

パルス核磁気共鳴法による円管流の観測

京大理・物理 福田 耕 治

第1章 序

パルス核磁気共鳴のスピンエコー信号に現われる流れの効果に最初に言及したのは、H. Y. Carr と E. M. Purcell であった。¹⁾ Carr-Purcell スピンエコー列の奇数番目に流れの効果が現われる。粒子の位置の変化を識別するのは流体が置かれた場での磁場勾配によってである。それ故核磁気共鳴法では流体中に測定による擾乱を与えることなく流体中の各粒子の運動を追跡する。

90° rf パルスによって回転座標系 $x'-y'$ 面に倒された各粒子の核磁気モーメントは粒子が磁場勾配中を移動することによってそのラーモアの才差運動の角速度にずれをきたし、回転座標系内で回転する。この回転角の大きさはスピンエコー信号に反映する。核磁気モーメントのラーモアの才差運動の角速度のずれ（以下では rf Phase と呼ぶ）は磁場勾配ベクトル^{*}と速度ベクトルとの内積に比例する。従って磁場勾配ベクトルを適当に選ぶことによって任意の方向の速度成分を調べることができる。

K. J. Paker 等^{2),3)} は円管内安定層流である Hagen Poiseuille 流のスピンエコー信号の磁場勾配変化が速度の空間分布をよく反映することを実験的に示した。

スピンエコーに寄与する速度に関する情報は単にエコーが現われる瞬間の個々の粒子のそれだけでなく、初めの 90° rf パルスが加えられて以後の運動総ての情報を含む。それゆえ速度の時間相関をも情報として含んでいる。P. G. de Gennes⁴⁾ によって乱流の速度の時間相関がパルス核磁気共鳴によって測定できる事を理論的に示した。G. Deville 等⁵⁾ は実験によって P. G. de Gennes の理論を確かめる事を試みたが、乱流を特徴づける物理量を定量的に示してはいなかった。

*) 磁場勾配は一般にはテンソル量であるが、ここで用いる磁場勾配ベクトルは

$$\mathbf{G} = \left(\frac{\partial H_z}{\partial x}, \frac{\partial H_z}{\partial y}, \frac{\partial H_z}{\partial z} \right)$$

を意味する。

福田 耕治

この稿では、核磁気モーメントの rf Phase に流れの様子がよく反映する事を明らかにする。それ故実験においてスピネコー信号の検出は位相敏感検波が用いられた。又特に円管内乱流の観測において管の軸方向の流れと軸に垂直な速度のゆらぎを磁場勾配ベクトルを選ぶことで独立に測定している事を強調したい。

構成を次のとおりにする。次章 §1, 2 に、速度をもつ粒子が存在するときのスピネコー信号の表式を示し、速度分布の求め方と、速度分布から速度の空間分布が求まることを示す。§ 3, 4 (a) では円管流の具体例として Hagen Poiseuille 流, 助走流, 乱流で速度の空間分布が $1/n$ 乗則の場合の軸方向の流れによるスピネコー信号の表式を導く。§ 4 (b) ではゆらぎの時間相関に関する P. G. de Gennes の考察を紹介する。実験の結果と考察を第三章に述べる。実験は (a). Hagen Poiseuille, (b). $R < R_c$ でのメッシュの下流の流れ, (c), (d). R_c 近傍での流れ, について行った。(b) は助走流に似た速度の空間分布をもち、壁近くでは Poiseuille 流として Poiseuille 流層の厚さをメッシュから測定部までの距離を変えて測定した。(c) では軸方向の速度分布, 速度の空間分布を求めた。軸と垂直方向の速度のゆらぎの大きさ $\langle v'^2 \rangle$ を R_c から $R = 8000$ まで求めた。

流れに関する核磁気共鳴の参考文献として他に A. I. Zhernovoi 等⁶⁾ と D. W. Jones⁷⁾ の review をあげておく。

第2章

§ 1. 核磁気モーメントの rf Phase

パルス核磁気共鳴では回転座標系から核磁気モーメントの運動を見ると便利である。実験室系で静磁場 H_0 の方向を z 軸とし、磁場勾配ベクトル $\mathbf{G}$ を H_0 に重ねあわせて、 z 方向の静磁場を

$$H_z = H_0 + \mathbf{G} \cdot \mathbf{r} \quad (1)$$

とする。 $\mathbf{G}$ は試料のある空間では一様とする。このとき核磁気モーメントの運動は z 軸のまわりに $\omega = \gamma H_z$ で回転するラーモアの才差運動である。角速度 $\omega_0 = \gamma H_0$ で z 軸のまわりに回転する回転座標系 ($x' - y' - z$) に乗って以後考える。この座標系では静磁場 H_0 は見かけ上消失している。実験室系で H_0 に垂直に加えられる角振動数 ω_0 の 90° rf パルスで核磁気モーメントは z 軸から $x' - y'$ 面上にたおされる。その後の核磁気モーメントの運動は、スピン格子緩和 T_1 の効果を見れば、 $x' - y'$ 面内の回転運動である。 90° rf パルス直後の核磁気モーメントの方向を x' 軸とする。以後の時刻の核磁

気モーメントの運動は大きさと x' 軸からの回転角 (ラーモア才差運動の角速度のずれで, rf Phase) で記述される。

以下の議論ではスピンスピン緩和 T_2 , 拡散の効果を無視する。従って個々の核磁気モーメントの大きさは不変である。粒子が磁場勾配中を移動することによる rf Phase の変化を問題とする。拡散の効果を無視することは粒子の速い運動を無視することになる。

任意の粒子の速度ベクトルを $\mathbf{v}_i(\mathbf{r}, t)$ とする。 $t = \tau$ に 90° rf パルスを $t = (2n - 1)\tau$ に 180° rf パルスを加える。 $n = 1, 2, \dots$ 。 90° rf パルスと 180° rf パルスでは位相を $\pi/2$ ずらす。⁸⁾ これは回転座標系で 90° パルス磁場が y' 軸方向を向き 180° パルス磁場は x' 軸方向を向くことに相当し 180° パルス磁場によって核磁気モーメントの rf Phase が反転する。 $t = 2n\tau$ にスピネコーを観測する。それらの時刻の核磁気モーメントの rf Phase ϕ を求める。時刻 t に粒子が感ずる磁場は,

$$\delta H_{zi}(t) = \mathbf{G} \left\{ \mathbf{r}_i(0) + \int_0^t \mathbf{v}_i(t') dt' \right\} \quad (2)$$

である。回転座標系での核磁気モーメントの角速度は $\Omega_i(t) = \gamma \delta H_{zi}(t)$ であるから 90° rf パルス後の x' 軸からの角転角即ち rf Phase は

$$\begin{aligned} \phi_i(t) &= \int_0^t \Omega_i(t') dt' \\ &= \int_0^t \gamma \mathbf{G} \left\{ \mathbf{r}_i(0) + \int_0^{t'} \mathbf{v}_i(t'') dt'' \right\} dt' \end{aligned} \quad (3)$$

で与えられ, 180° rf パルスの直前の時刻 $t = \tau_-$ では

$$\phi_i(\tau_-) = \gamma \mathbf{G} \cdot \mathbf{r}_i(0) \tau + \gamma \mathbf{G} \int_0^\tau \int_0^t \mathbf{v}_i(t') dt' dt \quad (4)$$

まで回転する。 180° rf パルスによって rf Phase は反転し, その直後では,

$$\phi_i(\tau_+) = -\phi_i(\tau_-) \quad (5)$$

その後の $\tau < t < 3\tau$ では再び角速度 $\gamma \delta H_{zi}(t)$ で回転する。 $t = 3\tau$ で反転が行なわれる。スピネコーが現われる $t = 2\tau$ においては,

$$\begin{aligned} \phi_i(2\tau) &= \phi_i(\tau_+) + \int_\tau^{2\tau} \gamma \mathbf{G} \left\{ \mathbf{r}_i(0) + \int_0^t \mathbf{v}_i(t') dt' \right\} dt \\ &= \gamma \mathbf{G} \left\{ -\int_0^\tau \int_0^t \mathbf{v}_i(t') dt' dt + \int_\tau^{2\tau} \int_0^t \mathbf{v}_i(t') dt' dt \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

福田 耕治

で与えられる。時間間隔 $(0, \tau)$, $(3\tau, 5\tau)$ で $\sigma(t) = -1$, $(\tau, 3\tau)$, $(5\tau, 7\tau)$ で $\sigma(t) = +1$ とする関数を用いて、奇数番目のスピンエコーでは、

$$\phi_i((4n-2)\tau) = \gamma \mathbf{G} \int_0^{(4n-2)\tau} \sigma(t) \int_0^t v_i(t') dt' dt \quad (7)$$

偶数番目では、

$$\phi_i(4n\tau) = -\gamma \mathbf{G} \int_0^{4n\tau} \sigma(t) \int_0^t v_i(t') dt' dt \quad (8)$$

が求める rf Phase となる。 $n = 1, 2, 3, \dots$ 。

粒子の速度が時間に依らない場合（拡散に寄与するような速い運動はあらかじめ考えていない）は (7), (8) は簡単になり、

$$\phi_i((4n-2)\tau) = \gamma \mathbf{G} \cdot v_i \tau^2 \quad (9)$$

$$\phi_i(4n\tau) = 0 \quad (10)$$

で与えられる。

回転座標系での核磁気モーメントは上の rf Phase を用いて、

$$m_i = m_0 \exp(i \phi_i) \quad (11)$$

で表わされる。

§ 2. 速度分布と速度の空間分布

粒子の速度分布を $P(v)$ で表わす。 v は速度ベクトル v の磁場勾配ベクトル $\mathbf{G}$ への射影である。 $v = \mathbf{G} \cdot v / |\mathbf{G}|$

核磁気共鳴用コイル内の全粒子によるスピンエコーへの寄与は

$$M = M_0 \int P(v) \exp\{i \phi(v)\} dv \quad (12)$$

で与えられる。

各粒子の速度が時間に依存しない場合は (9) と (10) より

$$M((4n-2)\tau) = M_0 \int P(v) \exp(i \gamma \mathbf{G} v \tau^2) dv \quad (13)$$

$$M(4n\tau) = M_0 \quad (14)$$

である。(13)はスピンエコー信号が $\gamma G \tau^2$ に関して速度分布のフーリエ変換として与えられることを示している。

$t = 2\tau$ でのスピンエコー信号の磁場勾配変化又は τ 変化を測定し (13) によりフーリエの逆変換を行えば磁場勾配ベクトル方向の速度成分の速度分布 $P(v)$ が求まる。

$P(v)$ から速度の空間分布 $v(r)$ を求めるためには境界条件と、関数 $v(r)$ が r に関して単調である事を必要とする。円管流の場合には r_0 を管の半径として、

$$P(v) dv = - \frac{2r}{r_0^2} dr \quad (15)$$

$$\int_0^{v(r)} P(v') dv' = 1 - \frac{r^2}{r_0^2} \quad (16)$$

が得られ、 r と $v(r)$ の対応がつけられる。

ここまでに無視してきた T_2 と拡散の効果は総てのスピンエコー信号に同じ形で現われる。即ち各表式に

$$\exp \left\{ -\frac{2n\tau}{T_2} - \frac{2}{3} D \gamma^2 G^2 \tau^3 n \right\} \quad (17)$$

を乗ずればよい。⁹⁾ D は拡散係数である。

スピンエコー信号の検出に位相敏感検波を用いる。これは参照信号を適当に選ぶことにより回転座標系 $x'-y'$ 面の任意の軸への全核磁気モーメントの射影を検出することに他ならない。 90° rf パルスを加えた直後の核磁気モーメントの方向即ち x' 軸を実軸、 y' 軸を虚軸とする。位相敏感検波によって (12) の実部虚部を独立に測定することが可能となる。

§ 3. 円管内層流

(a) Hagen Poiseuille 流：円管内の安定した層流は Hagen Poiseuille 流である。速度成分は管の軸方向のみであり時間によらない。磁場勾配ベクトルの向きを管の軸方向にとる。 $H_z = H_0 + Gx$ となる。速度の空間分布は、管の半径を r_0 とし、最大速度を v_0 として

$$v(r) = v_0 \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right) \quad (18)$$

福田 耕治

又流量を V とすれば $V = v_0/2$ である。(15) と (18) から速度分布は,

$$P(v) = \begin{cases} \frac{1}{v_0} & 0 \leq v \leq v_0 \\ 0 & v_0 < v \end{cases} \quad (19)$$

である。(19) を (13) に代入して

$$M((4n-2)\tau) = M_0 \left\{ \frac{\sin X}{X} - i \frac{\cos X - 1}{X} \right\} \quad (20)$$

$$X = \gamma G v_0 \tau^2 \quad (21)$$

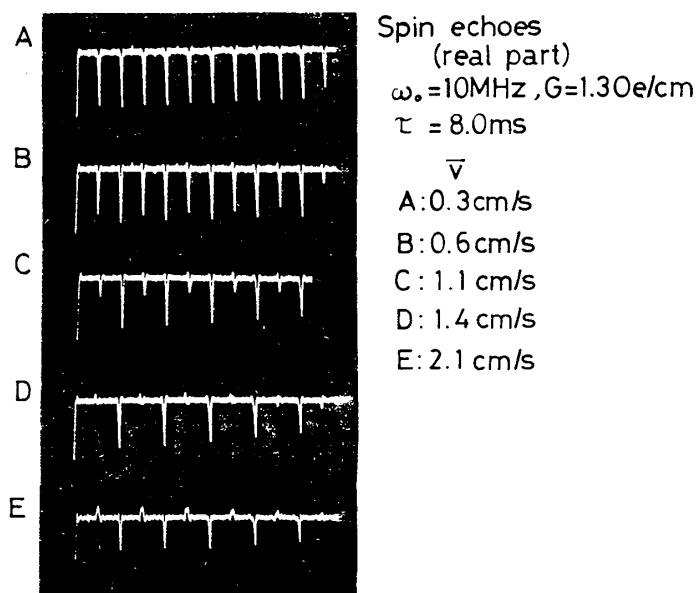
が得られる。期待されるスピ
ンエコー信号の実部, 虚
部はそれぞれ (20) の第 1
項と第 2 項である。

$t = 4n\tau$ では M_0 のままで
ある。写真 1 はオシロスコ
ープ上に現われた信号の実
部である。図 1 で (20) の磁場
勾配変化を示した。図 2 で
回転座標系 $x'-y'$ 面内での
全核磁気モーメントの大き
さと方向を磁場勾配を変化
させて示されている。時刻
は $t = 2\tau$ である。大きさ
と方向は,

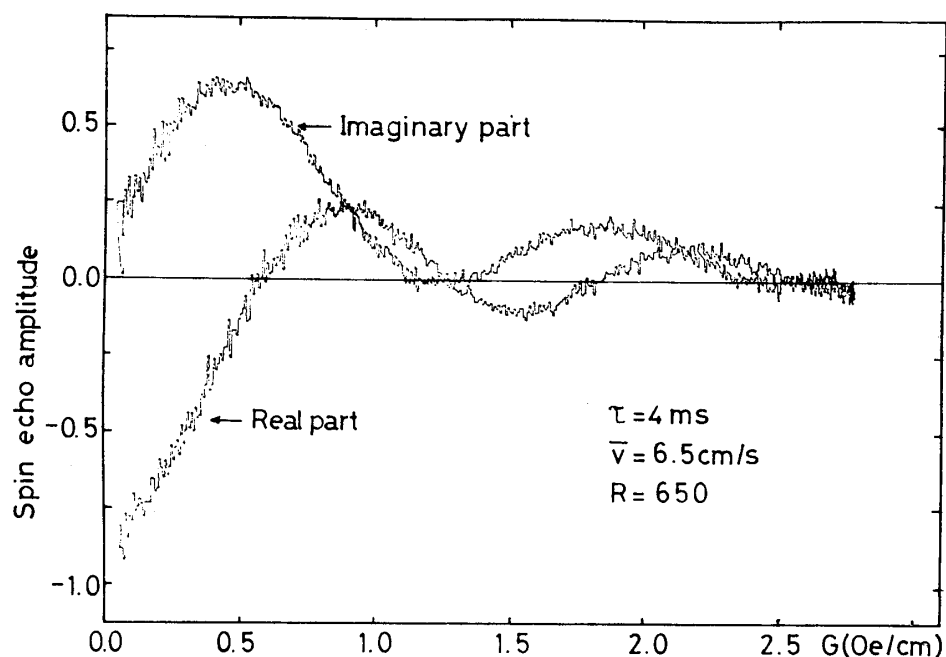
$$|M| = \frac{\sin(X/2)}{X/2} \quad (22)$$

$$\Phi = \frac{1}{2} \gamma G v_0 \tau^2 \equiv \gamma G V \tau^2 \quad (23)$$

となる。



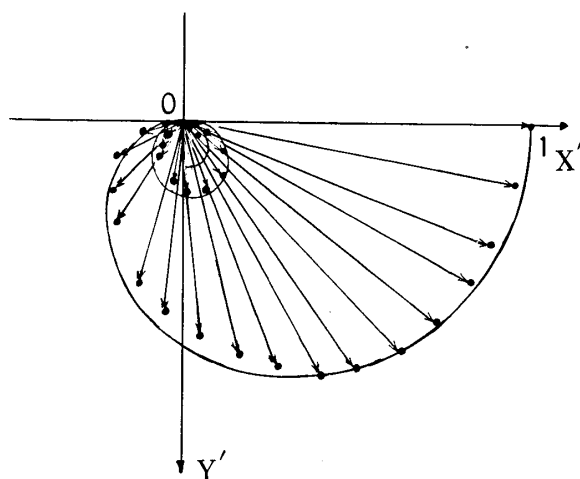
オシロスコープ上に現われたスピ
ンエコー信号。層流状
態。鋭い rf パルスは見えない。エコーの間隔は $2\tau = 16.0$
ms。位相敏感検波による実部。偶数番目エコーの減衰
は拡散の効果と、 $t = 0$ で 90° rf パルスでたたかれた
核磁気モーメントがコイル部より流出してゆくことによ
る。



第1図 Hagen Poiseuille 流のスピンエコー信号の磁場勾配変化。 $t = 2\tau$ の1番目のエコー。実部 $(\sin X)/X$ 、虚部 $(\cos X - 1)/X$ によく一致している。

Magnetization in rotating frame

Poiseuille flow in magnetic field $H_z(x) = H_0 + G \cdot x$



第2図 回転座標系 $X'-Y'$ 面上の $t = 2\tau$ での全核磁気モーメントの大きさと方向。第1図の実部、虚部より求めた。 $G=0$ で X' 軸と一致する。実線は計算値。

福田 耕治

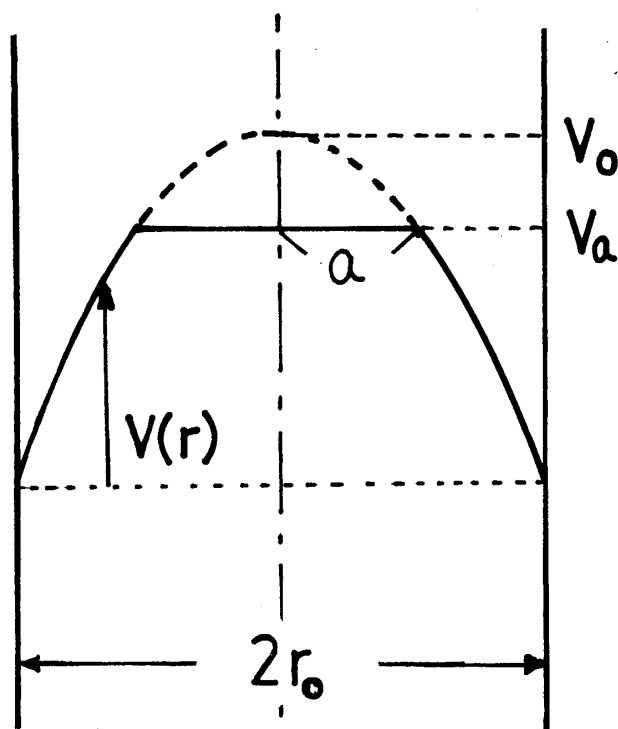
(b) 円管内助走流：一様な流れが円管に流れ込み Hagen Poiseuille 流が入口の下流で達成されるまでの過度的な流れを助走流という。速度成分は軸方向で時間によらないとしてよい。磁場勾配を (a) の場合と同様にかける。速度の空間分布を次のように近似する。¹⁰⁾

$$\left. \begin{aligned} v(r) &= v_0 \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right) \\ a \leq r \leq r_0 \\ &= v_a \equiv v_0 \left(1 - \frac{a^2}{r_0^2}\right) \\ 0 \leq r < a \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

(24) を図 3 に示す。速度分布は (24) より 2 種の分布

$$P_1(v) = \frac{1}{v_0} \quad 0 \leq v < v_a \quad (25)$$

$$P_2(v) = \frac{a^2}{r_0^2} \delta(v - v_a) \quad (26)$$



第 3 図 助走流の速度の空間分布

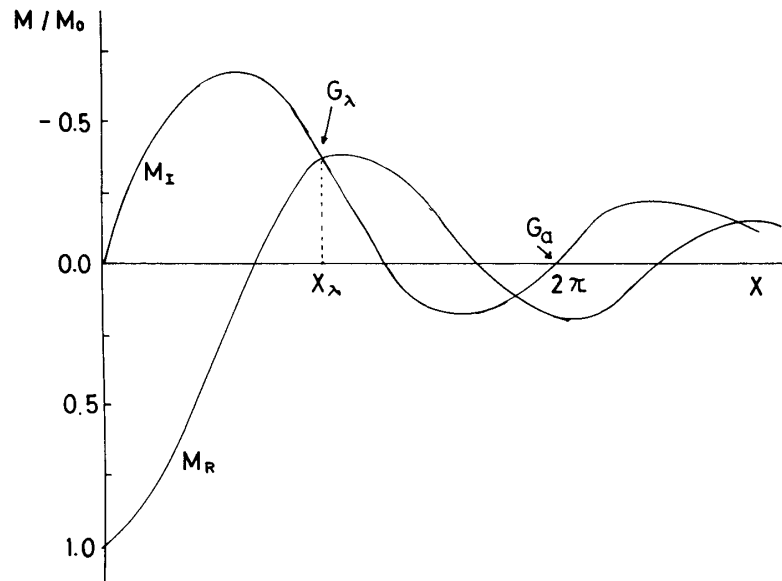
の和となる。(25), (26) を用いて スピンエコー信号の実部, 虚部をそれぞれ M_R , M_I として,

$$M_R((4n-2)\tau) = M_0 \left\{ (1-\epsilon^2) \frac{\sin X}{X} + \epsilon^2 \cos X \right\} \quad (27)$$

$$M_I((4n-2)\tau) = M_0 \left\{ (1-\epsilon^2) \frac{\cos X - 1}{X} - \epsilon^2 \sin X \right\} \quad (28)$$

が得られる。ここで $X = \gamma G \frac{v_a}{r_0} \tau^2$, $\epsilon = \frac{a}{r_0}$ である。(27), (28) で期待されるスピンエコー信号の磁場勾配変化を図 4 で示した。

スピンエコー信号の磁場勾配変化を測定し, (13) と (16) より速度の空間分布を求め ϵ , v_a を決めることができるが, ここではスピンエコー信号から直接にそれらを求める方法を述べる。図 4 で $M_I = 0$ での G の値を G_a とする。



第4図 速度分布が第3図の場合のスピンエコー信号の
磁場勾配変化

$$v_a = \frac{2\pi}{\gamma G_a \tau^2} \quad (29)$$

である。又 $M_R = M_I$ での G の値を G_λ とし(27)と(28)を等しいとして

$$\frac{\epsilon^2}{1 - \epsilon^2} = \frac{\cos X_\lambda - \sin X_\lambda - 1}{X_\lambda (\cos X_\lambda + \sin X_\lambda)} \quad (30)$$

が得られる。ここに $X_\lambda = \gamma G_\lambda v_a \tau^2$ である。(29)と(30)から $\epsilon = a/r_0$ が求まる。

§4 円管内乱流

流量 V , 管の半径 r_0 , 動粘性率 ν によって作られる Reynolds 数 $R = 2 r_0 V / \nu$ が約 2300 を越える流れにおいては層流状態は安定ではなくなる。乱流状態では流体中の各々の小さな部分の速度は一定でなく, 又管の軸に垂直な速度の成分もゼロでなくなる。流体の各部分の軸方向の速度成分は平均速度と速度のゆらぎの和として表わされるが, 軸に垂直な速度成分は速度のゆらぎのみである。それゆえ, 磁場勾配ベクトルを軸に垂直にとれば, 速度のゆらぎのみによるスピンエコー信号が得られる。

(a) 管の軸に平行な速度成分: 磁場勾配ベクトルを管の軸に平行にとる。平均速度が速度のゆらぎに比べ十分大きいとするとスピンエコー信号は流体の各々の小さい部分

福田 耕治

の平均速度の分布に依存する。平均速度の分布は十分大きい Reynolds 数では壁のごく近くと管の中心とを除いては

$$\bar{v}(r) = v_0 \left(\frac{r_0 - r}{r_0} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (31)$$

でよく近似される。 v_0 は最大速度である。特に $R = 50000$ 近くでは $n = 7$ とされていて^{11),12)} R が小さくなれば n も 7 より小さい値をとる。

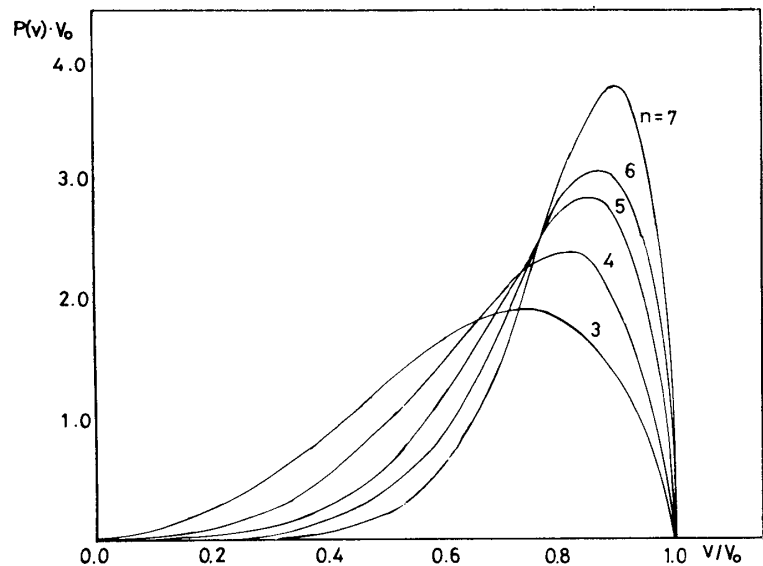
速度分布は (31) と (15) より,

$$P(\bar{v}) = \frac{2n}{v_0} \left\{ \left(\frac{\bar{v}}{v_0} \right)^{n-1} - \left(\frac{\bar{v}}{v_0} \right)^{2n-1} \right\} \quad (32)$$

で与えられる。 n のいろいろな値に対する (32) を図 5 に示した。期待されるスピネコー信号は (32) を (13) に代入して得られる。

(b) 管の軸に垂直な流れ：磁場勾配ベクトルを管の軸に垂直にとる。 $H_z = H_0 + Gz$ 。軸に垂直な速度の成分はランダムな量であるので rf Phase (7), (8) もランダムな量となる。

(12) を



第 5 図 乱流 $1/n$ 乗則の速度分布 (32) 式

$$M = M_0 \langle \exp \{ i \phi(v') \} \rangle \quad (33)$$

と書く。 $\langle \rangle$ は統計平均を現わし、 v' は軸に垂直な速度成分である。

(7), (8) で τ の時間の間にほとんど速度の変動はなく v' が一定と見なせる (拡散の効果を与える分子の熱運動は別にして) ならば (9), (10) となる。又 τ の時間に速度の変動が大きく十分流体中の各々の小さい部分同志の混合が行なわれてしまえばスピネコーが現われる時刻には各核磁気モーメントはその位相の記憶を失ってしまうであろう。

これらの上限下限の時間の目安は乱流中の渦の振動数の逆数である。最大の渦の大きさを L とすれば最小の渦の大きさは $LR'^{-\frac{3}{4}}$ で与えられる。¹³⁾ ゆらぎの速度の大きさを ΔU とすれば、その時間は

$$\frac{LR'^{-\frac{3}{4}}}{\Delta U} \ll \tau \ll \frac{L}{\Delta U} \quad (34)$$

で与えられる。^{4),13)} ここで $R' = R/R_c$ である。この領域において時間相関は

$$\langle v'(t_1) v'(t_2) \rangle = \langle v'^2 \rangle - \beta \epsilon |t_1 - t_2| \quad (35)$$

で与えられる。¹⁴⁾ ϵ は単位時間単位質量当りのエネルギーの散逸を表わし、 β は 1 のオーダーの数である。P. G. de Gennes は (35) を用いて (7), (8) の 2 次モーメントを計算した。ランダムな量 ϕ は正規分布をすると仮定して期待されるスピンエコー信号の表式を求めた。

$t = (4n-2)\tau$ に対して

$$\langle \phi^2 \rangle = \gamma^2 G^2 \left\{ \langle v'^2 \rangle \tau^4 - \frac{7}{15} (2n-1) \beta \epsilon \tau^5 \right\} \quad (36)$$

$t = 4n\tau$ に対して

$$\langle \phi^2 \rangle = \frac{46}{15} \beta \epsilon n \tau^5 \quad (37)$$

である。 τ が (34) の下限より十分小さい場合には (36) で第一項のみとなり、(37) の寄与はなくなる。

期待されるスピンエコー信号は、

$$M = M_0 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \langle \phi^2 \rangle \right\} \quad (38)$$

である。(37) によれば偶数番目のスピンエコー信号には $\langle v'^2 \rangle$ の寄与は現われない。

(35) の第 2 項は小さいので、偶数番目のスピンエコー信号は大きく現われる。

各スピンエコー信号に虚部は現われない。速度のゆらぎは 0 のまわりに等しく分布しているからである。

(35) は大きな渦でエネルギーが供給され、最小の渦で熱エネルギーに変換されるエネルギーの連続な流れの結果であり、ア・エヌ・コルモゴロフの考察を定式化したもの

福田 耕治

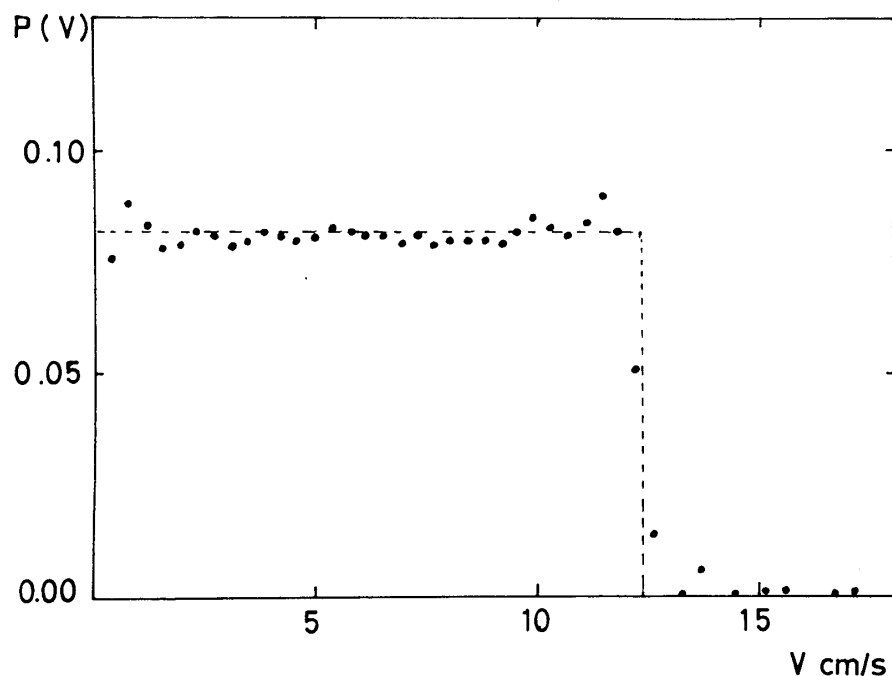
である。従って (36), (37) を実験によって調べることはコルモゴロフ理論の検証である。

第3章

この実験に用いた主な実験装置と具体的な測定方法は別に発表する。試料は水である。水の動粘性係数は 5°C で $1.52 \times 10^{-2} \text{ St}$ から 30°C $0.80 \times 10^{-2} \text{ St}$ まで変化する。測定が行なわれた 20°C では $1.00 \times 10^{-2} \text{ St}$ である。用いた円管は内径 10mm である。メッシュの下流の流れの測定を除いては測定のための核磁気共鳴用コイルは管の入口部から 1.0m 下流に置かれている。コイルは幅 0.8cm で管に巻かれている。磁場勾配の大きさはゼロから 4 Oe/cm までである。以下の (a) (b) と (c) では磁場勾配ベクトルは軸方向の流れを観測できるようにかけられ、(d) は軸と垂直の乱流のゆらぎの速度成分のみを観測するようにかけられている。

(a) Hagen Poiseuille 流

流量 6.5 cm/s , $R = 650$ の場合の $t = 2\tau$ の一番目のスピンエコー信号を図 1 に示した。結果は極めてよく (20) に従っている。これは磁場勾配ベクトルが期待通りにコイ



第6図 Hagen Poiseuille 流の速度分布。第1図から。

ル部で一様にかかっていることを示す。

(13) に従ってフーリエの逆変換を行い図6の速度分布を得た。(16)より速度の空間分布を得た。これを図7に示す。実線は $1 - \frac{r^2}{r_0^2}$ を表わす。

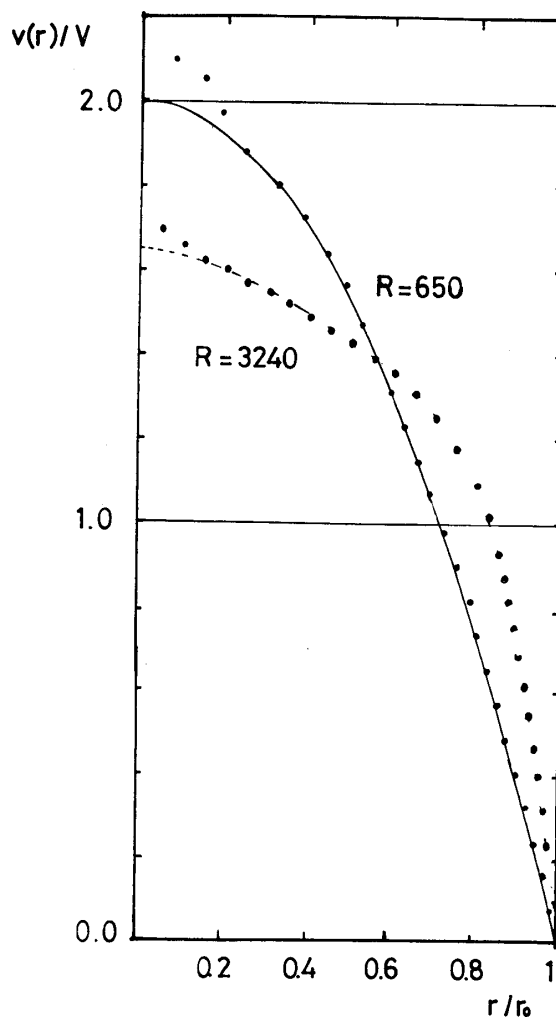
(b) メッシュの下流の流れ

Hagen Poiseuille 流を $2000 \mu\text{m}$ のメッシュで乱し、その下流の流れを観測した。得られたスピネコー信号は助走流において期待される信号(27)，(28)によく似たものであった。メッシュのごく下流を除いては、壁近くでは Hagen Poiseuille 流の型となり軸近くでは一様な流れとなると予想される。測定はメッシュの下流 3.5cm から 43.5cm まで行った。代表的な信号を図8に示す。図8は図4に比べられるべきものである。測定は R_c 以下で行った。(29)，(30)を用いて求めた $\varepsilon = a/r_0$ をメッシュから測定部までの距離を ℓ とし、 $\ell/r_0 R$ を横軸として図9で示す。

$R > R_c$ におけるメッシュの下流の流れの観測を今後の課題としたい。

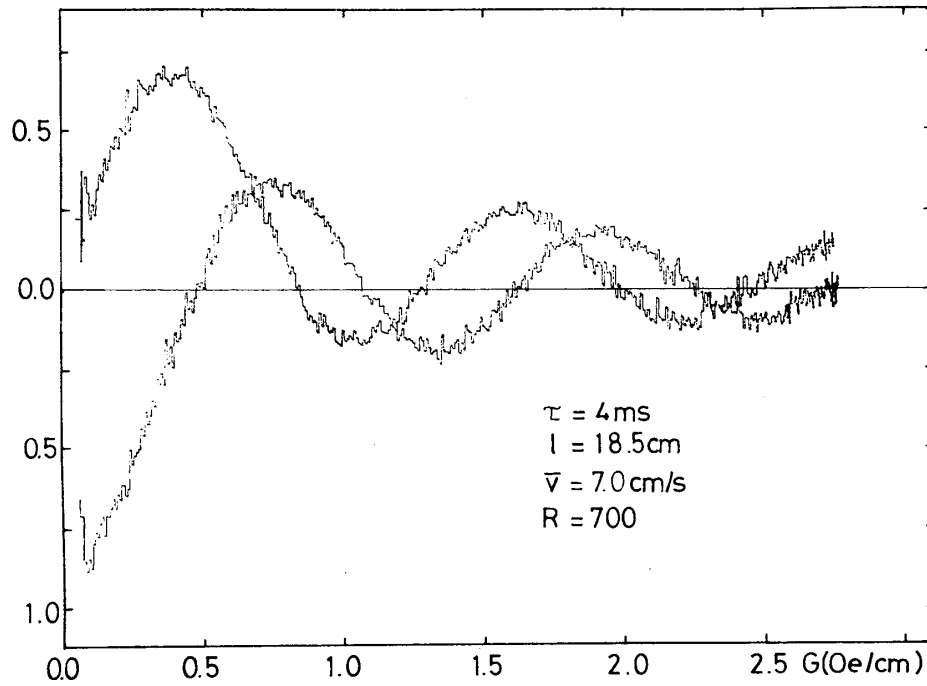
(c) 乱流—軸方向の流れ

R_c 以上 4100 までの測定を行った。信号の一例を図10に示す。速度分布を図11に示す。図11は図5に比較されるべきものである。図11では R が大きくなるに従い $1/7$ 乗則に近づく傾向があるが、小さい v の値で図5とはずれている。これは Reynolds が R_c のわずかな領域では壁近くで層流の層が存在している事に対応し、 R が大きくな

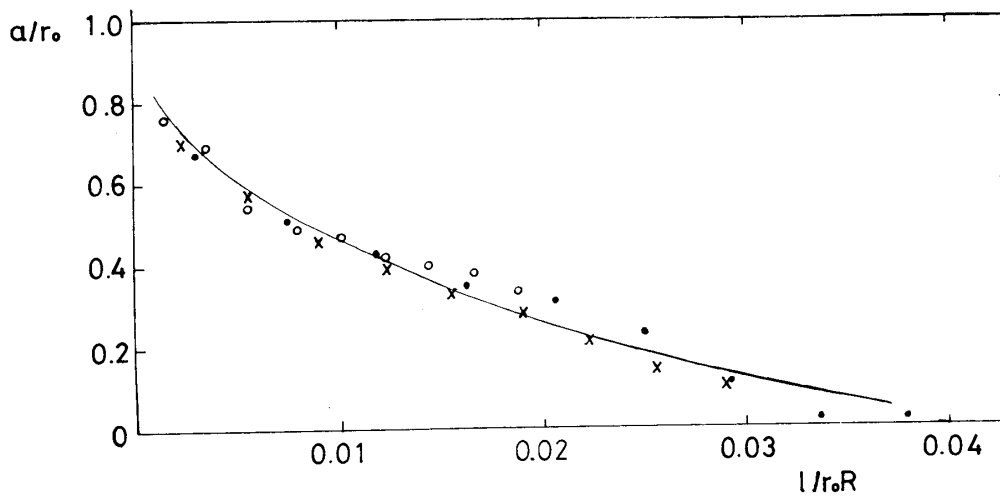


第7図 Hagen Poiseuille 流の速度の空間分布と $R = 3240$ の乱流の速度の空間分布。実線は(18)を表わす。破線は $r=0$ で $dv/dr = 0$ を考慮してひいた。

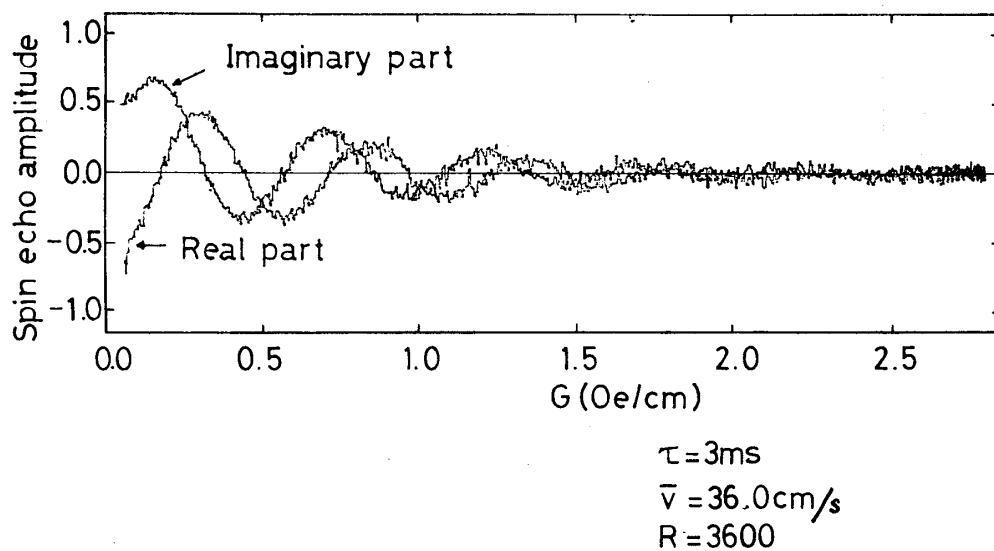
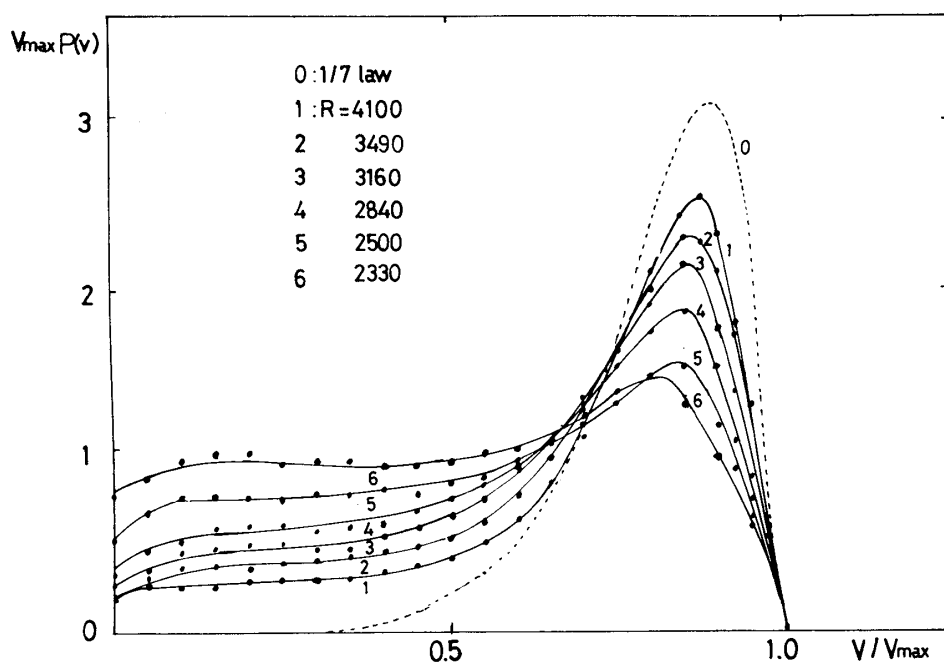
福田 耕治



第 8 図 メッシュの下流 18.5 cm でのスピンエコー信号の磁場勾配変化。 $t = 2\tau$ の 1 番目のエコー。第 4 図参照。



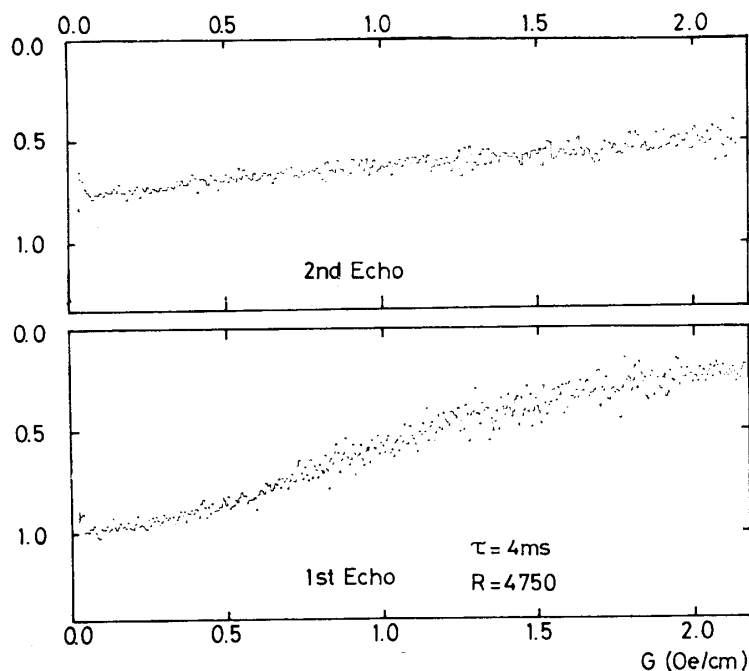
第 9 図 メッシュの下流 (距離 l) での a/r_0 と $l/r_0 R$ との関係を示す。● $R = 570$, ○ $R = 750$, × $R = 1160$
実線は実験式 $a/r_0 = 1 - 5.3(l/r_0 R)^{1/2}$

第 10 図 $R = 3600$ でのスピリエコー信号の磁場勾配変化第 11 図 R_c 近くでの乱流の軸方向の速度分布

るに従い薄くなってゆく事を示すと思われる。速度の空間分布の一例を図 7 に示す。

$r = 0$ で dv/dr が 0 とならないのは測定が有限の G までである事と、フーリエ変換及び (16) を実行する際に誤差が $r = 0$ 近くに蓄積する事に対応する。

福田 耕治



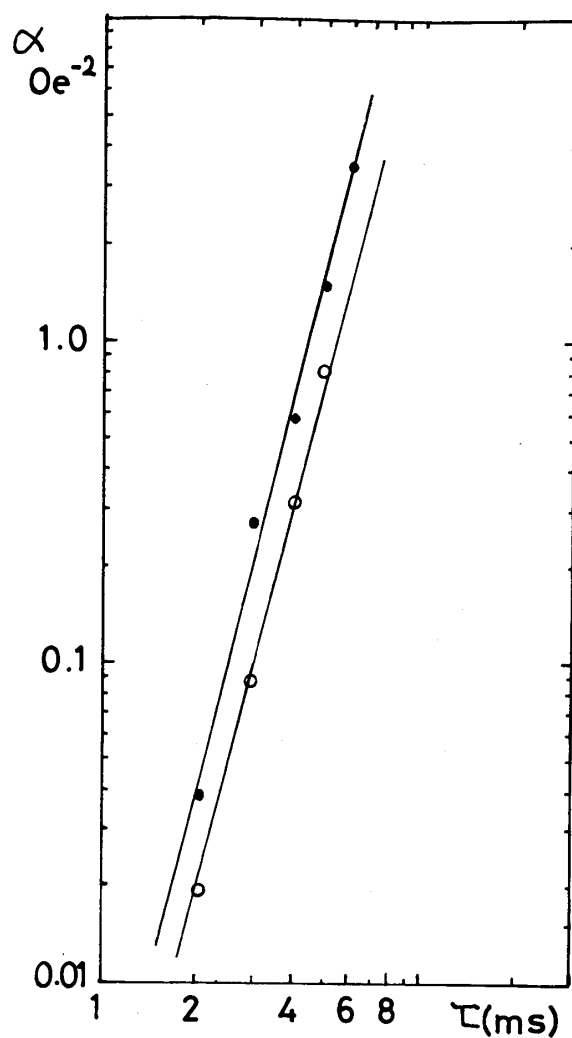
第 12 図 軸に垂直な流れによるスピンエコー信号の実部。
虚部は現われない。G = 0 で 2 番目のスピン
エコー信号が 1 とならないのは、流体がコイル
より流出するため。

(d) 乱流一軸に垂直な流れ

R_c 以上 8000 まで測定し、 $\langle v'^2 \rangle$ の Reynolds 数変化を求めた。 $\langle v'^2 \rangle$ は $R - R_c$ に比例する結果を得た。¹⁵⁾ (34) で与えられる領域は測定が行なわれた Reynolds 数では十分に大きくなく、 $\tau = 4 \text{ ms}$ では下限よりはずれてしまう。この場合でも奇数番目には $\langle v'^2 \rangle$ の寄与は現われる。図 12 に $t = 2\tau$ と $t = 4\tau$ の信号の一例を示す。二番目のスピンエコー信号にも流れの効果が現われている。

一番目のスピンエコー信号の磁場勾配依存は $\exp(-\alpha G^2)$ に従っている。いろいろな τ に対する磁場勾配変化を求め α を決め α の τ 依存を調べて図 13 を得た。 α は τ^4 に比例する。一番目のスピンエコー信号は、 $\exp\left\{-\frac{1}{2} r^2 G^2 \tau^4 \langle v'^2 \rangle\right\}$ に従うとして $\langle v'^2 \rangle$ と Reynolds 数の関係を求めて図 14 を得た。

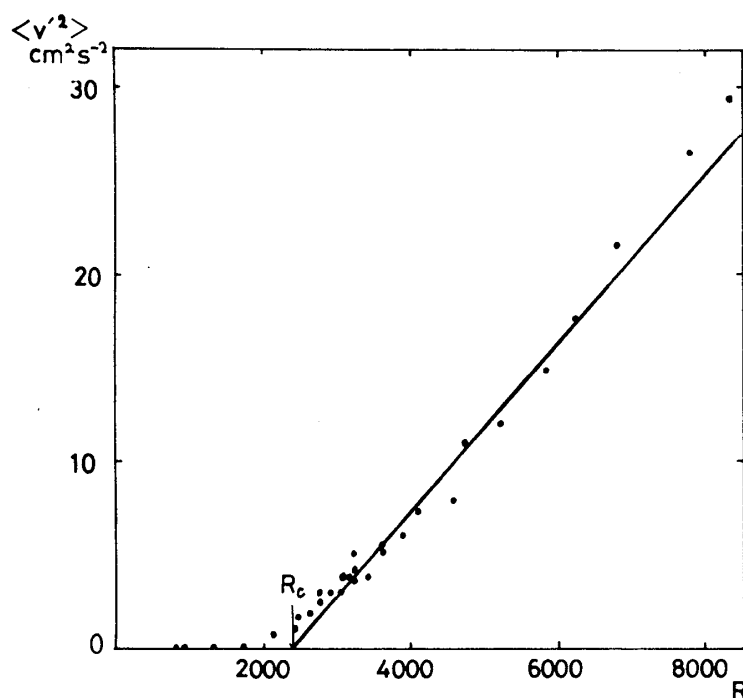
二番目のスピンエコー信号に通常の拡散とは異なる流れの効果が現われる事は注目に値する。二つの理由が考えられる。第 1 に (34) は十分発達した乱流において広い領域を得られるが実験では十分乱流が発達していない Reynolds 数で行なわれたにもかかわ



第13図 $M = M_0 \exp(-\alpha G^2)$ を仮定したときの α と τ の関係。実線は $\alpha \propto \tau^4$ 。
 ● : $R = 4000$, ○ : $R = 3100$

らず、二番目のスピンエコー信号に(35)で与えられるエネルギー散逸の項の効果が現われている。第2の理由は、乱流状態では通常の拡散の効果とは別種のパルス核磁気共鳴に観測される速い運動が存在する。この二つは推測である。今後の課題としたい。特に(34)で示される領域を広くするために種々の工夫が必要であるが、起流動 ${}^4\text{He}$ 中の ${}^3\text{He}$ を観測する事は大きい利点がある。粘性が小さく大きな R を得られやすいからである。¹⁶⁾

福田 耕治



第 14 図 軸と垂直方向のゆらぎ $\langle v'^2 \rangle$ と R の関係。
 実線は実験式 $\langle v'^2 \rangle = 4.5 \times 10^{-3} (R - R_c)^{1/2} \text{ cm}^2 \text{s}^{-2}$

参 考 文 献

- 1) H. Y. Carr and E. M. Purcell Phys. Rev. **94** 630 (1954)
- 2) K. J. Packer Molecular Phys. **17** 355 (1969)
- 3) R. J. Hayward, K. J. Packer and D. J. Tomlinson Molecular Phys **23** 1083 (1972)
- 4) P. G. de Gennes Phys. Letters **29A** 20 (1969)
- 5) G. Deville and Landesmann J. Phys. (Paris) **32** 67 (1971)
- 6) A. I. Zhernovoi and G. D. Latyshev, "Nuclear Magnetic Resonance in a Flowing Liquid"
 Consultants Bureau, New York 1965
- 7) D. W. Jones Advan. Magn. Resonance **8** 123 (1976)
- 8) S. Meiboom and D. Gill Rev. Sci. Inst **29** 688 (1958)
- 9) A. Abragam : The Principles of Nuclear Magnetism (Oxford University Press, Clarendon
 1961) P61

- 10) S. Goldstein et al : Modern Developments in Fluid Dynamics (Oxford University Press, Clarendon 1938) P301
- 11) R. S. Brodkey : The Phenomena of Fluid Motions (Addison-Wesley Publising Company 1967) P247
- 12) アー・エス・モーニン, アー・エヌ・ヤグロン著, 山田豊一訳 ; 統計流体力学 1 (総合図書, 東京) p. 262
- 13) エリ・デ・ランダウ, イエ・エム・リフシッツ著, 竹内均訳 ; 流体力学 1 (東京図書, 東京) §31, §32
- 14) S. Corrsin. Theories of Turbulent dispension in Mecaniqui de la turbulence (Editions du C. N. R. S. Paris. 1962)
- 15) 13) に同じ p. 114
- 16) K. Fukuda, A. Hirai Physica 82B 343 (1976)