

円管内乱流パフの生成維持機構

*同志社大学 研究開発推進機構

清水 雅 樹[†]

**同志社大学 理工学部

木 田 重 雄^{††}

A Driving Mechanism of a Turbulent Puff in Pipe Flow

Masaki SHIMIZU, Office for Research Initiatives and Development, Doshisha University

Shigeo KIDA, Faculty of Science and Engineering, Doshisha University

1 はじめに

流れの安定性が今日レイノルズ数とよばれる無次元パラメータで特徴づけられることが初めて示されたのは、円管流での層流/乱流遷移の組織的な研究においてであった (Reynolds 1883¹⁾). 彼は円管流の不安定性には2種類の臨界レイノルズ数があることを指摘し、それぞれの測定を行なった。ひとつは、どのように注意深く実験をしても乱れが発生してしまう臨界レイノルズ数で、彼は12000という値を得たが、その後の追試ならびに線形安定性解析に基づき、現在ではこの臨界値は無限大であると考えられている。もうひとつは、初期攪乱がどんなに大きくても最終的には定常なハーゲン-ポアズイユ流に落ち着く臨界レイノルズ数で、この値は約2000程度であることが、レイノルズ自身のを含む多くの実験から示唆されている。現実の流れは通常大きな攪乱を伴ない、乱流遷移は後者のレイノルズ数（最小遷移レイノルズ数）で起こるので、その値を予測することが特に重要である。しかし、この不安定は重臨界性で段階的な遷移を伴わないため、分岐理論のような系統的で強力な解析方法が適用できず、臨界値の理論的決定はまだなされていない。同じ事情が平面クエット流の場合にも見られる。

最小遷移レイノルズ数の値を予測するために、ナヴィエ-ストークス方程式の非自明な（ハーゲン-ポアズイユ流以外の）解をできるだけ小さなレイノルズ数に対して見出そうという試みがこれまでになされ、一連の進行波解が得られている。^{2,3)} これに対して、われわれは、平面

クエット流の場合に見られたような不安定周期流^{4,5)}がその役割を演ずるものと予想し、その有力な候補として、遷移レイノルズ数のあたりで実験的に観測されている局在化した乱れ（乱流パフ）^{1,6)}に着目している。乱流パフは管軸方向に有限の大きさをもつが、その大きさはレイノルズ数に依存して、時間的に増大したり、減少したり、また不変であったりする。大きさの変化しないパフを平衡パフとよぶ。⁷⁾ 平衡パフはもっとも基本的なパフで数多くの研究があり、移流速度、乱流強度分布、乱れの広がり、等々、その統計的性質が詳しく調べられている。しかし、最小遷移レイノルズ数を決定するのに重要である力学的性質、特に生成維持機構については、Bandyopadhyay (1986)⁸⁾の可視化による実験的研究があるだけで、ほとんどわかっていない。本FDR 賞受賞論文⁹⁾では、高精度スペクトル法を用いた数値シミュレーションにより平衡乱流パフを実現し、流れ場の詳細な可視化および理論解析を行い、パフの生成維持の力学を考察している。そして、将来その発見が期待される不安定周期流の有すべき自己維持機構のサイクルを提案している。

2 数値計算法

一様外力 f によって駆動される、半径 a の円管内の非圧縮ニュートン流体の運動を考える。動粘性係数を ν として、レイノルズ数を $Re = fa^3/4\nu^2 = aU/\nu$ と定義する。ここで $U = fa^2/4\nu$ は、ハーゲン-ポアズイユ流が実現したときの中心速度である。流れは壁面ですべりなし、管軸方向には周期 L で周期的とする。速度場が $\mathbf{u}(r, \theta, z) = \nabla \times (\hat{z}\psi) + \nabla \times (\nabla \times (\hat{z}\phi))$ と表せるスカラー関数 $\psi(r, \theta, z)$ と $\phi(r, \theta, z)$ を用いて非圧縮ナビエ-

* 〒610-0321 京都府京田辺市多々羅都谷 1-3

[†]E-mail: mashimiz @ mail.doshisha.ac.jp

** 〒610-0321 京都府京田辺市多々羅都谷 1-3

^{††}E-mail: skida @ mail.doshisha.ac.jp

ストークス方程式と境界条件を書き換え,

$$\begin{pmatrix} \psi(r, \theta, \phi) \\ \phi(r, \theta, \phi) \end{pmatrix} = \sum_{k=-K}^K \sum_{m=-M}^M \sum_{\substack{n=|m| \\ n+m=\text{even}}}^N \begin{pmatrix} \hat{\psi}_n^{mk} \\ \hat{\phi}_n^{mk} \end{pmatrix} \Phi_n^m(r) \exp[i(m\theta + 2\pi kz/L)]$$

とスペクトル展開する。ここに、 r, θ, z はそれぞれ、円管軸を軸とする円筒座標系の動径、方位角、管軸方向の座標で、 $\hat{z}$ は管軸方向の単位ベクトルである。また、 $\Phi_n^m(r)$ はゼルニケ円多項式と呼ばれるものである。^{10,11)} これを用いることで展開関数 $\psi(r, \theta, \phi)$ と $\phi(r, \theta, \phi)$ の管軸上での解析性が保証される。展開係数 $\hat{\psi}_n^{mk}$ と $\hat{\phi}_n^{mk}$ の時間発展方程式を、粘性項にクランク-ニコルソン法、非線型項に2次のアダムス-バッシュフォース法を用いて数値積分する。壁面での境界条件はタウ法を用いて満足させる。管軸方向の周期については、乱流パフが収まる程度の長さが必要であり、 $L = 16\pi a$ とする。レイノルズ数 Re は比較的パフの様子が変化しない $Re = 3000$ とする。数値計算の空間解像度については、上式の展開での打ち切りモード数を $(N, M, K) = (80, 31, 511)$ とし、時間積分の刻み幅は、 $0.005 a/U$ とする。以下での物理量は、長さ a 、速さ U で無次元化したものを用いる。数値計算の詳細は文献¹²⁾を参照されたい。

3 乱流パフの生成維持機構

3.1 平衡乱流パフ

乱流パフは Re 数が $3000 - 4000$ 程度の範囲で観測される。¹²⁾ Re 数が大きいときの乱流パフでは、その全長が一定でなく時間とともに大きくなる。われわれが行った数値シミュレーションでは $Re = 3000$ のとき、全長のほとんど変化しない平衡乱流パフが得られた。この

とき平均流速 $\langle u_z \rangle_{\theta, z}$ で定義されるレイノルズ数 $Re_m \equiv 2a \langle u_z \rangle_{\theta, z} / \nu$ は 2200 程度であり、実験で観測される平衡乱流パフ (例えば Wygnanski (1975)⁷⁾) に相当している。図1に流れ方向速度 u_z の分布を示す。流れの向きは左から右である。上図は中心軸に沿った u_z の分布で、直線はこの分布を区分的直線で近似したものである。下図は中心軸を含む断面図で、平均流速 $\langle u_z \rangle_{\theta, z}$ からの差を示している。乱流パフの上流端は管の中心部より壁側でより上流側に位置している。以下に述べるように、パフ内の乱れは上流端の壁面近傍で生成される。

3.2 低速ストリークとケルビン-ヘルムホルツ不安定性

パフ内は乱流になっており、一般の壁面乱流と同様に低速ストリークとそれに伴う流れ方向渦が壁面近傍に見られる (図2)。この低速ストリークの進行速度はパフの進行速度 (平均流速にほぼ等しい) より小さく、低速ストリークは取り残されやがてパフの上流端から層流領域に出てくる。その結果、上流からやってくる逆向きの流れとの間で強い剪断層を形成する。この剪断層は、ケルビン-ヘルムホルツ不安定性により巻き上がり、流れ場に変動を引き起こす。図3に低速ストリークの作る剪断層の巻き上がりの様子を、渦度の方位角成分 ω_θ の等高線によって示す。時間は上から下に経過している。記号 a と b は、巻き上がりの個々の事例を指している。この4枚の図で巻き上がりの1周期分を表している。この低速ストリークの場合、このような巻き上がりが8回続いて起こり、その後、低速ストリークは消滅した。低速ストリークには強弱があり、その活動の寿命やそれにともなう巻き上がりの回数はさまざまである。

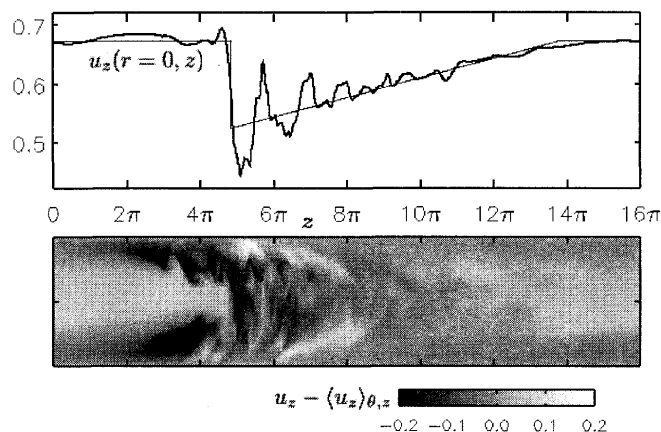


図1 乱流パフでの流れ方向速度

3.3 自己維持サイクル

乱流パフの構造と生成維持機構を図4に模式的に示す。左図では、流れの向きは左から右であり、破線で挟まれた領域が乱流パフで、上流側と下流側は層流領域になっている。この乱流パフはその大きさを保ちながら平均流速とほぼ同じ速度で下流に移動している。

乱流パフの自己維持サイクルは以下の5つの過程で構成される。

- (i) パフの中では、多くの壁乱流と同様に、管壁に沿って乱れが流れ方向渦を伴った低速ストリークを作る。
- (ii) これらの低速ストリークはパフに相対的に上流へ移動しパフの上流端から抜け出る。
- (iii) この抜き出た低速ストリークと上流からの逆向きの流れが、パフの上流端のすぐ上流で、強い剪断層を作る。
- (iv) この剪断層はケルビン-ヘルムホルツ不安定性によ

り巻き上がり、新しい変動が作られる。

- (v) この変動の大部分が下流のパフに侵入し、パフを活性化する。そして、過程 (i) に戻る。

4 展望

一定の外力によって駆動される円管流における平衡乱流パフを流体の運動方程式の直接数値シミュレーションで実現した。パフの空間構造、移流速度、乱流変動の伝播速度などの流れの特性量を解析し、パフの自己維持サイクルを見出した。パフの中で乱れによって作られた低速ストリークは、パフに相対的に上流へ移動し、パフの上流端を通過したところで、上流からくる流れとの間に強い剪断層を作る。この剪断層がケルビン-ヘルムホルツ不安定性により巻き上がり、速度変動が生まれる。

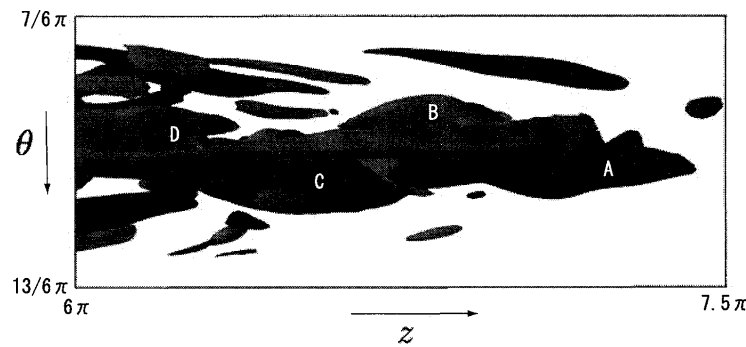


図2 乱流パフ内に存在する低速ストリーク（灰色）とそれに伴う縦渦（赤色, $\omega_z > 0$; 青色, $\omega_z < 0$ ）。流れの向きは左から右、紙面手前が管壁面側である。

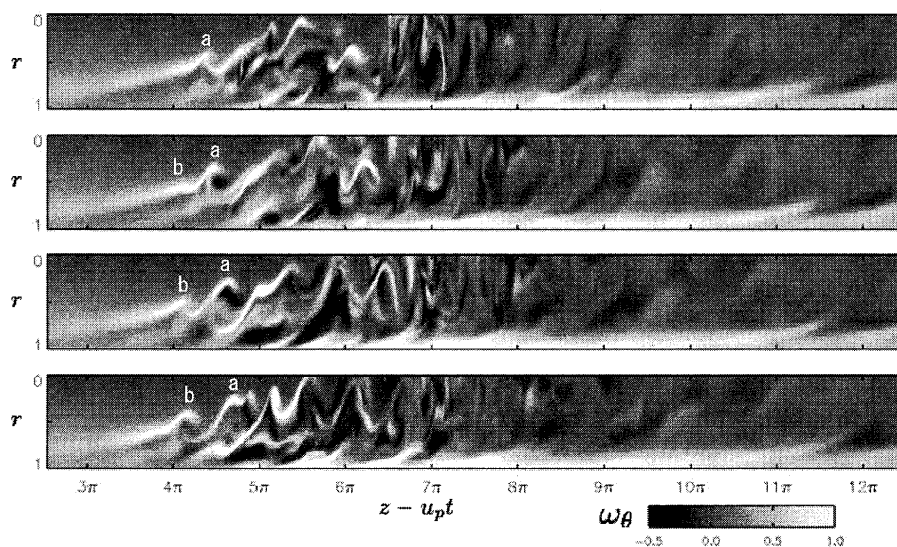


図3 乱流パフ上流端での剪断層の巻き上がり

円管内乱流パフの生成維持機構

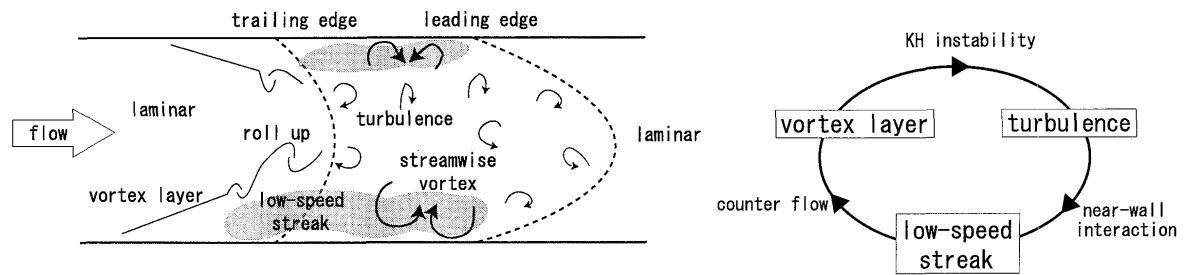


図4 管内流における平衡乱流パフの略図。上流端と下流端（破線で示す）で挟まれた乱流領域がパフである。上流端近傍で形成される渦層の不安定性で生じる攪乱が乱れの源になり、パフ内で低速ストリークを成長させる。低速ストリークは上流端へ移動しやがて渦層を形成する。乱流パフでは、このような自己維持サイクルが継続している。

この速度変動は複雑に乱れながら、パフ内部に入り込みパフに活力を与える。このような自己生成維持過程により、乱流パフの活動が保たれる

さて、冒頭で述べたように、円管流の層流/乱流遷移の現象を理解する方法に、ハーゲン-ポアズイユ流以外の非自明な解－不安定周期流－の探索がある。本研究で見出した平衡乱流パフを種にして不安定周期流を求めることが今後の課題のひとつである。乱流パフが上述の自己維持サイクルによって維持されているとすれば、周期流はこのサイクルに組み込まれている力学過程をすべて有するものであろう。薄い剪断層の生成と崩壊の過程を記述するためには、時空間の解像度を相当高くしなければならない。実際、クエット乱流の場合^{4,5)}の数十倍以上の計算が必要になると思われる。有効な自由度の低減や反復解法⁵⁾の改良などにおけるブレークスルーが期待されるところである。

引用文献

- 1) Reynolds, O.: An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of the water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels, Phil. Trans. R. Soc. Lond. **A 174** (1883) 935–982.
- 2) Faisst, H. Eckhardt, B.: Travelling waves in pipe flow, Phys. Rev. Lett. **91** (2003) 224502.
- 3) Kerswell, R.R.: Recent progress in understanding the transition to turbulence in a pipe, Nonlinearity **18** (2005) R17–R44.
- 4) Kawahara, G. and Kida, S.: Periodic motion embedded in plane Couette turbulence: regeneration cycle and burst, J. Fluid Mech. **449** (2001) 291–300.
- 5) Viswanath, D.: Recurrent motions within plane Couette turbulence, J. Fluid MEch. **580** (2007) 339–358.
- 6) Wygnanski, I.J. and Champagne, F.H.: On transition in a pipe. Part 1. The origin of puffs and slugs and the flow in a turbulent slug, J. Fluid Mech. **59** (1973) 281–335.
- 7) Wygnanski, I.J., Sokolov, M. and Friedman, D.: On transition in a pipe. Part 2. The equilibrium puff, J. Fluid Mech. **69** (1975) 283–304.
- 8) Bandyopadhyay, P. R.: Aspect of the equilibrium puff in transitional pipe flow, J. Fluid Mech. **163** (1975) 439–458.
- 9) Shimizu, M. and Kida, S.: A driving mechanism of a turbulent puff in pipe flow, Fluid Dyn. Res. **417** (2009) 045501–045527.
- 10) Bhatia, A.B. and Born, M.: On the circle polynomials of Zernike and related orthogonal sets, in Proc. Cambridge Phil. Soc. **50** (1954) 40–53.
- 11) Matsushima, T. and Marcus, P.S.: A Spectral Method for Polar Coordinates, J. Comp. Phys. **120** (1995) 365–374.
- 12) Shimizu, M. and Kida, S.: Structure of a turbulent puff in pipe flow, J. Phys. Soc. Jpn. **77** (2008) 114401–114408.