡 (殻を有しない) を含む圧縮性液体中を伝播する非線形波動を理論的に取り扱う. Egashira らによる 3 圧力 2 流体モデルに基づく平均化方程式系 [3] は, 液相および気相の従属変数群のすべてに異なる従属変数を導入する点, なかでも圧力に対しては, 気泡の非線形振動によって誘起される気液界面における局所的液相圧力をも単独の従属変数として組み込む点で, 精密な記述が可能な方程式系となっている. 従属変数群の 2 次までの展開および特異摂動法の利用によって, 支配方程式系が, 単一の Korteweg-de Vries-Burgers 方程式へと帰着される.

2. 分散性と散逸性をあわせもつ非線形波動

初期に静止一様状態にあった, 多数の球形微細気泡を含む静止液体中に設置されている音源から 1 次元平面波が放射されている状況を想定する.

気泡流の運動は, 質量および運動量の保存則を表す体積平均化方程式系 [3], および液相の圧縮性を考慮に含む気泡の運動方程式である Keller らの方程式 [4], また, それらを閉じるための補助的な関係式によって記述される. ただし, 液相および気相の粘性と熱伝導性などを無視する. 方程式にあらわれる諸変数および諸定数は, 流れ場の代表的なスケールに加え, 液相の初期密度, 圧力, および初期の気泡径などを用いて適切な無次元化を行っておく.

支配方程式系にあらわれる従属変数群 (たとえば気泡径 R), および, 時間 t に関する偏微分演算子に対して, その大きさが $0 < \epsilon \ll 1$ とみなせるパラメータ ϵ を用いて, 以下のような特異摂動展開をおこなう:

$$R = 1 + \epsilon R_1 + \epsilon^2 R_2 + \cdots, \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t_0} + \epsilon \frac{\partial}{\partial t_1}, \quad (t_0 = t, \quad t_1 = \epsilon t), \tag{2}$$

諸定数およびパラメータのオーダーの適切な設定のもとで, 近傍場の方程式系は, 単一変数 R_1 に対する線形波動方程式

$$\frac{\partial^2 R_1}{\partial t_0^2} - v_p^2 \frac{\partial^2 R_1}{\partial x^2} = 0, \tag{3}$$

へと帰着する. ここで, 位相速度 v_p を用いて, 新たな独立変数 $\varphi \equiv x - v_p t_0$ を導入しておく (x は 1 次元空間座標).

式 (3) をもとに, 遠方場の解析を進めることによって, おなじく R_1 を従属変数とする単一非線形偏微分方程式を得る:

$$\frac{\partial R_1}{\partial t_1} + C_1 R_1 \frac{\partial R_1}{\partial \varphi} + C_2 \frac{\partial^2 R_1}{\partial \varphi^2} + C_3 \frac{\partial^3 R_1}{\partial \varphi^3} = 0. \tag{4}$$

式 (4) は, 分散性と散逸性ならびに非線形性をあわせもつ気泡流中の波動を記述する, Korteweg-de Vries-Burgers 方程式である. 2 流体モデルを用いた本研究と既報 [2] との差異や, 諸係数 C_1, C_2, C_3 の陽的な依存形など, 詳細は講演時に述べる.

参考文献

(1) Hoff, L., Sontum, P. C. and Hovem, J. M., *J. Acoust. Soc. Am.*, **107** (2000), pp. 2272–2280.
(2) たとえば, van Wijingaarden, L., *J. Fluid. Mech.*, **33** (1968), pp. 465–474.
(3) Egashira, R., Yano, T. and Fujikawa, S., *Fluid Dyn. Res.*, **34** (2004), pp. 317–334.
(4) Keller, J. B. and Miskis, M., *J. Acoust. Soc. Am.*, **68** (1980), pp. 628–633.