S－d 相互作用について

東北大通研　大阪之雄

（10月20日受理）

§1. 序

s－d 相互作用の理論は，次の二つの研究により，事情が大分明になったと思われる。一つは，Nagaoka[1] による2時間グリーン函数の decoupling 方程式の厳密解[2] が得られ，それによる帯磁率，エントロピー等の計算により，逆にこの解が 0°K でどのような状態に対応しているかが次第に明になりつつある。もう一つは，Yoshimori－Yosida[3] による most divergence の範囲での 0°K での Yosida 理論の完成がなされた事である。Suhl[4] の散乱理論による扱いと，上記の二時間グリーン函数の扱いとは，結果に於て可成の類似性が認められる。[5) 6) 7)] 著者としては，二時間グリーン函数の解の 0°K の状態が，果して Yosida 理論の singlet ground－state を表しているか否かという事を，重大な問題と考える。

ここでは，Yosida 理論に基づいた扱いをなす。

先ず，Yosida 理論の状態を基にして，T－matrix に対する方程式を，導出する。それにより，0°K の電気抵抗の計算を試みる。次に，Nakajima[8] の異常グリーン函数の扱いに，normal 部分の寄与を含めたと思われる T－matrix に対する式を提案する。この方程式は，0°K では本質的に，上述の Yosida 理論に基づく T－matix の式に移行する。

T－matrix の式を定性的に近似し，$T \gg T_K$（異常温度）と $T = 0$°K の間を結ぶ電気抵抗，帯磁率に対する内挿的有限温度の式を提案する。

結論として，エネルギー変数が小さい時の T－matrix の解析的形より，温度で接続した Suhl の解と二時間グリーン函数の解は，singlet ground state とは別な状態になっていると思われる。

この小論の一部は，可成粗っぽい事をしており，その点は，問題の難しさに免じて，かんべんして頂き度い。

§2. 0°K に於ける T－matrix の方程式

0°K に於ける Yosida 理論の singlet bound state を $|B>$ で表し，その energy を E_B とする。この基底状態より十分離れた所に，波数 k，電子スピン σ の電子が入射して来た（または outgoing）状態より作られる散乱状態は次式で与えられる。

$$|k,\sigma>^{\pm} = a_{k\sigma}^{*}|B> + (E_B + \xi_k - H \pm i\delta)^{-1}[H', a_{k\sigma}^{*}]|B> \qquad (2.1)$$

但し，$k > k_F$（Fermi 波数）である。ξ_k は Fermi energy を原点ととった band energy である。H は全ハミルトニアン，H' は電子と局在スピンの相互作用ハミルトニアンである。その相互作用は $|J|\,\mathbf{s}\,\mathbf{S}$ ととる。$\mathbf{s}$ は電子スピン，$\mathbf{S}$ は局在スピン。以下，全て $S=\frac{1}{2}$ の時のみ考える。δ は正の微少量である。

$k > k_F$，$k' > k_F$ の時，T－matrix は

$$T_{k'\sigma', k\sigma} = <B|\frac{|J|}{N}\mathbf{S}\cdot(\mathbf{s})_{\sigma'\sigma}|B> + <B|j_{k\sigma}\frac{1}{H-E_B+\xi_{k'}}j_{k'\sigma'}^{+}|B> + <B|j_{k'\sigma'}^{+}\frac{1}{E_B+\xi_{k'}-H+i\delta}j_{k\sigma}|B> \qquad (2.2)$$

但し $j_{k\sigma} \equiv [H', a_{k\sigma}]$，$j_{k'\sigma'}^{+} \equiv [a_{k'\sigma'}, H']$。

$<B|\mathbf{S}|B> = 0$ の故，(2.2) の右辺第一項は落ちる。

$|B>$ を電子 $(2N+1)$ けの状態とする。(2.2) の右辺第二，第三項の中間状態には，$j|B>$ では $(2N+2)$ の状態，$j^{+}|B>$ には $2N$ の状態を許す。例えば，$(2N+2)$ の状態として $\frac{\pm i\delta}{E_B+\xi_k-H\pm i\delta}a_{k\sigma}^{+}|B>$ $(k>k_F)$，$(2N)$ の状態としては $\frac{\pm i\delta}{E_B+\xi_k-H\pm i\delta}a_{k\sigma}|B>$ $(k<k_F)$ の散乱状態が許される。しかし，このような散乱状態で表わされ得ない中間状態が $(2N)$ けの状態に生ずる。$2N$ 体系の非摂動系を $\alpha_{\gamma}^{*}|\varphi_0>$ と表わす。$|\varphi_0>$ は，電子が Fermi 面迄充満し，spinon の真空とする。α_{γ}^{*} は，γ 状態の spinon の生成演算子とする。これに相互作用を断熱的に入れた normal ground state を $|\Psi_{\gamma}>$ とする。この $|\Psi_{\gamma}>$ は散乱状態で表わされない。

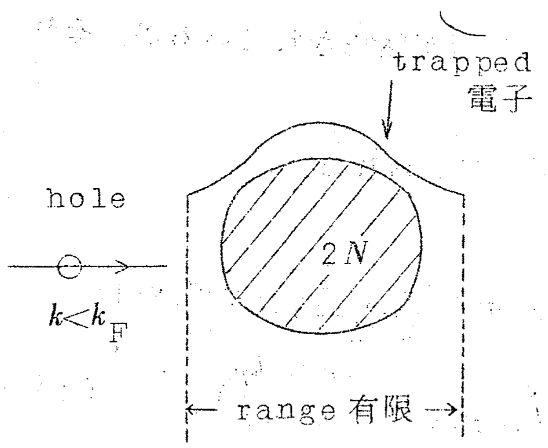


Fig (1)

Fig.1 に，$(2N)$ けの散乱状態を図式的に書いた。

このような状態は，$2N$ けの normal ground state を企んでいない。$|\Psi_\gamma\rangle$ なる状態は，target state としてのみ意味を有し，散乱状態にはならない。即ち，(2.2) の右辺第二項に，中間状態を入れた時生ずる

$$\sum_\gamma \langle B| j_{k\sigma} |\Psi_\gamma\rangle \frac{1}{E_g - E_B + \xi_{k'}} \langle \Psi_\gamma | j^{+}_{k'\sigma'} | B\rangle \quad \cdots\cdots (2.3)$$

なる項を特別扱いすべきである。E_g は，normal ground state の energy である。

$$0 = \langle B|(E_B - H)\, a^{+}_{k\sigma}|\Psi_\gamma\rangle = \langle \Psi_\gamma|\, a_{k\sigma}(E_B - H)|B\rangle$$

より，

$$\langle B| j_{k\sigma}|\Psi_\gamma\rangle = \langle B| a^{+}_{k\sigma}|\Psi_\gamma\rangle\,(E_B - E_g - \xi_k) \quad \cdots\cdots (2.4)$$

$$\langle \Psi_\gamma| j^{+}_{k\sigma}|B\rangle = \langle \Psi_\gamma| a_{k\sigma}|B\rangle\,(E_B - E_g - \xi_k)$$

を得る。

$$\langle B| a^{*}_{k\sigma}|\Psi_\gamma\rangle \equiv \triangle(\xi_k;\sigma\gamma)\,/\,(\xi_k - (E_B - E_g)) \quad \cdots\cdots (2.5)$$

の記号を用いると，次式を得る。

$$(2.3) = \sum_\gamma \frac{\triangle^{+}(\xi_k,\sigma\gamma)\,\triangle(\xi_k;\sigma'\gamma)}{\xi_k - (E_B - E_g)} \quad \cdots\cdots (2.6)$$

但し，ここで物理的 T－matrix の定義 $\xi_k = \xi_{k'}$ を用いた。(2.2)の第二，第三項の他の中間状態として，clew－low 近似の $|k,\sigma\rangle^{\pm}$ で表わさ

れる状態のみをとる近似を採用する。（更の近似が黙認されているが，それについては，この節の最後に述べる。）

従って，Physical T－matrix は次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned} T_{k'\sigma',k\sigma} &= V_{\sigma\sigma'}(\xi_k) + \sum_{k''\sigma''}(T_{k''\sigma'',k'\sigma'})^{*}\frac{1}{\xi_{k'}-\xi_{k''}+i\delta}T_{k''\sigma'',k\sigma} \\ &+ \sum_{k''\sigma''}(\widetilde{T}_{k''\sigma'',k'\sigma'})^{*}\frac{1}{\xi_{k'}+\xi_{k''}}\widetilde{T}_{k''\sigma'',k\sigma} \quad \left(\begin{matrix} k>k_F \\ k'>k_F \end{matrix}\right) \\ \text{ここに，}\quad V_{\sigma\sigma'}(\xi_k) &= \sum_{\gamma}\frac{\triangle^{+}(\xi_k,\sigma\gamma)\triangle(\xi_k\sigma'\gamma)}{\xi_k-(E_B-E_g)} \end{aligned}\right\} \quad (2.7)$$

もしも，

$$<B\,|\,a_{k\sigma}^{*}\,|\,\Psi_\gamma> \fallingdotseq <B\,|\,a_{k\sigma}^{*}\,\alpha_{\gamma}^{*}\,|\,\varphi_0> \quad \cdots\cdots (2.8)$$

ならば，

$$\frac{\triangle(\xi_k;\sigma\gamma)}{\xi_k-(E_B-E_g)} = \pm\,\Gamma(\xi_k) \qquad \left(\begin{matrix}\sigma & \gamma \\ ; \downarrow & \uparrow \\ \uparrow & \downarrow\end{matrix}\ \text{の時}\right) \quad \cdots\cdots (2.9)$$

である。ここに $\Gamma(\xi_k)$ は，Yosida 理論で慣用の bound state 中の Amplitude を表わす量である。

(2.8) の近似の吟味は，後で述べる。

Yoshimori－Yosida によれば，

$$\Gamma(\xi_k) = \frac{\sqrt{C}}{[\xi_k-(E_B-E_g)]\left(1+\rho_1|J|\log\frac{\xi_k-(E_B-E_g)}{D}\right)^{\frac{1}{4}}} \quad (2.10)$$

である。（$\rho_1=\frac{\rho}{N}$； ρ；state density．$2D$；band 巾）

C は normalization constant である。most－divergence の近似では C^{-1} は発散するが，Yoshimori－Yosida の論文では疑わしいとしている形，

$$C^{-1} = \left(\frac{\rho}{-(E_B-E_g)}\right)\frac{1}{(\rho_1|J|)^{\frac{1}{2}}\delta} \quad \cdots\cdots (2.11)$$

を採用する。即ち next－divergence を考慮しても，(2.11) の形に，規格常数が求まるものと仮定する。δ は numerical constant（前に用いた正の微少量と混同しない事）で，この値はこの節の議論には効かない。(2.11) のようにとると，T－matrix は後述のように我々の近似が正しい energy 変数が小の所で，unitarity を充し，合理的である。

これ筆を用いると，

$$V_{\sigma'\sigma}(\xi_k)=\delta_{\sigma',\sigma}\left(\frac{\delta}{\rho}\right)(\rho_1|J|)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{-\widetilde{E}_B}{\xi_k-\widetilde{E}_B}\right)\frac{1}{\left(1+\rho_1|J|\log\frac{\xi_k-\widetilde{E}_B}{D}\right)^{\frac{1}{2}}} \qquad (2.12)$$

但し $\xi_k>0$ であり，$\widetilde{E}_B\equiv E_B-E_g$．

(2.7) と (2.12) で与えられた T－matrix の式を，ξ_k を複素変数として，通常のように，解析接続をする。この時，問題は，$V_{\sigma\sigma'}(\xi_k)$ の解析接続である。Yosida 理論では，$\xi_k>0$ でのみ上記の値が与えられている。そこで ξ_k を変数 ω に直して，任意の ω に対して，

$$V_{\sigma'\sigma}(\omega)=\delta_{\sigma',\sigma}\left(\frac{\delta}{\rho}\right)(\rho_1|J|)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{-\widetilde{E}_B}{|\omega|-\widetilde{E}_B}\right)\frac{1}{\left(1+\rho_1|J|\log\frac{|\omega|-\widetilde{E}_B}{D}\right)^{\frac{1}{2}}} \qquad (2.13)$$

と拡張する。

(2.13) の意味を，我々は次のように考える。Yosida 理論では，Fermi 面に電子 trap の singlet ground state $|B\rangle$ 即ち $\langle B|a_{k\sigma}^{*}\alpha_{\gamma}^{*}|\varphi_0\rangle\neq 0$ $(k>k_F)$ なる state $|B\rangle$ を考えた。しかし既に指摘されてる様に，hole trapp の singlet bound state $|B'\rangle$ 即ち $\langle B'|a_{k\sigma}\,\alpha_{\gamma}^{*}|\varphi_0\rangle\neq 0$ なる状態 $|B'\rangle$ も $(k<k_F)$ 同様に存在する。Appendix II で，この $|B'\rangle$ に対する議論を行った。近似が低い段階では，確かに，

$$\chi_{k\sigma,\gamma}\equiv\langle B'|a_{k\sigma}\,\alpha_{\gamma}^{*}|\varphi_0\rangle \qquad (k<k_F)$$

で定義されるΔが，（2.8）の $\Gamma_{k\sigma,\gamma}\equiv\langle B|a_{k\sigma}^{*}a_{\gamma}^{*}|\varphi_0\rangle$ $(k>k_F)$ と或る関係を有し，$V_{\sigma'\sigma}(\omega)$ を（2.13）のように考えても良い事が示される。即ち，我々は，今迄 $|B\rangle$ 状態のみ考えて来たが，$|B'\rangle$ 状態も同様に存在し，ground state は $\frac{1}{2}(|B\rangle+|B'\rangle)$ の形になっていると考えるのである。故に，（2.13）は単なる解析接続でなく，系の基底状態に対して，上記のような重大な仮定を導入した事に相当する。

（2.8）の仮定を吟味しよう。これは，Appendix I でなされてるが，それを要約すれば，次のようになる。（2.8）は，most divergence の近似で成立つと結論される。しかし，ここでの most divergence という意味は，次のようなものである。$(\xi_k-\widetilde{E}_B)\langle B|a_{k\sigma}^{*}a_{\gamma}^{*}|\varphi_0\rangle$ 即ち $\Gamma(\xi_k)(\xi_k-\widetilde{E}_B)$ を $|J|$ で展開すると，

$$\Gamma(\xi_k)(\xi_k-\widetilde{E}_B)=1-\frac{1}{4}\rho_1|J|\,\ell og\frac{\xi_k-\widetilde{E}_B}{D}+\frac{3}{32}(\rho_1|J|)^2\times(\ell og\frac{\xi_k-\widetilde{E}_B}{D})^2+\cdots\cdots$$

である。この $|J|$ の各係数は，$\xi_k-\widetilde{E}_B\to 0$ とすると，発散する。この事を most divergence と考える。Appendix I に於て，$(\xi_k-\widetilde{E}_B)\langle B|a_{k\sigma}^{*}|\Psi_\gamma\rangle-(\xi_k-\widetilde{E}_B)\langle B|a_{k\sigma}^{*}a_{\gamma}^{*}|\varphi_0\rangle$ なる量を $|J|$ で展開すると，各 $|J|$ の係数は $(\xi_k-\widetilde{E}_B)\to 0$ で Zero になる事が示される。即ち，

$$(\xi_k-\widetilde{E}_B)\left[\langle B|a_{k\sigma}^{*}|\Psi_\gamma\rangle-\langle B|a_{k\sigma}^{*}a_{\gamma}^{*}|\varphi_0\rangle\right]$$
$$\simeq\rho_1|J|\left[(\xi_k-\widetilde{E}_B)\,\eta\ \text{or}\ (\xi_k-\widetilde{E}_B)\,\ell og\,(\xi_k-\widetilde{E}_B)\right]+\cdots\cdots$$

である事が予測される。$0<\eta<1$.

この意味で，（2.8）は正しい。

以上の仮定の下に，T－matrix 中の消えない non spin flip 部分 $t(z)$ は次式を充す。

$$\left.\begin{aligned}t(z)&=V(z)+\rho\int_{-D}^{D}\frac{|t(x+i\varepsilon)|^2}{z-x}\,dx\\ V(z)&=\left(\frac{\delta}{\rho}\right)(\rho_1|J|)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{-\widetilde{E}_B}{|z|-\widetilde{E}_B}\right)\frac{1}{\left(1+\rho_1|J|\,\ell og\frac{|z|-\widetilde{E}_B}{1}\right)^{\frac{1}{2}}}\end{aligned}\right\}\quad(2.14)$$

この解は次のようにして求まる。

$$\left[\begin{array}{l} \bar{t}_{k'k}(\xi_k) = g_k g_{k'} + \int \dfrac{\bar{t}_{kq}(\xi_q)\, t^{*}_{k'q}(\xi_q)}{\xi_k - \xi_q + i\delta}\, d^3 q \qquad \cdots\cdots (2.14)' \\ g_k \equiv \left(\dfrac{\delta}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} (\rho_1 |J|)^{\frac{1}{4}} \left(\dfrac{-\widetilde{E}_B}{|\xi_k| - \widetilde{E}_B}\right)^{\frac{1}{2}} \dfrac{1}{\left(1+\rho_1 |J| \log \dfrac{|\xi_k| - \widetilde{E}_B}{D}\right)^{\frac{1}{4}}} \end{array}\right.$$

なる方程式を考える。この解の S wave 部分 $t_s(\xi_k)$ を求め，この $\xi_k \to \omega$ と解析接続すれば（2.14）の解が得られる。（2.14）$'$は，separable Potential を有する Impurity problom と同等で，次の様にとける。

$$\bar{t}_{k'k}(\xi_k) = \frac{g_k\, g_{k'}}{1 - \sum_\ell \dfrac{g_\ell^2}{\xi_k - \xi_\ell}}$$

これより，

$$t(z) = \frac{V(z)}{1 + \rho \displaystyle\int_{-D}^{D} \frac{V(z')}{z' - z}\, dz'} \qquad \cdots\cdots (2.15)$$

$z \to 0$ の場合， $V(z) \to \dfrac{\delta}{\rho} \dfrac{1}{\left|\dfrac{z}{-\widetilde{E}_B}\right|^{\frac{1}{2}}}$

の事を用いると，$\displaystyle\lim_{x\to 0} P \int_{-D}^{D} \frac{\rho V(x')}{x' - x}\, dx' \to \frac{-\delta \Pi}{\sqrt{\left(\dfrac{x}{-\widetilde{E}_B}\right)}}$ （P；主値）

を見出す。故に，次式を得る。

$$\lim_{x\to 0} t(x+i\varepsilon) = \lim_{x\to 0} \frac{\dfrac{\delta\sqrt{-\widetilde{E}_B}}{\rho\sqrt{x}}}{1 - \delta\pi\sqrt{\dfrac{-\widetilde{E}_B}{x}} + i\pi\delta\dfrac{\sqrt{-\widetilde{E}_B}}{x}} = \frac{1}{\rho\pi}\frac{1}{(-1+i)} \qquad (2.16)$$

(2.16) は (2.15) より生ずる $\mathrm{Im}\,\frac{1}{t(x+i\varepsilon)}=\pi\rho$ の unitary 性を $x\simeq 0$ で充している。また，

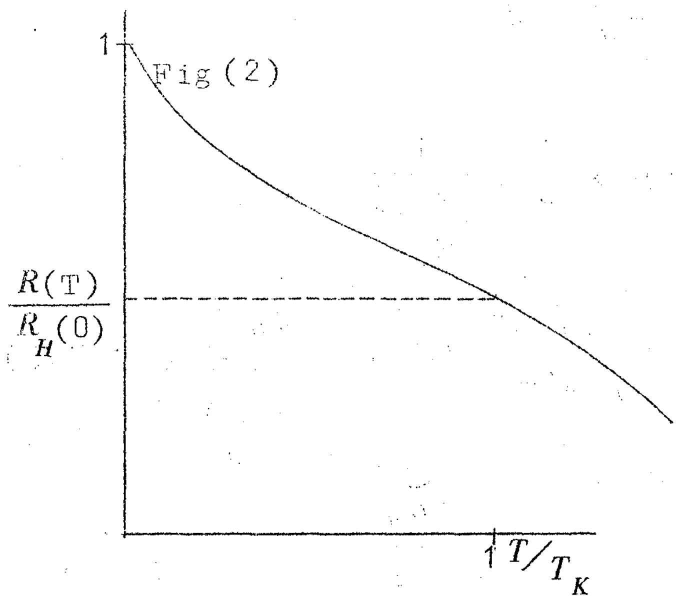
$$\underset{x\to 0}{\mathrm{Li}}\ \mathrm{Im}\ t(x+i\varepsilon)=-\frac{1}{2\pi\rho} \qquad \cdots\cdots (2.17)$$

電気抵抗 R に対して，$R=\frac{2\pi}{ne^2k_F}\frac{\pi\rho}{\tau(0)}$，$(\tau(\varepsilon))^{-1}=-2c\ \mathrm{Im}\ t(\varepsilon)$

(c；Impurity 濃度）の近似で求めると，0°K の電気抵抗は，Hamann[1] または Suhl 理論[5] によるものの半分の値になっている。それ等では $\lim\limits_{x\to 0}\mathrm{Im}\ t(x+i\varepsilon)=-\frac{1}{\pi\rho}$ である。従って，Fig 2 の様に，Hamann の値と，現在の値は，差を有する。長岡[1] の理論（Suhl の理論も同様）では，

$$\underset{x\to 0}{\mathrm{Lim}}\ t(x+i\varepsilon)=\frac{\frac{-\tilde{E}_B}{x}}{\pi\rho\left(1+i\frac{-\tilde{E}_B}{x}\right)}$$

の形で，解析的に可成の差が認められる。



$R_H(0)$ は Hamann の °K の値。
0；現在の値。…… は推測の温度変化。

最後に，(2.7) の近似について述べる。実際は，Chew－Low 近似に限っても，中間状態に (2.1) の $|k,\sigma>^{\pm}$ を取るだけでは不十分である。例えば，Zero 近似で $a^{*}_{k\sigma}(a^{*}_{k'\uparrow}a^{*}_{\uparrow})|\varphi_0>$ になるような，即ち電子と局在スピンが triplet に結合しているような状態迄考えないと完全系をつくらない。このような状態は，基底状態の上，大体 $|\tilde{E}_B|$

位の所から始ると思われる。このような状態は，記号的に，$t(z)$ に対して

$$\left[\rho\int_{|\widetilde{E}_B|}^{D}\frac{|F(x)|^2}{z-x}dx+\rho\int_{-D}^{-|\widetilde{E}_B|}\frac{|G(x)|^2}{z-x}dx\right]$$

のような寄与を与える。

しかし，(2.16) の $\lim_{x\to 0} t(x+i\epsilon)$ の形は，essential に，$t(z)=V(z)$

$$+\rho\int_{-|\widetilde{E}_B|}^{|\widetilde{E}_B|}\frac{|t(x)|^2}{z-x}dx$$

の式で生ずる故，$\lim_{x\to 0} t(x+i\epsilon)$ の形は，$|\widetilde{E}_B|$ 以下の excitation energy を有する固有状態で定められている。この範囲の状態は，十分良く $|k_1\sigma>^{\pm}$ で表わされると思われる。即ち，(2.14) は，real z に対して $|z|\lesssim|E_B|$ の範囲のみ，正しいと考うべきである。故に，$x\simeq 0$ 附近での $t(x)$ でのみ定まる物理量についてしか，ここでの扱いは議論出来ない。電気抵抗はそのような量である。帯磁率についても，そのような表現が望まれる。$|x|\gtrsim|\widetilde{E}_B|$ で $t(x)$ の定性的模様は次のようなものと思われる。

$|x|\gtrsim|\widetilde{E}_B|$ では inelastic threshald (inelastic spin flip Process の出現) が生じ，$1-2\pi i\rho t(x)=e^{2i\delta(x)}$ の phase shift $\delta(x)$ は real である事が許されなくなる。

§3. 任意の温度における T－matrix 方程式

Nakajima[8] は，次のようなグリーン函数を考えた。

$$\left.\begin{aligned} G(k\alpha t;k'\alpha't') &= <\Phi|T\,a_{k\alpha}(t)\,a^{*}_{k'\alpha'}(t')|\Phi> \\ F(\beta t;k'\alpha't') &= <\Phi|T\,\alpha^{*}_{\beta}(t)\,a_{k'\alpha'}(t')|\Phi> \end{aligned}\right\} \quad\cdots\cdots\quad (3.1)$$

ここに，

$$A(t)\equiv e^{i\widetilde{\mathcal{H}}t}A\,e^{-i\widetilde{\mathcal{H}}t}\quad(\hbar=1),$$

$$\widetilde{\mathcal{H}}=H-(\widetilde{E}_B)\sum_{\gamma}\alpha^{*}_{\gamma}\alpha_{\gamma}$$

$$\Phi=\eta\,\Phi_0+\sqrt{1-\eta^2}\,\Phi_1,\quad\begin{pmatrix}\Phi_0;\ \text{spinon 無し，電子 } N \text{ け}\\ \Phi_1;\ \text{spinon 1 け，電子 } (N+1) \text{ け}\end{pmatrix}$$

且，状態は，スピノンが0けと1けの Sub space に限る。

上の G, Fに対して anowalous part のみ考えて次式を得た。

$$(\omega-\xi_k)G(k\alpha;k'\alpha';\omega)=\delta_{kk'}\delta_{\alpha\alpha'}+\sum_{\beta}\triangle(\alpha\beta;\omega)F(\beta,k\alpha';\omega)$$
$$(\omega-\widetilde{E}_B)F(\beta;k'\alpha';\omega)=\sum_{k\alpha}\triangle^{+}(\beta\alpha;\omega)G(k\alpha;k'\alpha';\omega) \quad\cdots\cdots (3.2)$$

$\dfrac{\triangle^{+}(\beta\alpha;\omega)}{\omega-\widetilde{E}_B}$ が，Yosida 理論の $\Gamma(\omega)$ に対応する事を，Nakajima は，示した。(3.2) より，Fを消去すると，次式を得る。

$$(\omega-\xi_k)G(k\alpha;k'\alpha';\omega)=\delta_{kk'}\delta_{\alpha\alpha'}+\sum_{\beta k''\alpha''}\triangle(\alpha\beta;\omega)\frac{1}{\omega-\widetilde{E}_B}$$
$$\times\triangle^{+}(\beta\alpha'';\omega)G(k''\alpha'';k'\alpha';\omega) \quad\cdots\cdots (3.3)$$

これを，G への anomalous part の寄与と考えると，(3.3) は正しく，(2.1.3) で与えられる既約の self－energy 即ちポテンシャルが，bound state の形式により生ずる事を表わしている。G は，$\eta\to 0$，$\widetilde{E}_B\to 0$ では，通常の normal グリーン函数である。この事を飛躍させて，次のように仮定する。bound state の形式は，T－matrix 中の non spin flip term に，spin independent potential $V(\omega)$ を与える事によって，とりこまれ得ると仮定する。即ち，$T>T_k$ で，non spin flip 項 $t(z)$ に対して，$t(z)=H(t,T)$ の形の式が成立つ時は，$T<T_k$ では，$t(z)=V(z)+H(t,T)$ の式が成立つとする。更に，$T>T_k$ では，$H(t,T)$ の functional form（例えば二時間グリーン函数の decoupling の結果の式）は，Suhl の散乱理論より，次のようにして求め得るとする。そこに表われる spin flip 項 $\tau(z)$ を用いて，Suhl の理論では，$t(z)=f(\tau,t)$，$\tau(z)=g(\tau,t)$ の形である。第二式より形式的に $\tau=h(t)$ として，第一式に代入した $t(z)=f(h(t),t)$ の式に表われる $f(h(t),t)$ を $H(t,T)$ にとる。従って，$T<T_k$ では，量 $\tau(z)$ を全く数学的補助量と考えて，次のような式が成立つと仮定する。

$$
(3.4)\begin{cases}
t(z) = V(z) + \rho \int_{-D}^{D} \dfrac{|t(z)|^2 + 4S(S+1)|\tau(x)|^2}{z-x}\,dx, \\
\tau(z) = \dfrac{|J|}{4N} + \rho \int_{-D}^{D} \dfrac{\tau(x)t^{*}(x) + \tau^{*}(x)t(x) - 2|\tau(x)|^2 \tanh\frac{1}{2}\beta x}{z-x}\,dx \\
V(z) = \dfrac{\delta}{\rho}(\rho_1|J|)^{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{-\widetilde{E}_B(T)}{|z|-\widetilde{E}_B(T)}\right) \dfrac{1}{\left[1+\rho_1|J|\log\dfrac{|z|-\widetilde{E}_B(T)}{D}\right]^{\frac{1}{2}}}
\end{cases}
$$

但し，上式は $S=\frac{1}{2}$ の時のみ意味を有する。$|\widetilde{E}_B(T)|$ は，

$$
1 = |J|\rho_1 \int_0^D \frac{\xi\, d\xi}{\xi^2 + (\widetilde{E}_B(T))^2} \tanh\frac{1}{2}\beta\xi \quad \cdots\cdots (3.5)
$$

で定まるとする。　$\beta=\frac{1}{T}$（以下 Boltzmann 常数を 1 にとる）

（3.4）（3.5）が，有限価度の T matrix に対する方程式の提案である。

以下，（3.4）の解を求める事を考える。（$x+i\varepsilon$ を単に x と書く）

$$
t_v(z) = -\frac{1}{2\pi i\rho}\left[e^{2i\delta_v(z)} - 1\right] \quad \cdots\cdots (3.6)
$$

で与えられる real phase shift $\delta_v(z)$ を考える。（2.15）より，次式を得る。

$$
\left.\begin{aligned}
\delta_v(x) &= \frac{1}{2i}\log\frac{F_-(x)}{F_+(x)}, \\
F_\pm(x) &= 1 + \rho \int_{-D}^{D} \frac{dx'\, V(x')}{x' - (x \pm i\delta)}
\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (3.7)
$$

$$
t(z) = -\frac{1}{2\pi i\rho}\left[e^{2i\delta(z)} - 1\right] \quad \cdots\cdots (3.8)
$$

で定義される complex phase shift $\delta(z)$ を用いる。

$\delta(x) = \delta'(x) + i\delta''(x)$ とする。

Kramers－Kronig 関係より，次式を得る。

$$\delta''(x) = -\frac{p}{\pi}\int \frac{[\delta'(x') - \delta_v(x')]}{x'-x}\,dx'$$

$$1/\tau(z) = \exp\left(-\frac{2}{\pi}\int \frac{\delta'(x)}{x-z}dx\right) u(z)$$ と置くと，

$$u^+(x) - u^-(x) = -4\pi i\rho \tanh\frac{\beta x}{2}\exp\left\{2\delta''(x) + \frac{2}{\pi}\int \frac{dx'\delta'(x')}{x'-x}\right\}, \quad (3.9)$$

を得る。(3.7) より，contour 積分で次式を得る。

$$\left|\frac{t_v(z)}{V(z)}\right| = \exp\left(\frac{1}{\pi}P\int \frac{dx'\delta_v(x')}{x'-x}dx'\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (3.10)$$

(3.9) の方程式で，D, C, C，Ambiguity を考えないと，最後の結果として次式を得る。

$$\left.\begin{aligned}
&\delta''(x) = \frac{1}{4}\log\left[1 + \frac{16\pi^2\rho^2 S(S+1)}{|\widetilde{X}(x)|^2}\right] \\
&\widetilde{X}(z) = \frac{\left[\frac{4N}{|J|} - 2\rho\int_{-D}^{D} dx \left|\frac{t_v(x)}{V(x)}\right|^2 \frac{\tanh\frac{1}{2}\beta x}{x-z}\right]}{\left|\frac{t_v(x)}{V(x)}\right|^2} \\
&S(z) = 1 + 2\pi i\rho t(z) = e^{2i\delta(z)} \\
&\delta(x) = \frac{1}{\pi}\int_{-D}^{D}\frac{\delta''(x')\,dx'}{x' - (x+i\eta)} + \delta_v(x), \\
&\delta_v(x) = 2\,\mathrm{Tan}^{-1}\frac{\pi\rho V(x)}{1 + \rho P\int_{-D}^{D}\frac{dx' V(x')}{x'-x}}, \\
&\tau(z) = \frac{S(z)}{\widetilde{X}(z)}
\end{aligned}\right\} \quad (3.11)$$

Suhl のやり方と同じであるが，Static Potential でない事を考えて，要点を書いた。

§2で述べたように，$x\to 0$ で $V(x)\to\infty$ $t_v(x)\to$ 有限の故

$\left|\dfrac{t_v(x)}{V(x)}\right|\to 0$ 即ち $\lim_{x\to 0}\widetilde{X}(x)\to\infty$ で $\lim_{x\to 0}\tau(x)\to 0$ である。従って $x\simeq 0$ の模様は，(2.15)の結果と同様である。$|x|$ が大きくなると差が生ずるが，しかしこの差は，§2の最後で述べたように，意味が無い。

(3.11)の導出には，$\tau(z)$ が complex Pole を有しない事必要である。この complex pole が生じないための必要条件は次式で与えられる。

$$|J|\rho_1\int_0^D\frac{dx}{x}\left|\frac{t_v(x)}{V(x)}\right|^2\tanh\frac{\beta x}{2}\leqq 1 \qquad\cdots\cdots(3.12)$$

この条件は，normalization より生ずる数 factor δ に対して下限を必要とする。

§4. qualitative calculation

具体的に(3.4)(3.5)を仮定して，一般の温度について解く事は止めて，定性的模様を論ずるため，$t(z)$ に対して一応合理的な形を仮定して，物理量の値を論じてみる。$z\to\infty$ で $\left|\dfrac{t_v(x)}{V(z)}\right|\to 1$, $\lim_{z\to 0}t(z)=\lim_{z\to 0}t_v(z)=\dfrac{1}{2\pi\rho}(1+i)$ の事を用いて，0°K で $t(x)$, $\tau(x)$ は以下の形をとるとする。

$$\left.\begin{aligned}
t(x)-t_n(x)&=\begin{cases}-\dfrac{1}{2\pi\rho}(1+i) & |x|<|\widetilde{E}_B|\\ 0 & |x|>|\widetilde{E}_B|\end{cases}\\
\tau(x)&=\begin{cases}0 & |x|<|\widetilde{E}_B|\\ \tau_n(x) & |x|>|\widetilde{E}_B|\end{cases}\\
\left|\frac{i_v(x)}{V(x)}\right|^2&=\begin{cases}0 & |x|<|\widetilde{E}_B|\\ 1 & |x|>|\widetilde{E}_B|\end{cases}
\end{aligned}\right\}\qquad\cdots\cdots(4.1)$$

上式で，$t_n(x)$, $\tau_n(x)$ とは $V(x)$ を考えない時の解で，且，温度に対する作為的接続をしない値とする。例えば 0°K で

$$t_n(x)=\frac{(-i\pi\rho_1)3J^2}{16N}\frac{1}{(1+|J|\rho_1\log\frac{x}{D})}$$

のようなものと考える。(4.1)は，お互に定性的な意味で，consistentで

ある。(4.1) の第三式が成立てば，0°K で (3.12) を充し complex pole は $\tau(z)$ に生じない。先づ，事情が consistent になっているかを調べるために，ground state energy を求めてみる。ground state に対する仮定なしに，

$$<H'> = -\frac{1}{\frac{|J|}{2N}}\lim_{\omega\to\infty}[\omega t(\omega)] + \frac{|J|S(S+1)}{2N}\int_{-D}^{D}\rho\, dx \quad (4.2)$$

が成立つ事を前に[7] 示した。

$$\tilde{X}(x) \equiv \frac{4N}{|J|}G(x) \qquad \text{とおくと}$$

$$<H'> = -\frac{\rho}{\frac{|J|}{2N}}\int_{-D}^{D}|t(x)|^2 dx - \frac{|J|}{2N}\rho S(S+1)\int_{-D}^{D}$$

$$\times\left[\frac{1}{|G(x)|^2 + J^2\rho_1^2 S(S+1)\pi^2} - 1\right]$$

となる。(4.1) の t と $t_n(x)$，τ と τ_n の差より生ずる $<H'>$ えの寄与を $<H'>_{ab}$ とする。

$$<H'>_{ab,1} \doteqdot -\frac{2\rho}{\frac{|J|}{2N}}\int_0^{|\tilde{E}_B|}|t(x=0)|^2 dx = -\frac{2|\tilde{E}_B|}{|J|\rho_1\pi^2}$$

$G(x) = 0$，$|x| \lesssim |\tilde{E}_B|$ とすると

$$<H'>_{ab,2} \doteqdot \frac{-|\tilde{E}_B|}{|J|\rho_1\pi^2} \qquad <E>_{ab} = \int_0^1 \frac{<H'>_{ab,g}}{g}dg$$

$$\doteqdot -\frac{3}{\pi}|\tilde{E}_B|$$ (但し，g は $|J|$ を $g|J|$ とした coupling parameter)

この結果は，consistent である。

以下，(4.1) を用いて，次のような speculation を行う。most divergence で摂動計算を行うと，物理量に $1+\rho_1|J|\log\frac{T}{D}$ なる量が表われる。

この量は，次のような Analogie で，我々の扱いでは 0°K で $1+\rho_1|J|\,\ell og\dfrac{|\widetilde{E}_B|}{D}$ になるものとする。

$$1+\rho_1|J|\,\ell og\frac{T}{D}\rightarrow 1-\frac{|J|\rho_1}{2}\int_{-D}^{D}dx\ \tanh\frac{\frac{\beta}{2}x}{x}$$

$$\xrightarrow[\text{(我々の扱い)}]{} 1-\frac{|J|\rho_1}{2}\int_{-D}^{D}dx\left|\frac{t_v(x)}{V(x)}\right|^2\frac{\tanh\frac{\beta}{2}x}{x}$$

$$\xrightarrow[(0^\circ\mathrm{K})]{} 1-|J|\rho_1\int_{|\widetilde{E}_B|}^{D}\frac{dx}{x}=1+|J|\rho_1\,\ell og\frac{|\widetilde{E}_B|}{D}$$

高温と低温をつなぐ内挿として，摂動計算に表われる $\ell og\dfrac{T}{D}$ は一般の高温で $\ell og\dfrac{T+|\widetilde{E}_B(T)|}{D}$ なる量で置きかえらるべきとする。

例えば，摂動計算の抵抗 R（R_0 は Born 近似の値）は，次式で与えられる。

$$R/R_0=\left[\left(1+\rho_1|J|\,\ell og\frac{T}{D}\right)^2+\frac{3}{16}(\rho_1|J|\pi)^2\right]^{-1}$$

これが正しくは，

$$R/R_0=\left[\left(1+\rho_1|J|\,\ell og\frac{T+|\widetilde{E}_B(T)|}{D}\right)^2+\frac{3}{16}(\rho_1|J|\pi)^2\right]^{-1}\qquad(4.3)$$

となるとする。

この事は，$$\frac{1}{\tau(0)}=\frac{\pi}{\rho}\,\frac{3}{16}(\rho_1|J|\pi^2)\times$$

$$\times\left[\left(1+\rho_1|J|\,\ell og\frac{T+|\widetilde{E}_B(T)|}{D}\right)^2+\frac{3}{16}(\rho_1|J|\pi)^2\right]^{-1}$$

に相当し，0°K で $\dfrac{1}{\tau(0)}\rightarrow\dfrac{\pi}{\rho}$ 即ち $\mathrm{Im}\ t(0)=-\dfrac{\pi}{2\rho}$ に相当し，§2の と一致する。同様に，帯磁率に対する摂動計算の式（例えば Hamann の結果），

大阪之雄

$$\chi/\chi_0 = 1 - \frac{\rho_1|J|}{(1+\rho_1|J|\log\frac{T}{D}) + \rho_1|J|\log 2}$$

を，（ここに $\chi_0 = \frac{g^2\mu_B{}^2 S(S+1)}{T}$, g; g factor, μ_B Bohr Magneton）

$$\chi/\chi_0 = 1 - \frac{\rho_1|J|}{(1+\rho_1|J|\log\frac{|\widetilde{E}_B(T)|+T}{D}) + \rho_1|J|} \qquad (4.4)$$

と訂正すべきと考える。Next divergence の $\rho_1|J|$ の係数は，$T=0$ で $\chi/\chi_0=0$ のようにとった。偶然であろうが，(4.4) で $T\to 0$ とすると

$$\chi = \frac{1}{|\widetilde{E}_B|}\frac{g^2\mu_B{}^2}{4}$$ となり，Yosida 理論の Ishii[9] の結果と一致する。

(4.3) (4.4) は，内挿としての提案である。これは Appendix Ⅲ で粗い近似で出している。(4.3)(4.4) に基づいた数値計算の結果を，Fig 3 に示している。(χ/χ_Y) なる記号の χ_Y は，Yosida 理論の 0°K での値である。

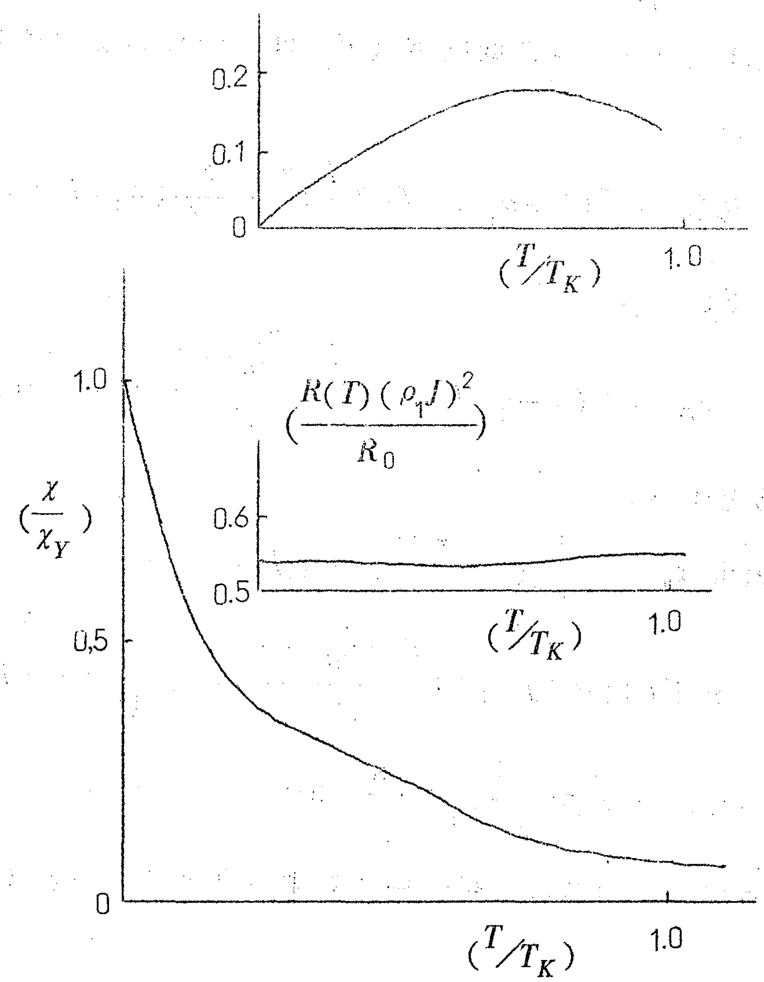


Fig 3

§ 5. Discussion

この小論で，曲りなりにも正当化がなされている議論は，§ 2のものだけである。§ 3，§ 4は，綱渡り的 speculation に充ちて

いる。要するに，Nakajima の異常グリーン函数の方法に，normal part を含めるという問題を，speculation になぞってみた形になっている。

§2の計算が正しければ，二時間グリーン函数（または Suhl の理論）の結果は，Yosida 理論につながらないと思われる。二時間グリーン函数の扱いでも，或る種の spin indepent potential が生じている事を前に[7] 指摘した。しかし，§2に述べたように，その場合の potential $V'(x)$ は $x\to 0$ で $V'(x)\propto\frac{1}{x}$，現在のものは $x\to 0$ で $V(x)\propto\frac{1}{|x|^{\frac{1}{2}}}$ で，解析的模様が異っている。

通常，二時グリーン函数の $t(x)$ に対する °K の結果が，$x\to 0$ で unitarity を充す（unitarity limit）事が，状態が singlet になっている事と同等と考えている。しかし，この議論は，「singlet ならば，unitary limit である」という正しい命題の逆も正しいと考えているので，果して良いか判らない。

(Appendix I) $<B|a^{*}_{k\sigma}|\Psi_\gamma> \doteqdot <B|a^{*}_{k\sigma}\,\alpha^{*}_{\gamma}|\varphi_0>$ の事。

この Appendix の議論及び Appendix II の議論に必要な $\Gamma_{k\sigma;\gamma}\equiv <B|a^{*}_{k\sigma}\,\alpha^{*}_{\gamma}|\varphi_0>$（$k>k_F$）に対する方程式（Yosida 及び Okiji[10] のものと同一）を，導いておく。以下 $a^{*}_{\check{k}\sigma}$ の意味は，（$k>k_F$）を，$a_{\hat{k}\sigma}$ のそれは（$k<k_F$）を表し，和がある時は，この条件の下に行うべきとする。

$$0=<B|(E_B-H)\,a^{*}_{\check{k}\sigma}\,\alpha^{*}_{\gamma}|\varphi_0>$$

$$=<B|(E_B-\xi_k)\,a^{*}_{\check{k}\sigma}\,\alpha^{*}_{\gamma}|\varphi_0>-<B|[H',\,a^{*}_{k\sigma}\alpha^{*}_{\gamma}]|\varphi_0>,$$

より，次式を得る。

$$(E_B-\xi_k)\,\Gamma_{\check{k}\sigma;\gamma}=\left(-\frac{J}{2N}\right)\sum_{k'\beta\sigma'}(\vec{S}_{\beta\gamma}\cdot\vec{\sigma}_{\sigma'\sigma})\,\Gamma_{\check{k}'\sigma';\beta}$$

$$+\left(-\frac{J}{2N}\right)\sum_{k'k''\alpha'\alpha''\beta}(\vec{S}_{\beta\gamma}\cdot\vec{\sigma}_{\alpha\alpha'})\,\Gamma_{\check{k}\sigma k'\alpha',k''\alpha'';\beta}, \qquad (A.1.1)$$

$$\Gamma_{k\sigma,k'\alpha',k''\alpha'';\beta}\equiv <B|a^{*}_{k\sigma}\,a^{*}_{k'\alpha'}\,a_{k''\alpha''}\,\alpha^{*}_{\beta}|\varphi_0> \qquad (A.1.1)'$$

$$<B|(E_B-H)\, a^{*}_{k\sigma}\, a^{*}_{k'\alpha'}\, a_{k''\alpha''}\, \alpha^{*}_{\beta}\, |\varphi_0> = 0$$ より,

次式を得る。

$$\Gamma_{\underset{\vee}{k}_1\sigma_1,\, \underset{\vee}{k}_2\sigma_2,\, k_3\sigma_3;\gamma}(E_B-\xi_{k_1}-\xi_{k_2}+\xi_{k_3}) =$$

$$(-\frac{J}{2N})\sum_{\beta}\{(-)(\vec{S}_{\beta\gamma}\cdot\vec{\sigma}_{\sigma_3\sigma_1})\Gamma_{\underset{\vee}{k}_2\sigma_2;\beta}+(\vec{S}_{\beta\gamma}\cdot\vec{\sigma}_{\sigma_3\sigma_2})\Gamma_{\underset{\vee}{k}_1\sigma_1;\beta}\}$$

$$+(-\frac{J}{2N})\sum_{k\alpha\beta}[(\vec{S}_{\beta\gamma}\cdot\vec{\sigma}_{\alpha\sigma_1})\Gamma_{\underset{\vee}{k}\alpha,\,\underset{\vee}{k}_2\sigma_2,\,\underset{\wedge}{k}_3\sigma_3;\beta}+$$

$$+(\vec{S}_{\beta\gamma}\cdot\vec{\sigma}_{\alpha\sigma_2})\Gamma_{\underset{\vee}{k}_1\sigma_1,\,\underset{\vee}{k}\alpha,\,\underset{\wedge}{k}_3\sigma_3;\beta}-(\vec{S}_{\beta\gamma}\cdot\vec{\sigma}_{\sigma_3\alpha})\Gamma_{\underset{\vee}{k}_1\sigma_1,\,\underset{\vee}{k}_2\sigma_2,\,\underset{\wedge}{k}\alpha;\beta}]$$

$$+(-\frac{J}{2N})\sum_{kk'\alpha\alpha'\beta}(\vec{S}_{\beta\gamma}\cdot\vec{\sigma}_{\alpha\alpha'})<B|a^{*}_{\underset{\vee}{k}_1\sigma_1}a^{*}_{\underset{\vee}{k}_2\sigma_2}a_{\underset{\wedge}{k}_3\sigma_3}a^{*}_{k\alpha}a_{\underset{\wedge}{k}'\alpha'}\alpha^{*}_{\beta}|\varphi_0> \tag{A.1.2}$$

これ等は, Yosida 及び Okiji のものと同一である。

$$<B|a^{*}_{k\sigma}|\Psi_\gamma> - <B|a^{*}_{k\sigma}\alpha^{*}_{\gamma}|\varphi_0>$$

$$\equiv <B|a^{*}_{k\sigma}|\Psi_\gamma>'$$ とすると

$$|\Psi_\gamma>' = C\{\sum_{n=1}^{\infty}(\frac{(1-P)}{E_g-H_0}H')^{n}a^{*}_{\gamma}|\varphi_0>\} \tag{A.1.3}$$

$$\equiv C\sum_{n=1}^{\infty}|\Psi_\gamma>^{n}$$ (P; 慣用の projection operator)

である。C は規格常数である。C は高次迄 Sum すれば有限の故, ここでは本質的役割を果さず, 以下 $C=1$ と書く。

$$<B|a^{*}_{\underset{\vee}{k}\sigma}|\Psi_\gamma>' = (\frac{J}{2N})\sum_{\substack{k'k''\beta\\ \alpha'\alpha''}}\Gamma_{\underset{\vee}{k}\sigma,\,k'\alpha'\,\underset{\wedge}{k}''\alpha'';\beta}(\vec{S}_{\beta\gamma}\cdot\vec{\sigma}_{\alpha'\alpha''})\times$$

$$\times\frac{1}{(\xi_{k'}-\xi_{k''}-E_g)}.$$ 所で (A.1.2) より

$$\Gamma_{k\sigma,\,k'\alpha',\,k''\alpha'';\beta}=\frac{F(k\sigma,\,k'\alpha',\,k''\alpha'';\,\beta)}{\xi_{k'}-\xi_{k''}+\xi_{k}-E_B}$$ と書けるので,

次式を得る。

$$<B|a_{k\sigma}^{*}|\Psi_{\gamma}> \quad (\xi_k-\widetilde{E}_B)$$

$$=\left(\frac{J}{2N}\right)\sum_{\substack{k'k''\beta\\ \alpha'\alpha''}}\left(\frac{1}{\xi_{k'}-\xi_{k''}-E_g}-\frac{1}{\xi_{k'}-\xi_{k''}+(\xi_k-E_B)}\right)(\vec{S}_{\beta\gamma}\cdot\vec{\sigma}_{\alpha'\alpha''})$$

$$\times F(\underset{\vee}{k}\sigma,\ \underset{\vee}{k'}\alpha'\ \underset{\vee}{k''}\alpha'';\beta)$$

この右辺は，F が $\xi_k\to\widetilde{E}_B$ で有限ならば，$\xi_k-\widetilde{E}_B=\xi_k-(E_B-E_g)=0$ とすると消える。同様に，

$$<B|a_{k\sigma}^{*}|\Psi_{\gamma}>^2 \quad (\xi_k-\widetilde{E}_B)$$

$$=\left(\frac{J}{2N}\right)^2\sum_{\substack{k'k''\alpha'\alpha''\beta\\ k_1k_2\alpha_1\alpha_2\beta_1}}(\vec{S}_{\beta_1\beta}\cdot\vec{\sigma}_{\alpha_1\alpha_2})(\vec{S}_{\beta\gamma}\cdot\vec{\sigma}_{\alpha'\alpha''})\left(\frac{1}{\xi_{k_1}-\xi_{k_2}+\xi_{k'}-\xi_{k''}-E_g}\right.$$

$$\left.-\frac{1}{\xi_{k_1}-\xi_{k_2}+\xi_{k'}-\xi_{k''}+\xi_k-E_B}\right)\frac{G(k\sigma,k_1\alpha_1k_2\alpha_2k'\alpha'k''\alpha'';\beta)}{\xi_{k'}-\xi_{k''}-E_g},$$

ここに $<B|a_{k\sigma}^{*}a_{k_1\alpha_1}^{*}a_{k_2\alpha_2}a_{k'\alpha'}^{*}a_{k''\alpha''}a_{\beta}^{*}|\varphi_0>$

$$\equiv G(k\sigma,k_1\alpha_1,k_2\alpha_2,k'\alpha',k''\alpha'';\beta)(\xi_k-E_B+\xi_{k_1}-\xi_{k_2}+\xi_{k'}-\xi_{k''})^{-1}$$

この右辺も $\xi_K-\widetilde{E}_B\to 0$ で消える。

具体的に，

$$<B|a_{k\sigma}^{*}|\Psi_{\gamma}>^1(\xi_k-\widetilde{E}_B)=-\frac{3}{16}(\rho_1|J|)^2\int_0^D\frac{d\epsilon'\,\Gamma(\epsilon')\,\log\left(\frac{\xi_k+\epsilon'-\widetilde{E}_B}{\epsilon'}\right)}{\left(1+\rho_1|J|\log\frac{\xi_k+\epsilon'-\widetilde{E}_B}{\epsilon'}\right)}$$

で，これは $(\xi_k-\widetilde{E}_B)=0$ で消えるが，$(\xi_k-\widetilde{E}_B)$ の power series 展開は不可能の故，order として $\rho_1|J|(\xi_k-\widetilde{E}_B)^{\eta}$ $(0<\eta<1)$ か $\rho_1|J|(\xi_k-\widetilde{E}_B)\log(\xi_k-\widetilde{E}_B)$ であろう。

（Appendix Ⅱ）

hole trapped state を $|B'>$ とする。この energy を E_B' とする。

$\chi_{k\sigma;\gamma}\equiv<B'|a_{k\sigma}a_{\gamma}^{*}|\varphi_0>$ に対する式を導く。

(A. 1.1) (A. 1.2) に対応する結果を書けば，次の様になる。以下 $\vec{\sigma}$ は $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ を表わしていたのに対して $\vec{\sigma}^{*}$ は $(\sigma_x, -\sigma_y, \sigma_z)$ を表わすとする。

$$(E_{B'}+\xi_k)⧗_{\underset{\wedge}{k}\sigma,\gamma} = \left(\frac{J}{2N}\right)\sum_{k'\beta\sigma'}\left(\vec{S}_{\beta\gamma}\cdot\vec{\sigma}^{*}_{\sigma'\sigma}\right)\quad{}_{\underset{\wedge}{k}'\sigma';\beta}$$

$$+\left(\frac{J}{2N}\right)\sum_{\substack{k'k''\\ \alpha'\alpha''\\ \beta}}\left(\vec{S}_{\beta\gamma}\cdot\vec{\sigma}^{*}_{\alpha'\alpha''}\right)⧗_{\underset{\wedge}{k}\sigma,\underset{\wedge}{k}'\alpha',\underset{\vee}{k}''\alpha'';\beta}, \qquad (\text{A. 2.1})$$

ここに

$$⧗_{k\sigma,k'\alpha',k''\alpha'';\beta} \equiv \langle B'|\,a_{k\sigma}\,a_{k'\alpha'}\,a^{*}_{k''\alpha''}\,\alpha^{*}_{\beta}\,|\varphi_0\rangle \qquad (\text{A. 2.1})'$$

$$(E_B+\xi_{k_1}+\xi_{k_2}-\xi_{k_3})⧗_{\underset{\wedge}{k}\sigma,\underset{\wedge}{k}_2\sigma_2,\underset{\vee}{k}_3\sigma_3;\gamma}$$

$$=\left(-\frac{J}{2N}\right)\sum_{\beta}\left\{\left(\vec{S}_{\beta\gamma}\cdot\vec{\sigma}^{*}_{\sigma_3\sigma_1}\right)⧗_{\underset{\wedge}{k}_2\sigma_2;\beta}-\left(\vec{S}_{\beta\gamma}\cdot\vec{\sigma}^{*}_{\sigma_3\sigma_2}\right)⧗_{\underset{\wedge}{k}_1\sigma_1;\beta}\right\}$$

$$+\left(-\frac{J}{2N}\right)\sum_{k_1\alpha_1\beta}\left\{(-)\left(\vec{S}_{\beta\gamma}\cdot\vec{\sigma}^{*}_{\alpha\sigma_1}\right)⧗_{\underset{\wedge}{k}\alpha,\underset{\wedge}{k}_2\sigma_2,\underset{\vee}{k}_3\sigma_3;\beta}\right.$$

$$+(-)\left(\vec{S}_{\beta\gamma}\cdot\vec{\sigma}^{*}_{\alpha\sigma_2}\right)⧗_{\underset{\wedge}{k}_1\sigma_1,\underset{\wedge}{k}\sigma,\underset{\vee}{k}_3\sigma_3;\beta}+\left(\vec{S}_{\beta\gamma}\cdot\vec{\sigma}^{*}_{\sigma_3\alpha}\right)\times$$

$$\left.\times⧗_{\underset{\wedge}{k}_1\sigma_1,\underset{\wedge}{k}_2\sigma_2,\underset{\vee}{k}\alpha;\beta}\right\}+\left(-\frac{J}{2N}\right)\sum_{kk'\alpha\alpha'\beta}\left(\vec{S}_{\beta\gamma}\cdot\vec{\sigma}_{\alpha\alpha'}\right)\times$$

$$\times\langle B'|\,a_{\underset{\wedge}{k}_1\sigma_1}\,a_{\underset{\wedge}{k}_2\sigma_2}\,a^{*}_{\underset{\vee}{k}_3\sigma_3}\,a^{+}_{k\alpha}\,a_{k'\alpha'}\,\alpha^{*}_{\beta}\,|\varphi_0\rangle \qquad (\text{A. 2.2})$$

(A. 1.2) と (A. 2.2) の右辺の最後の項を除くと，二つの振巾の間に次のような関係ある事が判る。

$\underset{\wedge}{k}_1, \underset{\wedge}{k}_2, \underset{\vee}{k}_3$ の range より拡張した函数 $⧗_{k_1\sigma_1k_2\sigma_2,k_3\sigma_3}$ と $\underset{\vee}{k}_1$ $\underset{\vee}{k}_2$ $\underset{\wedge}{k}_3$ の range より拡張した函数 $\Gamma_{k_1\sigma_1k_2\sigma_2k_3\sigma_3}$ の間には，

$$⧗_{\substack{k_1k_2k_3;\gamma\\ \sigma_1\sigma_2\sigma_3}} = \Gamma_{\substack{k_1k_2k_3;\gamma\\ \sigma_1\sigma_2\sigma_3}}\left(\begin{smallmatrix}\xi_j\to-\xi_j\\ \vec{\sigma}\to-\vec{\sigma}^{*}\end{smallmatrix}\right) \qquad (\text{A. 2.3})$$

の関係存する。

スピン $\frac{1}{2}$ の時，$\vec{S}$，$\vec{\sigma}$ の固有値 $\frac{1}{2}$ には固有函数 $\binom{\alpha}{0}$，$\binom{0}{\beta}$，$\frac{1}{\sqrt{2}}\binom{\beta}{\alpha}$ の

triplet が，固有値 $(-\frac{3}{2})$ には singlet $\frac{1}{\sqrt{2}}\binom{-\beta}{\alpha}$ が存する。$(-)\vec{S}\cdot\vec{\sigma}^{*}$ には，固有値 $\frac{1}{2}$ に $\binom{\beta}{0}$ $\binom{0}{\alpha}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}\binom{\alpha}{-\beta}$ の triplet があり，固有値 $(-\frac{3}{2})$ には singlet $\frac{1}{\sqrt{2}}\binom{\alpha}{\beta}$ がある。electron hole の statedensity 同じとすると，最低近似では，次のようになる。$E_B = E_{B'}$ である。

$$(\text{singlet})\ (J<0)\ |B'> \propto \sum_{k<k_F} \frac{1}{\xi_k+E_B}(a_{k\uparrow}\alpha + a_{k\downarrow}\beta)\,|\varphi_0>,$$

$$(\text{triplet})\ (J>0)\ |B'> \propto \sum_{k<k_F} \frac{1}{\xi_k+E_B}(a_{k\uparrow}\alpha - a_{k\downarrow}\beta)\,|\varphi_0>$$

$$a_{k\uparrow}\beta\ |\varphi_0>$$
$$a_{k\downarrow}\alpha\ |\varphi_0>.$$

これで 0 近似で $\xi_k<0$ で $V_{\sigma\sigma'}(\xi_k) \propto \frac{1}{|\xi_k|-E_B}\ \delta_{\sigma\sigma'}$ で，$\xi_k>0$ の $V_{\sigma\sigma'}(\xi_k) \propto \frac{1}{\xi_k-E_B}\ \delta_{\sigma\sigma'}$ と比較して一般の ξ_k に対して $\frac{1}{|\xi_k|-E_B}$ に比例する。上の，$(\vec{S}\cdot\vec{\sigma})$ と $(-)(\vec{S}\cdot\vec{\sigma}^{*})$ の関係と（A.2.3）により，次の近似でも上記のような（2.13）のような関係成立する。多分，全ての次数について成立つと思われるが，吟味してない。

（Appendix Ⅲ）

我々の仮定した $t(z)$ の値を，そのまま二時間グリーン函数の式に表われる $t(z)$ に用いて，物理量が求まるとする。Yosida－Okiji の論文[11] の（A.8）の次のような式を用いる。

$$m_k - \frac{3}{4} = \frac{-\frac{3}{4}+4(n_k-\frac{1}{2})\ (n_k-f(\xi_k))}{(1+2\pi\rho_1|J|\int R_e G_k(\omega)f(\omega)d\omega)}. \qquad (\text{A}.3.1)$$

$$m_k - \frac{3}{4} \doteqdot (-\frac{3}{4})\frac{1}{1+2\pi\rho_1|J|\int R_e G_k(\omega)f(\omega)d\omega}, \qquad (\text{A}.3.2)$$

とする。高温では

$$2\pi\rho_1|J|\int R_e G_k(\omega)f(\omega)d\omega \doteqdot \rho_1|J|\log\frac{T}{D},(\xi_k\doteqdot 0) \qquad (\text{A}.3.3)$$

となる。

$$\xi_k \fallingdotseq 0 \text{ で，} \quad G_k(\omega) \doteqdot \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\omega-\xi_k}\left(1-i\pi\rho\, t(\omega)\right)$$

の故，（4.1）の仮定を用い

$$R_e\ G_K(\omega) - \left(R_e\ G_k(\omega)\right)_{\mathrm{normal}} \doteqdot R_e \frac{1}{2\pi}\frac{1}{(\omega-\xi_k)}\frac{1}{2}(i-1)$$

とする。（$|\xi_k| \lesssim |\widetilde{E}_B|$ に対して）。

$$2\pi\rho_1|J|\int_{-|\widetilde{E}_B|}^{|\widetilde{E}_B|}\left[R_e\ G_k(\omega) - \left(R_e\ G_k(\omega)\right)_{\mathrm{normal}}\right]f(\omega)\,d\omega$$

$$\simeq (-)\frac{\rho_1|J|}{2}\log\frac{T}{|\widetilde{E}_B|} + 0(\rho_1|J|). \qquad (\mathrm{A.3.3})$$

（A.3.3）の $\log$ の前の $\dfrac{\rho_1|J|}{2}$ の係数は上の粗い計算では信頼性がないとして，$\rho_1|J|$ と考える。すると，$1+2\pi\rho_1|J|\int R_e\ G_k(\omega)\ f(\omega)\ d\omega$

$$\simeq 1+\rho_1|J|\ \log\frac{|\widetilde{E}_B|}{D}$$

$$\doteqdot \frac{1}{\rho_1|J|}\ \log\frac{|\widetilde{E}_B|}{T_k}, \qquad (T_k\text{；異常温度}) \qquad (\mathrm{A.3.4})$$

と考える。（A.3.4）を認めれば（4.3）が 0°K で生ずる。

$$\frac{\chi}{\chi_0} = \left[1-|J|\rho_1 - \frac{|J|}{N}\sum_k m_k\frac{dn_k}{d\xi_k}\right]$$

の Nagaoka の式で，$\sum_k m_k\dfrac{dn_k}{d\xi_k} \doteqdot -\rho m_k\ (\xi_k \simeq 0)$ の近似をして，

（A.3.4）を（A.3.2）に入れると

$$\frac{\chi}{\chi_0} = 1 - \frac{1}{\log\dfrac{|\widetilde{E}_B|}{T_k}}$$

を得る。

(4.4) は $\dfrac{\chi}{\chi_0} = 1 - \dfrac{1}{\log\left(\dfrac{T+|\widetilde{E}_B(T)|}{T_k}\right)+1}$ である。

References

1) Y.Nagaoka; P.R.138 A1112('65), P.T.P.371 3('67)

2) Hamann; P.R.158 570('67)

D.E.Bloomfield and D.R.Hamann (to be published in P.R)

3) A.Yoshimori; (to he published in P.R)

A.Yoshimori and K.Yosida; ISSP. No296 ('68)

4) H―Suhl; P.R.138 A515('65), Physics 3 39('65)

P.R.141 483('66); Suhl and D.Wong; Physics 3 1('67)

5) Y.Nakaoka; (Effect of the potential Scattering on the low temperature anomalies due to the s-d Interoction)

6) J.Kondoh; (On Suhls Theory of Exchange Scatternig in Metals)

7) Y.Ôsaka; 物性研究 9 125('67)

8) S.Nakajima; 物性研究 10 No.3('68)

9) H.Ishii and K.Yosida; P.T.P 38 61('67)

H.Ishii. ISSP ('68)

10) K.Yosida; P.R.147 223('66) P.T.P 36 875('66)

A.Okiji; P.T.P 36 714('66)

11) K.Yosida and A.Okiji; P.T.P 34 505('65)