

低レイノルズ数流れにおける抗力最小化・揚力最大化を目的とした形状最適化 Shape Optimization for Drag Minimization and Lift Maximization in Low Reynolds Number Flows

○片峯英次, 岐阜工業高等専門学校, 〒501-0495 本巣市上真桑 2236-2, E-mail: katamine@gifu-nct.ac.jp

川瀬 遼, 三菱重工名古屋誘導推進システム製作所, 〒485-8561 小牧市東田中 1200

畔上秀幸, 名古屋大学, 〒464-8601 名古屋市千種区不老町

Eiji KATAMINE, Gifu National College of Technology, 2236-2, Kamimakuwa, Motosu, 501-0495

Ryo KAWASE, Mitsubishi Heavy Industries, 1200, Higasanaka, Komaki, 485-8561

Hideyuki AZEGAMI, Nagoya University, Furo-cho, Nagoya, 464-8601

This paper describes a numerical solution to the shape optimization problems of viscous flow fields. The drag minimization problem and lift maximization problem for an isolated body in uniform flow were formulated in the domain of steady-state viscous flow fields. The shape gradient of the shape optimization problems were derived theoretically using the adjoint variable method, the Lagrange multiplier method and the formulae of the material derivative. Reshaping was accomplished using a traction method that was proposed as a solution to domain optimization problems. The validity of the proposed method was confirmed by results of 2D numerical analyses using finite element method.

1. はじめに

本研究では, 図 1 に示すような一様粘性流中に置かれた孤立物体に対して, 抗力を最小化, あるいは揚力を最大化する二つの形状最適化問題の数値解析法について述べる. まず, それぞれの形状最適化問題を定式化し, 随伴変数法および物質導関数を利用して, 領域変動の感度 (形状勾配関数) を理論的に導出する. 次に, 導出された形状勾配関数に基づいて方法を適用し, 有限要素法を利用した数値解析法を提示する. 最後に, 簡単な二次元問題の数値解析例を紹介する.

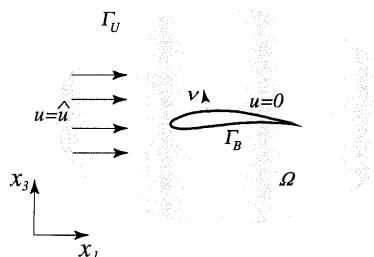


Fig. 1 Isolated body in uniform flow

2. 抗力最小化問題

領域積分によって表現された抗力 F_D を用いて, 孤立物体に作用する抗力が最小となる形状決定問題を定式化し, 随伴変数法を用いて形状修正の感度となる形状勾配を導出する. 抗力最小化問題は次のように定式化される.

$$\text{Given } M, \hat{u}, Re \quad (1)$$

$$\text{find } \Omega_s \quad (2)$$

$$\text{that minimizes } F_D = a^V(u, v^D) + b(u, u, v^D) + c(v^D, p) \quad (3)$$

$$\text{subject to } a^V(u, w) + b(u, u, w) + c(w, p) = 0 \quad (4)$$

$$\forall w \in W$$

$$c(u, q) = 0 \quad \forall q \in Q \quad (5)$$

$$\int_{\Omega} dx \leq M, \quad (6)$$

ここで式 (4), (5) は Navier-Stokes 方程式, 連続の式の弱形式である. 式 (6) は領域の大きさの上限値を M とした制約条件式を表している. また形状修正の感度となる形状勾配密度 G は次のように導出できる.

$$G = -\frac{1}{Re} w_{i,j} (u_{i,j} + u_{j,i}) - w_{i,i} p + \Lambda \quad (7)$$

ただし, $u = \{u_i\}_{i=1}^n$ は流速, p は圧力を表し, $w = \{w_i\}_{i=1}^n$, q はそれぞれ随伴方程式から評価される随伴流速, 随伴圧力を表している. また Λ は領域の大きさに対する Lagrange 乗数である.

同様な手法を用いて, 孤立物体に作用する揚力が最大となる形状決定問題が定式化が可能であり, この問題に対する形状勾配密度が導出できる.

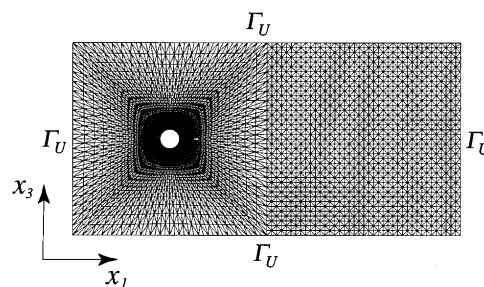
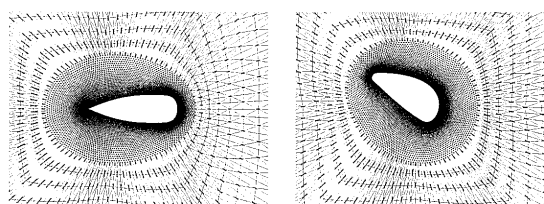


Fig. 2 2D isolated body problem and finite element meshes



(a) Drag minimization (b) Lift maximization

Fig. 3 Numerical results: Optimum shapes for $Re=100$

3. 解析例

導出した形状勾配密度と方法を用いて解析した簡単な数値例を紹介する. 図 2 の一様流中に置かれた孤立物体の二次元問題に対して, $Re=0.1, 40, 100$ の各条件について解析した. 節点数, 要素数はそれぞれ 31,120, 15,360 である. 最適化解析は孤立物体の面積一定の制約条件で行い, 形状修正の過程において再メッシュ分割処理を施さなかった. 図 3 に $Re=100$ における抗力最小化および揚力最大化の最適形状を示す. 抗力最小化問題では, 抗力の大きさが初期値に比較して約 39% 改善した. また, 揚力最大化問題では, 形状修正の繰り返しに対する揚力の大きさは増大して収束した.

これらの解析例から提示した解法の妥当性が確認できた.