超流動 ^{3}He の問題点と２つのトピックス

東京教育大・理　宗 田 敏 雄

超流動 ^{3}He の熱力学的諸問題点

について数十項目について未解決な困難な点や，うまく行っている点について述べた。ついで，A. J. Leggett の未発表の草稿

超流動 ^{3}He の相転移の相境界と過冷却

について紹介を行った。これは A−B 間の選移を GL 自由エネルギーを基に計算を行い，しかも nucleation による転移の始まりに考察を進め，かつ境界面の凹凸に nucleation による新相の球状の塊が trap されて相転移の始めや終りの（過冷却や過熱の）温度に影響を及ぼすことなどが記述されている。しかし ABM 状態から BW 状態への転移は Polar の状態を通らなければ出来ないことが explicit に入っていないので，ごく最近の M. Cross の仕事に較べると，４～５年前の仕事なので，Up to data でなくなっているので，詳細な報告はここに行わない。

超流動 ^{3}He 中の反跳効果を入れたイオン易動度

著者[1] と Bowley[2] が計算を行い，Ahonen ら[3] によって実験が行われた。ここではイオンが超流動 ^{3}He 中を速さ $\vec{V}$ で動く時に，反跳効果を取り入れた易動度の計算を行う。

今超流動中の準粒子がイオンに散乱して与える運動量の変化は次式で与えられる。

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = 2\sum_{k_i}\sum_{k_f}\Gamma_{-V}(k_i,k_f)\hbar(\vec{k}_i-\vec{k}_f)n(k_i)[1-n(k_f)] \tag{1}$$

ここで $\Gamma_{-V}(k_i,k_f)$ は準粒子が運動量 k_i，エネルギー E_i の状態 $|\vec{k}_i, E_i>$ より $|\vec{k}_f, E_f>$ に選移する時の選移確率で n_i はフェルミ分布関数である。散乱中，イオンの動く距離が運動量移動 $q=|\vec{k}_i-\vec{k}_f|$ の逆数より小さいと，$\Gamma_{-V}(k_i, k_f)$ はイオンの Van Hove 散乱関数（又は動的因子）$S_V(q,\omega=\hbar^{-1}(E_i-E_f))$ と準粒子の散乱振幅で次の様に書ける。

$$\Gamma_{-V}(k_i,k_f) = \frac{2\pi}{\hbar^2}\left(\frac{2\pi\hbar^2}{m}\right)^2|T(k_i,k_f)|^2 S_V(q,\omega)\rho(k_f) \tag{2}$$

$\rho(k_f)$ は運動量 k_f での状態密度で，$|T(k_i,k_f)|^2 = |T(k_f,k_i)|^2$ の仮定と，$S_V(q,\omega)$ の従う詳細釣合の条件より (1) 式は

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{1}{\hbar(2\pi)^3}\int d\Omega_i \int d\Omega_f \int dE_i \frac{E_i}{\varepsilon_i}\int dE_f \frac{E_f}{\varepsilon_f} k_i k_f\ S_V(q,\omega)$$

$$|T(k_i,k_f)|^2 \hbar\vec{q}\left[1-\exp(-\beta\hbar\vec{q}\vec{V})\right] n(k_i)(1-n(k_f)) \qquad (3)$$

と簡単になる。ε_i はノーマルでのフェルミエネルギーから測った準粒子の エネルギーで Ω_i と Ω_f は k_i と k_f の立体角である。

イオンの易動度は $\frac{d\vec{P}}{dt} = e\vec{E} = e\vec{V}/\mu$ と置いて

$$e\mu^{-1} = \frac{e\vec{E}\vec{V}}{V^2} = \frac{1}{(2\pi)^3\hbar}\int d\Omega_i \int d\Omega_f \int dE_i \frac{E_i}{\varepsilon_i}\int dE_f \frac{E_f}{\varepsilon_f} k_i k_f\ S_V(q,\omega)$$

$$|T(k_i,k_f)|^2 n(k_i)(1-n(k_f))\left(\frac{\vec{q}\vec{V}}{V^2}\right)(1-\exp(-\beta\hbar\vec{q}\vec{V})) \qquad (4)$$

となる。Mをイオンの質量とすると，$S_V(q,\omega)$ は

$$S_V(q,\omega) = \left(\frac{\beta M}{2\pi q^2}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{\beta M}{2q^2}\left(\omega-\vec{q}\vec{V}-\frac{q^2}{2M}\right)^2\right] \qquad (5)$$

で与えられる。超流動 ^{3}He 中の $|T(k_i,k_f)|^2$ を微分断面積で書くと $E=\triangle$ のギャップエッジで発散が起るが，これは多重散乱の効果の入った t−行列を $T(k_i,k_f)$ に用いたと了解すれば困難は無くなる。そして $|T(k_i,k_f)|^2$ を次の干渉因子 (これは A 相と B 相と両方に使える) と

$$I(k_i,k_f) = 1 + \frac{\varepsilon_i}{E_i}\frac{\varepsilon_f}{E_f} - \mathrm{Re}\,\frac{\triangle^*_{k_i}}{E_i}\frac{\triangle_{k_f}}{E_f} \qquad (6)$$

ノーマルでの散乱振幅の２乗 $|T^n(k_i,k_f)|^2$，(これを $\sigma(k_i,k_f)$ と書いて) との積で書く。今 (4) の積分を E_i で行い，新しい変数 $W=\beta(E_i-E_f)$ を導入して，$S_V(q,\omega)$ $\left[1-\exp(-\beta\hbar\vec{q}\vec{V})\right]$ を V でベキ展開を行い，$\sigma(k_i,k_f)$ を E_i に独立とすると易動

度として次式を得る。

$$e\mu^{-1} = \frac{1}{8\pi^3}\left(\frac{\beta M}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\int d\Omega_i \int d\Omega_f \int_c^\infty \frac{e^{\frac{W}{2}}}{1-e^{W}} \ell n \left| \frac{1+e^{-\beta\triangle_i - W}}{1+e^{-\beta\triangle_i + W}} \right| \frac{(\vec{q}\vec{V})^2}{V^2}$$

$$k_i k_f \sigma(q,k_f) e^{-\frac{MW^2}{2\beta q^2}-\frac{\beta q^2}{8M}} \left\{ 1+\frac{(\vec{q}\vec{V})}{q^2}W + \left(\frac{\beta \vec{q}\vec{V}}{2}\right)^2 \left[\frac{1}{3!} - \frac{2M}{\beta q^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{2MW}{\beta q^2}\right)^2 \right] + \cdots\cdots \right\} \tag{7}$$

最初に一様なギャップのB相について扱ってみる。この場合 $qdq = k_i k_f \sin\theta d\theta$ (θ は $\vec{k_i}$ と $\vec{k_f}$ の間の角度)の関係を用い，T_c 近くでは被積分項の△の展開により

$$\mu B^{+} = \mu N^{-1}\left(1-\frac{1}{2}\beta\triangle\right) \tag{8}$$

を得る。これはBowleyの非反跳のイオンの計算[2] での△の最低次の展開項と一致する。$T=0$ では新変数 $Y^2=\beta\frac{\hbar^2 q^2}{2M}$ を導入(Y積分の上限 $Y=\sqrt{\frac{\beta\hbar^2}{2M}}\,2k_F$ を ∞ にすることによりVの最低次で $\sigma(Y,k_F)$ を常数 σ と置くと

$$e\,\mu_B^{-1} = \frac{\hbar}{3\pi}\left(\frac{M}{\hbar^2}\right)^2\frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\ell n\,2+\frac{\pi^2}{24}\right)(k_B T)^2 \exp\left(-\frac{\triangle}{k_B T}\right)\cdot\sigma \tag{9}$$

となる。係数を除いて Bowley の非反跳イオンの計算[2] と一致する。

A相については T_c 近くでは(7)式の $\triangle_i$ の代りに $\frac{1}{2}[\triangle(\theta_i)+\triangle(\theta_f)]$ を用い，適当な角度平均を行うと次の結果を得る。但し，ギャップとしてはABM状態の $|\triangle(\theta_i)| = \sqrt{\frac{3}{2}}\triangle\sin\theta_i$ (θ_i は $\vec{k}$ と軌道ベクトル $\vec{\ell}$ とのなす角度)を用いる。

(1) $\vec{V} \parallel \vec{\ell}$ の場合

$$\mu_{A\parallel}^{-1} = \mu_N^{-1}(1-0.481\,\beta\triangle), \quad \text{弱結合の計算}$$

$$= \mu_N^{-1}(1-0.517\,\beta\triangle), \quad \text{28.4 barでの強結合効果の入った計算} \tag{10}$$

(2)　$\vec{V} \perp \vec{\ell}$ の場合

$$\mu_{A\perp}^{-1} = \mu_N^{-1}(1-0.283\ \beta\triangle),\ \text{弱結合の計算}$$

$$= \mu_N^{-1}(1-0.342\ \beta\triangle),\ 28.4\ \text{bar での強結合効果の入った計算} \quad (11)$$

T＝0 では A 相の μ_A^{-1} は T のベキ則に従うが，現実と関係が無いので省いた。T_c 近くでは Bowley[2] は数値計算を行った。

上記の易動度の計算結果は実験[3] と較べると 70 ～ 80 ％の大きさしか説明出来ない。これは微分断面積と関係した $\sigma(k_i, k_f)$ のエネルギーと角度依存性を省略，即ち S波の微分断面積しか取らなかった為で，部分波を $\ell=0$ から 10 位迄取ったノーマルの微分断面積を取れば合わせることが可能であろう。この最後の $\ell=10$ 迄の部分波を取ることについて，data fitting は Pethick[4] によって指摘された。

参　考　文　献

1. T. SODA, Proc. LT 14 **1** (1975) 13 and Prog. Theor. Phys. **53** (1975) 903
2. R. M. Bowley, J. Phys. C **9** L (1976) 151
3. A. I. Ahonen, J. Kokko, O. V. Lounasmac M. A. Paalanen, R. C. Richardson, W. Schoepe and Y. Takano, Phys. Rev. Lett. **37** (1976) 511
4. C. Pethick, talk at Sanibel Conference

NMR の satellite の話題 (review)

東北大・工　　海 老 沢 丕 道

A 相の NMR の比較的新しい話題として，Cornell 大グループの satellite の実験[1]と磁化ソリトンで説明しようとする Maki-Kumar の計算[2] を紹介する。NMR は ^{3}He の超流動をさぐるプローブとして中心的な役割を果してきたが，今後盛んになると思われる非一様系 (texture 他) に対しても有力であると期待される。ソリトンによる NMR の