

熱音響タコニス振動に対する臨界条件の数値的導出

Numerical derivation of marginal conditions of thermoacoustic Taconis oscillations

- 清水 大, 阪大院 工, 大阪府吹田市山田丘 2-1, E-mail: shimizu@mech.eng.osaka-u.ac.jp
 杉本 信正, 阪大院 基礎工, 大阪府豊中市待兼山町 1-3, E-mail: sugimoto@me.es.osaka-u.ac.jp
 Dai SHIMIZU, Creative Design Studio on Technology, Grad. Sch. of Eng., Osaka Univ., Suita Osaka, 565-0871
 Nobumasa SUGIMOTO, Dept. of Mech. Sci., Grad. Sch. of Eng. Sci., Osaka Univ., Toyonaka Osaka, 560-8531

This paper derives numerically marginal conditions for the onset of thermoacoustic Taconis oscillations in a helium-filled, quarter-wavelength tube. For step temperature distributions, the linear stability analysis is made by Rott (1969, 1973) and the marginal conditions derived are experimentally checked by Yazaki, Tominaga, and Narahara (1980). Although the boundary-layer theory was then regarded as being incapable of deriving the conditions, it has recently been revealed that the theory is valid in any situation for a short-time behavior after a disturbance is given. Therefore it is expected to be applicable to derivation of the marginal conditions. Using this theory, marginal conditions for smooth temperature distribution are sought and checked against the results by Rott.

1. はじめに

タコニス振動は、温度勾配を持つ管壁に接している気体の不安定性に起因して生じる熱音響自励振動の原型として知られている⁽¹⁾。ヘリウムガスで満たされた 1/4 波長管の閉端を室温に保ち、開口端を極低温に冷却することで、管内気柱が不安定になり自励振動が発生する。

Rott は温度分布としてステップ分布を仮定することにより臨界条件を導出した⁽²⁾⁽³⁾。その臨界曲線は後に矢崎らによって実験的に確認され、良い一致を示している⁽⁴⁾。Rott はその導出の過程において、1 次の境界層理論では臨界条件を求めることができないと指摘したが、近年、杉本・清水は、1 次の境界層理論に基づく理論を弱非線形まで拡張することにより、滑らかな温度分布に対するタコニス振動の数値シミュレーションが可能であることを示し、発生メカニズムを解明した⁽⁵⁻⁷⁾。

これら結果から、境界層理論の有用性は示されているが、不安定化のそもそもの原点である臨界条件をこの理論で系統的に調べることは未だ行われていない。本報告では、境界層理論を用いて臨界曲線を数値的に求め、Rott の結果と比較する。

2. 基礎方程式

境界層理論に基づき問題を定式化し、音場を管壁近傍の境界層とそれ以外の主流に分けて考える。連続の式、運動方程式、エネルギー方程式を管断面にわたり平均化し、境界層の解析解を用いることで、主流に関する 1 次元非線形方程式に帰着させる。境界層の効果は非整数階微分で示される履歴積分を通して主流の連続の式の右辺に現れる。

一方、Rott は全ての基礎方程式を線形化し、調和振動する定在波に対し、超過圧の複素振幅に関する方程式を導出し、ステップを挟んだ低温部と高温部の接続条件を決定する問題に帰着させ、臨界曲線を導出した。

3. 数値シミュレーション

温度分布は、非現実的なステップ分布ではなく、双曲線関数の組み合わせから成る連続温度分布を与える。

ステップに対する臨界条件はパラメータ $\xi (= (L-l)/l)$ により、ステップの位置で特定される。ここで L は管の長さ、 l は開口端からステップまでの距離を示す。この l は連続分布に対しては定義されていないが、 l を $T_e^{-1} dT_e/dx$ が最大となる位置で定義すると、ステップに対する臨界曲線と良い一致を示すことが分かった。

4. 結果と考察

Figure 1 は 3 つの ξ に対して数値的に得られた臨界条件を示す。Figure 1 より、数値的に求めた臨界条件は Rott による

臨界曲線に近い値を示し、特に $\xi=0.3$ の時に良い一致を示すことが分かる。 ξ が減少するにつれ、つまり管内の低温部が相対的に増加するにつれ、得られた臨界条件は Rott の結果と良い一致を示している。これは、低温部では境界層が薄く、近似がよりよく満たされていることに起因していると考えられる。

ステップに対する臨界曲線の右の分枝が境界層理論により確認されたが、左の分枝については未だ得られていない。

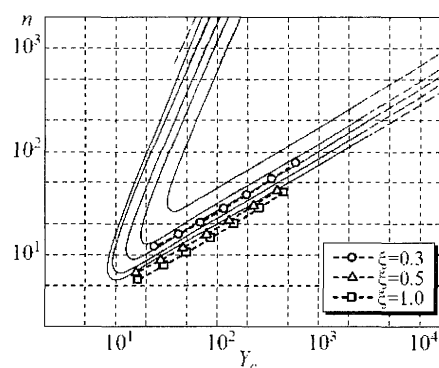


Fig. 1 Marginal temperature ratio n versus $Y_c = R(\omega/\nu_c)^{1/2}$ for $\xi = 0.3, 0.5$ and 1.0 and for seven tubes of radius $R = 14, 10, 7.5, 3.5, 2.5$ and 1.7 mm. The black solid and black broken lines are the marginal curves shown in Fig. 3 of Rott (1973).

5. おわりに

Rott によって理論的に得られたタコニス振動の発現に対する臨界条件を、境界層理論による新しいアプローチによって調べた。臨界曲線の左の分枝は未だ得られていないが、右の分枝は得られることが分かった。特に、連続分布に対するステップの位置を対数温度勾配が最大となる位置に選ぶと、定量的に良い一致が見られることが分かった。連続温度分布に対する本報告の結果によって、少なくとも右の分枝に関しては、ステップの仮定が妥当であることが示された。

参考文献

- (1) Taconis, K. W., Beenakker, J. J. M., Nier, A. O. C. & Aldrich, L. T., *Physica*, **15** (1949)
- (2) Rott, N., *Z. Angew. Math. Phys.* **20** (1969).
- (3) Rott, N., *Z. Angew. Math. Phys.* **24** (1973).
- (4) Yazaki, T., Tominaga, A. and Narahara, Y., *J. Low Temp. Phys.* **41** (1980).
- (5) Sugimoto, N. and Shimizu, D., *Phys. Fluids*, **20** (2008).
- (6) Shimizu, D. and Sugimoto, N., *J. Phys. Soc. Jpn.*, **78** (2009).
- (7) Shimizu, D. and Sugimoto, N., *J. Appl. Phys.*, **107** (2010).