

準地衡風渦系の平衡状態 -エネルギー依存性- Equilibrium States of Quasi-geostrophic Vortices -energy dependency-

○ 佐藤 友俊 (電通大院), 木村 英史 (電通大院), 岡田 拓也 (電通大院), 宮崎 武 (電通大院)
東京都調布市調布ヶ丘 1-5-1, E-mail:miyazaki@mce.uec.ac.jp, sato-to@miyazaki.mce.uec.ac.jp

Tomoyoshi SATO (UEC), Hidefumi KIMURA (UEC), Takuya OKADA (UEC), Takeshi MIYAZAKI(UEC),
1-5-1 Choufugaoka, Chofu, Tokyo, Japan

The statistics of quasi-geostrophic point vortices is investigated theoretically and numerically, in order to understand fundamental aspects of quasi-geostrophic turbulence. The numerical computations are performed using a fast special-purpose computer for molecular dynamics simulations(MDGRAPE-3). The most probable vortex distributions are determined based on the maximum entropy theory. We introduce a simplified 'Two-Parameter Model', which explains the influence of the total energy on the equilibrium state.

1. 緒言

大気・海洋といった大規模な地球流体運動は, 安定密度成層効果と地球の自転によるコリオリ効果によって, 近似的に鉛直高さの異なる層ごとの 2 次元運動とみなすことができる. したがって, 第 0 近似では各層ごとに 2 次元 Euler 方程式で記述される. これまで 2 次元点渦系の統計力学に関しては Onsager⁽¹⁾, Kida⁽²⁾, などの理論的研究がある. 近年では, Yatsuyanagi ら⁽³⁾ が 2 次元点渦系の大規模数値計算 (点渦数 $N = 6724$) を行い, 高エネルギー (負温度) 状態と低エネルギー (正温度) 状態の統計的性質を調べた. 地球流体運動のより詳細な特徴を捉えるためには 3 次元性を考慮する必要がある. このため, 地球流体運動の第一近似として「準地衡風近似」を用いる.

本研究では, 連続的に成層した準地衡風点渦力学系の統計力学的な性質を数値計算と理論を用いて調べる. 最大エントロピー理論によって得られた平衡渦分布と大規模数値計算の平衡渦分布は定性的によく一致することが前報⁽⁵⁾で示されている. 点渦系の数値計算には分子動力学専用計算機 MDGRAPE-3^{*1} を流体分野に用いて, 大規模数値計算を行った. また, 数値計算の結果と比較するため, 半径方向分布を簡単な関数で近似した 'Two-Parameter Model' (確率密度関数 $F(r, z) = \frac{k(z)P(z)}{2\pi a^2(z)\Gamma(\frac{2}{k(z)})} e^{-(\frac{r}{a(z)})^{k(z)}}$) を導入する.

2. 準地衡風点渦系の統計力学

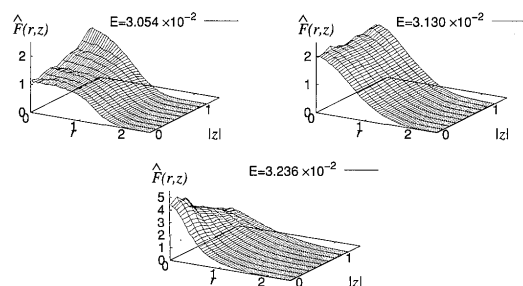


Fig. 1 数値計算による平衡渦分布 $\hat{F}(r, z)$:左から [正温度領域, $E = 3.054 \times 10^{-2}$], ['0'-inverse-temperature, $E = 3.130 \times 10^{-2}$], [負温度領域, $E = 3.236 \times 10^{-2}$]

3 次元空間に点渦を配置したサンプルを 10^6 個を用意した. この配置の半径方向の分布がエネルギーや鉛直分布に影響を与える. Hoshi and Miyazaki⁽⁴⁾ では統計力学的な温度定義について, 一様乱数を用いた場合の状態数分布を用いて定義したが, 一様乱

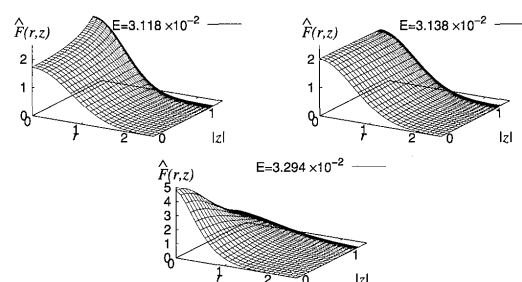


Fig. 2 'Two-Parameter Model' による平衡渦分布 $\hat{F}(r, z)$:左から [正温度領域, $E = 3.118 \times 10^{-2}$], ['0'-inverse-temperature, $E = 3.138 \times 10^{-2}$], [負温度領域, $E = 3.294 \times 10^{-2}$]

数は低エネルギー状態を生み出していた. 一方, 水平面内の分布に正規乱数を用いると状態数が最頻度となるエネルギーで鉛直高さによらない平衡渦分布が実現した. そこで, 正規乱数を用いた状態数分布に従って統計力学的な温度を定義し直す. すなわち, 状態数がエネルギーの増加関数となる領域は「正温度領域」, 減少関数となるエネルギー領域は「負温度領域」, 状態数最頻度となるエネルギーを「'0'-inverse-temperature」と定義する.

数値計算と 'Two-Parameter Model' の平衡渦分布 $\hat{F}(r, z)$ を Fig.1, Fig.2 に示す. 直接数値計算結果と 'Two-Parameter Model' の平衡渦分布は定性的に一致した. エネルギーに対しては中心層の渦分布が大きな影響力を持つ. 中心層の渦分布が対称軸に対して広がればエネルギーは小さくなり, 対称軸に対して集中すればエネルギーは大きくなる. しかし角運動量の保存を満たすように上下層で分布が変化する. よってエネルギーを小さくする (中心層の渦分布が対称軸に対して広がる) と上下層では対称軸に対して渦分布が集中し, エネルギーを大きくする (中心層の渦分布が対称軸に対して集中する) と上下層では対称軸に対して渦分布が広がると考えられる.

参考文献

- (1) Onsager, L., Nuovo Cimento Suppl., **6** (1949), pp.279-287
- (2) Kida, S., J. Phys. Soc. Jpn., **39**(5) (1975), pp.1395-1404
- (3) Yatsuyanagi, Y., Kiwamoto, Y., Tomita, H., Sano, M. M., Yoshida, T. and Ebisuzaki, T., Phys. Rev. Lett., **94** (2005), 054502
- (4) Hoshi, S. and Miyazaki, T.: FDR **40** (2008), pp.662-678
- (5) Miyazaki T., Kimura H., Hoshi S.: Proc.IUTAM-Symposium, Springer to appear, 2009

^{*1} We thank for computational resources of the RIKEN Super Combined Cluster(RSCC).