

同軸二重円筒容器内における磁気レイリー・ベナール対流

Magnetic Rayleigh-Bénard convection in a coaxial double cylinder

○ 田川俊夫, 首都大東京, 日野市旭が丘 6-6, E-mail: ttagawa@cc.tmit.ac.jp
Toshio Tagawa, Tokyo Metropolitan University, Asahigaoka 6-6, Hino 191-0065, Japan

Linear stability analyses and numerical computations have been carried out for a magnetic Rayleigh-Bénard convection of air in a coaxial double cylinder in the absence of gravity field. An inner cylinder is heated and an outer cylinder is cooled both isothermally. The air filled within the gap of double cylinder is unstable under certain strength of the applied toroidal magnetic field since the heated air is repelled radially outward due to the magnetic buoyancy force. The stability analysis quantitatively predicts the critical values for the onset of thermal convection for various values of the radius ratio.

1. はじめに

近年、超伝導磁石が商品化されたことから、数テスラから 15 テスラ程度の強磁場が比較的容易に利用できる状況にある。電磁流体力学の分野では、以前は導電性流体のみが研究対象であったのに対し、最近では空気や水のような非導電性流体まで研究範囲が広がっており、それはこれまで無視されてきた磁気体積力（単に磁気力、あるいは磁化力とも呼ばれる）に起因するものである。磁気力は、重力と同様、保存力になりうる性質に加え、斥力も使えることから、温度や濃度に起因する自然対流や二相流の熱流動制御問題に関連して、学術的に非常に興味深い。

磁化率の温度依存性に起因する現象の一例として、磁気熱対流を挙げる。一般に反磁性流体の磁化率は温度依存しないが、常磁性流体のそれは温度に反比例することが、Curie の法則として知られている。このことは、空気のような常磁性流体を加熱すると磁化率が下がるため、磁場に引き付けられる性質が弱まり、結果として相対的に高温部分の常磁性流体は磁場から反発されることになる。それは重力場における熱対流との対比で考えれば、加熱された流体が軽くなって上昇するのに対応している。

重力場における水平流体層の熱対流の安定性は、Rayleigh-Bénard 問題として良く知られている。Rayleigh の理論的研究に先立って、Bénard が行った実験では、上面が自由表面である場合を扱っているので、浮力による影響のみならず、薄い流体層であるので界面張力による影響がより重要な役割を果たす。そのような熱対流の線形安定性解析は、これまで十分に調べられている。しかしながら、このような線形安定性理論の磁気熱対流への試みは今のところ皆無と思われる。そこで本研究では、同軸二重円筒内における空気の磁気 Rayleigh-Bénard 対流を想定し、線形安定性解析と差分法による数値計算を実施し、さらに両者を比較検討する。

2. 解析モデル

本研究で想定した解析モデルを説明する。無重力場中に置かれた同軸の二重円筒容器を考え、中心軸上の無限に長い直線コイルに一定値の電流が流れている。この電流が作る磁場は周方向成分のみを持ち、軸から離れるにつれて弱くなる。二重円筒間の流体は常磁性流体の空気を想定し、内円筒を等温加熱、外円筒を等温冷却し、ある臨界値を超えると対流が発生する。本研究では、外円筒に対する内円筒の半径比を種々変えて解析を行い、代表長さは二重円筒の隙間幅とする。

3. 線形安定性解析

基本流は静止状態であり、温度場は熱伝導状態である。軸対称解析と極座標解析の両方を行った。Table 1 は、線形安定性解析で得られた臨界値のまとめを示す。外円筒に対する内円筒の半径比

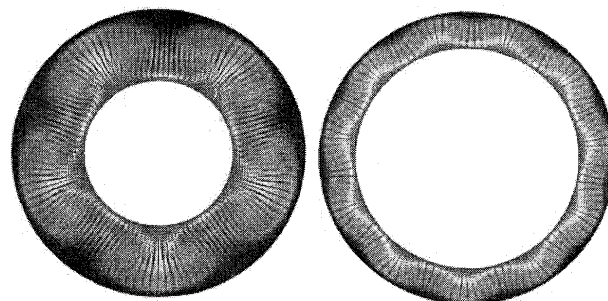
を種々変えている。いずれの半径比においても、極座標解析で得られる臨界値が軸対称解析のそれよりも低く、その傾向は半径比が小さいほど顕著であることから、半径比が小さい場合は、周方向に波数を持つ流れ場や温度場になることが予測できる。半径比が大きくなると、両解析による臨界値は互いに近くなってくるので、軸方向にも波数を持つようになると予想される。

Table 1 Critical values obtained by the linear stability analyses

半径比 η	軸対称解析		極座標解析	
	臨界波数 k_c	臨界値 γRa_c	臨界波数 n_c	臨界値 γRa_c
1/3	3.180	2.893×10^4	3	2.324×10^4
1/2	3.142	1.067×10^5	5	9.417×10^4
2/3	3.125	5.149×10^5	8	4.811×10^5
3/4	3.121	1.428×10^6	11	1.364×10^6
5/6	3.118	5.581×10^6	17	5.429×10^6
10/11	3.117	3.896×10^7	33	3.840×10^7
19/20	3.116	2.498×10^8	61	2.479×10^8

4. 数値解析

Fig. 1 (a) には、線形安定性解析により得られる臨界値の約 2 倍である $\gamma Ra = 2 \times 10^5$ における速度場と温度場の可視化を示す。Pr 数は 0.7 とし、半径比は 1/2 である。本計算により得られた周方向波数は 5 であり、線形安定性解析で得られる波数に一致している。また、(b) には半径比が 3/4 で $\gamma Ra = 1.6 \times 10^6$ における速度場と温度場を示す。この場合、周方向波数は 11 であり、これも線形安定性解析で得られる波数に一致している。



(a) $\eta = 1/2$, $\gamma Ra = 2 \times 10^5$, (b) $\eta = 3/4$, $\gamma Ra = 1.6 \times 10^6$

Fig. 1 Velocity vectors and temperature field obtained by the polar coordinate analyses for a steady state of convection at $Pr = 0.7$