

平板境界層における壁面摩擦係数とレイノルズ応力の関係式について

On the identity equation between skin-friction coefficient and Reynolds shear stress for plane boundary layer

○岩本 薫, 農工大院, 東京都小金井市中町 2-24-16, E-mail: iwamotok@cc.tuat.ac.jp

越 雅彦, 農工大院, 東京都小金井市中町 2-24-16, E-mail: 50008643212@st.tuat.ac.jp

村田 章, 農工大院, 東京都小金井市中町 2-24-16, E-mail: murata@mmlab.mech.tuat.ac.jp

深淵 康二, 慶大, 横浜市港北区日吉 3-14-1, E-mail: fukagata@mech.keio.ac.jp

Kaoru Iwamoto, Tokyo University of Agriculture and Technology, 2-24-16 Nakacho, Koganei, Tokyo
Masahiko Koshi, Tokyo University of Agriculture and Technology, 2-24-16 Nakacho, Koganei, Tokyo
Akira Murata, Tokyo University of Agriculture and Technology, 2-24-16 Nakacho, Koganei, Tokyo
Koji, Fukagata, Keio University, 3-14-1 Hiyoshi, Kohoku, Yokohama

A simpler alternative to the identity equation relating the Reynolds shear stress and the skin-friction coefficient for zero-mean-pressure gradient boundary layer proposed by Fukagata, Iwamoto and Kasagi [Phys. Fluids **14**, L73-L76, 2002] (the FIK identity) is presented. The present identity equation is derived by applying the double integration to the Reynolds averaged Navier-Stokes equation, instead of triple integration. The physical meaning of each term is clearer than that in the original FIK identity. The new identity equation is verified through an analysis using the DNS data of spatially developing boundary layer.

1. 緒言

壁乱流における壁面摩擦抵抗と乱流構造の関係を調査することは、乱流制御の発展やそのメカニズムを解明する上で重要である。近年、Fukagata ら⁽¹⁾は壁面摩擦係数 $C_f = 2\tau_w^*/(\rho^*U_b^{*2})$ とレイノルズせん断応力との恒等式 (以後、FIK 恒等式と呼ぶ) をチャネル流、円管内流、及びゼロ圧力勾配平板境界層 (ZPG-BL) において下記のように導出した。

$$C_f = \frac{12}{Re_b} + 24 \int_0^1 (1-y) \overline{u'v'} dy \quad (\text{channel}) \quad (1)$$

$$C_f = \frac{16}{Re_b} + 32 \int_0^1 r \overline{u'_r u'_z} r dr \quad (\text{pipe}) \quad (2)$$

$$C_f = \frac{4(1-\delta_a)}{Re_\delta} + 2 \int_0^1 2(1-y) \overline{u'v'} dy - 2 \int_0^1 (1-y)^2 \overline{I_x} dy \quad (\text{ZPG-BL}) \quad (3)$$

式 (3) で、 $\overline{I_x}$ は流れ方向への非一様性に起因する項を表す。

FIK 恒等式の各項の物理的意味は、内部流であるチャネル流・円管内流において明瞭である。式 (1)・式 (2) の右辺第一項は層流寄与項であり、壁面摩擦係数の層流理論値に一致する。右辺第二項は乱流寄与項である。他方、ZPG-BL の式 (3) の場合、各項の物理的意味は薄れる。何故ならば、第一項はブラジウス解の層流壁面摩擦係数とは異なり、一定値でもない。

式 (3) に内包されている別の問題点として、乱流寄与項の重み付関数が式 (1) と矛盾することである。チャネルにおけるポアズイユ流では、重み付関数は $(1-y)$ である。Sbragaglia and Sugiyama⁽²⁾ が示した内部流における FIK 恒等式の一般形式によると、重み付関数は、同境界条件におけるストークス流の速度勾配に一致する。ストークス・ポアズイユ流の速度分布は $U = y - y^2/2$ となることから、重み付関数は $1-y$ と導出され、式 (1) の第二項内の重み付関数と一致する。

本研究では、ZPG-BL における FIK 恒等式を上記の性質を満足するように変更し、その物理的意味をより明瞭にすることを目的とする。

2. 新たな恒等式の導出, 評価

式 (3) の導出では、レイノルズ平均した Navier-Stokes 方程式に 3 重積分を適用したのに対し、本研究では 2 重積分を適用し、下記の式を得た。

$$C_f = \frac{1.98}{Re_\delta} + 2 \int_0^1 (-\overline{u'v'}) dy - 2 \int_0^1 (1-y) \overline{I_x} dy \quad (4)$$

式 (4) の右辺第一項は、一定値であり、境界層におけるストークス流 (流束分布 $U = y$) の壁面摩擦係数に一致する。他方、オリジナルの FIK 恒等式 (3) の第一項は、一定値ではなく、上述の通り物理的意味が曖昧である。また、式 (4) の第二項の重み付関数は 1 であり、同境界条件におけるストークス流の速度勾配に一致しているが⁽²⁾、オリジナルの恒等式 (3) においては、積分回数の違いにより、重み付関数が $(1-y)^2$ となり、ストークス流の速度勾配に一致しない。

ZPG-BL の DNS データを用いて、オリジナルの FIK 恒等式 (3)、及び新しい恒等式 (4) の各項を評価した。その結果、管内流の場合と比べて、より外層における乱流寄与項、非一様性に起因する項が壁面摩擦係数に大きな影響を与えることが分かった (図略)。管内流においては、壁面近傍のみの乱れを抑制することによって、間接的に外層の乱れも減少し、高レイノルズ数においても有意な抵抗低減効果が得られることが示されている。他方、ZPG-BL においては、上述の新しい恒等式 (4) から示唆されるように、壁面近傍の乱れ減衰による抵抗低減効果が管内流よりも減少すると予想されるが、より詳細な定量評価は今後の課題である。

参考文献

- (1) K. Fukagata, K. Iwamoto and N. Kasagi, "Contribution of Reynolds stress distribution to the skin friction in wall-bounded flows," Phys. Fluids, **14**, L73 (2002).
- (2) M. Sbragaglia and K. Sugiyama, "Boundary induced non-linearities at small Reynolds numbers," Physica D, **228**, 140 (2007).