

有限振幅水面波の長波長極限における共鳴不安定性

Resonant instability of finite-amplitude surface periodic waves in the long-wave limit

○ 片岡 武, 神戸大学, 神戸市灘区六甲台町, kataoka@mech.kobe-u.ac.jp
Takeshi KATAOKA, Kobe University, Rokkodai, Nada, Kobe

Resonant instability of finite-amplitude surface periodic waves in the long-wave limit is investigated. Two kinds of resonances are found. The first one is associated with the oscillation of a distorted solitary wave which is a long-wave limit of the periodic wave. A resonance between such a distorted long wave and a disturbance leads to four resonance lines on a parameter plane (k, l) , where k and l are the wavenumbers of a disturbance in the longitudinal and transverse directions, respectively. A disturbance on the two smaller-gradient lines induces instability, while that on the remaining two does not. The second one is a resonance between two linear disturbances. The corresponding resonance curves are given by ellipses on the parameter plane (k, l) .

1. はじめに

水面波列の線形安定性を Euler 方程式系を基に調べる. 水面波列は2つのパラメータ

$$a \equiv A/L, \quad K \equiv 2\pi D/L$$

により特徴づけられる (図 1). その共鳴条件はこれまで小振幅極限 ($a \ll 1$) において論じられてきた. ここでは長波長極限 ($K \ll 1$) (振幅は有限) における共鳴条件を調べる. その結果, 以下に示す2種類の共鳴が存在することが分かった. (これ以降の物理量はすべて D と重力加速度により無次元化してある)

2. 長波長極限における共鳴 I

長波長極限において水面波列は孤立波に近づく. 孤立波は横方向(3次元)的攪乱のもとで周期的に振動する. その角振動数 ω_0 は,

$$\omega_0(l) = \pm \sqrt{\frac{vEl^2}{dE/dv}}. \quad (1)$$

ただし, l は攪乱の横方向(図 1 で奥行き方向)波数, E , v は孤立波のエネルギーと伝播速である. 一方, 線形長波の角振動数 ω は, 速さ v で伝わる水面波列とともに動く座標系から見たとき,

$$\omega(k, l) = -vk \pm \sqrt{k^2 + l^2}. \quad (2)$$

ただし, k は攪乱の進行方向(図 1 の右方向)波数. (1)と(2)より共鳴条件は,

$$\omega_0(l) = \omega(k, l), \quad (3)$$

と表される. (3)の解は $k-l$ 平面上において4本の直線で表される. $a=0.7$ の場合の例を図 2 に示した. 安定性解析によると, より傾きの小さい2本の直線上では不安定, 残り2本の直線上では中立安定であった.

3. 長波長極限における共鳴 II

2つの攪乱線形波による共鳴を考える. (2)より共鳴条件は,

$$\omega(k, l) = \omega(k-mK, l) \quad (m=1, 2, \dots), \quad (4)$$

と表される. (4)の解は $k-l$ 平面上において中心 $(k/K, l/K) = (m/2, 0)$ の楕円で表される. 長軸は k/K 軸に沿って長さ mv , 短軸は l/K 軸に沿って長さ $m\sqrt{v^2-1}$ である. $a=0.7$ の場合の例を図 3 に示した($m=1, 2, 3$ まで). 安定性解析によると, 任意の曲線上で不安定性を示した.

4. おわりに

本研究では, 攪乱の波長が水面波列のそれと同程度 (つまり $k=O(K)$) の長さであると仮定している. 攪乱の波長が相対的に短くなると, 孤立波に対する不安定性が現れる. 具体的には $k=O(K^{1/2})$ を境にして, 上で求めた不安定性と孤立波の不安定性が入れ替わる. $k=O(K^{1/2})$ のときはその2つの効果が入り混じったような不安定性となる.

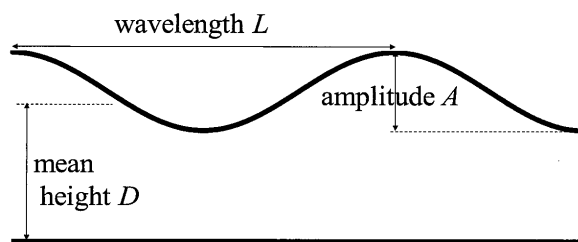
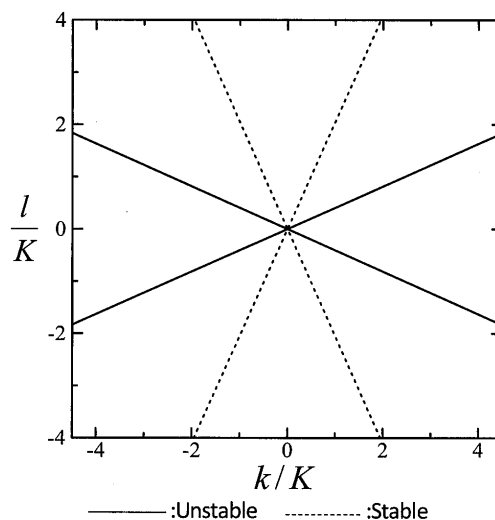
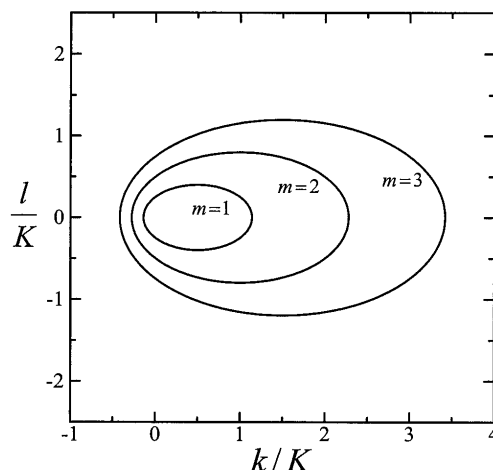


Fig. 1 Schematic.

Fig. 2 Resonance curves obtained from (3) when $a = 0.7$.Fig. 3 Resonance curves obtained from (4) when $a = 0.7$.