

準地衡風点渦系の平衡状態 -異符号渦強さの混在- Equilibrium State of Quasi-geostrophic Point Vortices -Vortices of mixed sign-

○船越 智史 (電通大院), 佐藤 友俊 (電通大院), 宮崎 武 (電通大院)

東京都調布市調布ヶ丘 1-5-1, E-mail:miyazaki@mce.uec.ac.jp,funakosi@miyazaki.mce.uec.ac.jp

Satoshi FUNAKOSHI (UEC),Tomoyoshi SATO(UEC),Takeshi MIYAZAKI(UEC)

1-5-1 Choufugaoka,Chofu,Tokyo,Japan

The statistical equilibrium state of quasi-geostrophic point vortices of mixed sign is investigated numerically, in order to understand the fundamental aspects of quasi-geostrophic turbulence. Numerical computations under the periodic boundary condition are performed using a fast special-purpose computer for molecular dynamics simulation (MDGRAPE-3). The clustering of vortices and the two-dimensionalization are observed for negative temperature states of higher energy.

1. 緒言

大気・海洋といった大規模な地球流体運動は, 安定密度成層効果と地球の自転によるコリオリ効果によって, 近似的に鉛直高さの異なる層ごとの 2 次元運動とみなすことができる. したがって, 第 0 近似では各層ごとに 2 次元 Euler 方程式で記述される. これまで 2 次元点渦系の統計力学に関して Onsager⁽¹⁾,Kida⁽²⁾ など数多くの理論的研究がある. 近年では,Yatsuyanagi ら⁽³⁾ が 2 次元点渦系の大規模数値計算 (点渦数 $N = 6724$) を行い, 高エネルギー (負温度) 状態と低エネルギー (正温度) 状態の統計的性質を調べた. 地球流体運動のより詳細な特徴を捉えるためには 3 次元性を考慮する必要がある. 我々のグループでは, 地球流体運動の第 1 近似として準地衡風近似を用いる. 無限空間における準地衡風点渦系の統計的性質を, 分子動力学専用計算機 MDGRAPE-3 を用いた数値計算と最大エントロピー理論を用いて調べてきた⁽⁴⁾. 本研究では, 正符号・負符号の渦強さをもつ点渦が混在する点渦系の統計的性質について調査した. なお数値計算を行うにあたって, 周期境界条件を導入した.

2. 準地衡風点渦系の統計力学

3 次元の計算領域内に, 一辺の長さ $L = 2\pi$ の立方体の基本セルを考える. その領域内に正符号 ($\hat{\Gamma}_+ = 0.1$) の点渦 1000 個と負符号 ($\hat{\Gamma}_- = -0.1$) の点渦 1000 個を, それぞれ鉛直方向に等間隔, 水平方向に一様乱数を用いて分布させた. その分布を 10^6 個用意したとき, その系が取り得る最頻度のエネルギー値を用い, 運動方程式の時間発展計算を 3 方向周期境界条件のもとで行った. 周期境界条件の計算には分子動力学でよく知られる EWALD 法を使用した⁽⁵⁾.

平衡状態で同符号渦のクラスター (クラスタリング) が存在するかどうかは, 保存量であるエネルギー E の値によって決定される. 2 次元点渦系において, 高エネルギー値での平衡状態では, 同符号渦のクラスターが生じることが知られている⁽⁶⁾. そこで今回は, 高エネルギー値 ($E = 6.785 \times 10^{-4}$) と低エネルギー値 ($E = -1.325 \times 10^{-3}$) での計算を行った.

クラスタリングの発生を確認するために, 生態学でよく用いられる K 関数 $K(r) = (\lambda N')^{-1} \sum_{i=1}^{N'} \sum_{j=1, j \neq i}^{N'} \theta(r - |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|)$ を利用する⁽⁷⁾. $\lambda = N_+/V = N_-/V$ は平均密度, V は基本セルの体積, $\theta(x)$ は階段関数である. L 関数 $L(r) = \sqrt{3K(r)/4\pi} - r$ により, $L(r) > 0$ なら集中分布型 (クラスタリングが存在), $L(r) < 0$ なら一定間隔分布型, $L(r) = 0$ ならランダム分布型となる. 低エネルギー値では, 初期状態から時間発展後において $L \leq 0$ となり, ランダム分布型もしくは一定間隔分布型を示し, クラスタリングが発生しないことがわかった. 一方, 高エネルギー値では, 初

期状態から時間発展後において $L > 0$ となり, 集中分布型を示し, クラスタリングが生じることがわかった.

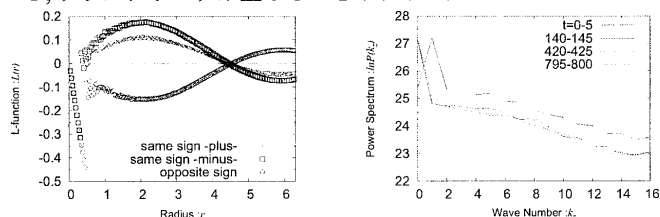


Fig. 1 $E = 6.785 \times 10^{-4}$ における:(左) 時間発展後での L 関数 (無次元時間 $t = 950 \sim 951$), (右) パワースペクトル.

また, クラスタリングの発生により, 同符号渦の重心位置が時間発展にともなって, 原点から移動する. 重心位置が再び原点になるときの点渦分布は Fig.2 のようになる.

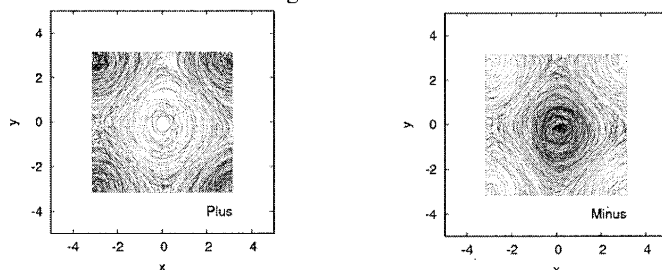


Fig. 2 $E = 6.785 \times 10^{-4}$ における xy 平面射影図:(左) 正符号, (右) 負符号.

高エネルギー値において, 3 次元高速フーリエ変換を実行し, 波数 k_z に対するパワースペクトルを Fig.1(右) に示す. ただし, 縦軸は自然対数スケールで表示している. 初期状態において, 波数 $k_z = 1$ でパワースペクトルの値がピークとなり, 3 次元的構造を示す. 一方, 時間発展後において, 波数 $k_z = 0$ でパワースペクトルの値がピークとなり, 2 次元的構造を示す. このことから, 3 次元的渦構造は時間発展により, 2 次元的渦構造が形成され, 準地衡風乱流場の 2 次元化が進むことが示唆される.

参考文献

- (1) Onsager, L., Nuovo Cimento Suppl., **6** (1949), pp.279-287
- (2) Kida, S., J.Phys.Soc.Jpn., **39**(5) (1975), pp.1395-1404
- (3) Yatsuyanagi, Y. et al., PRL, **94** (2005), 054502.
- (4) Hoshi, S. and Miyazaki, T., FDR, **40** (2008), p.662-678.
- (5) 岡崎 進, “コンピュータシミュレーションの基礎”, 同人化学, (2000), pp.89-106
- (6) 梅木 誠, 数理解析研究所講義録, **1567** (2007), pp.123-131
- (7) 島谷 健一郎, 日本生態学会誌, **51** (2001), pp.87-106