

木村信行, 宇川 彰

こみ群の trajectory のうち, Wilson 型 action (図中の β_3 軸に対応) を通るものを β_3 軸を含む 1 つの平面 ($\beta_3 - \beta_6$) に射影したものである。 β_t は 1.9 近傍, β_c は 3.0 と 3.5 の間にあることがわかる。更に, 図 1 の abelian の場合と同様に β_t と β_c を境にして 3 つの領域に分けられ, β_t は Gauss 型的な振舞を経由する trajectory と直接原点へ流れ込む trajectory を区別する性格を持っている。 Abelian の場合, β_t が Coulomb phase と Confinement phase を分ける critical point になっていた様に, この場合も critical point 的な性格を持っていることが期待され, この意味で, crossover は, ある種の phase transition の性格を備えたものであることが期待される。

ここに述べた結果の一部及び詳しい計算の仕方等は Prog. Theor. Phys. 66 (1981), 1025 を参照して下さい。又, 研究会では述べなかった $SO(3)$ の部分群の LGT の結果も含めてここでの話しの内容を近くまとめるつもりです。

4. Energy-Momentum Dispersion of Glueballs and the Restoration of Lorentz Invariance in Lattice Gauge Theories

東大核研 木村信行, 宇川 彰

ハドロン内部のクォーク間の相互作用は $SU(3)$ 非可換ゲージ理論 (量子色力学 = QCD) で記述されると考えられている。少くとも, 深非弾性レプトン-ハドロン散乱の様な近距離現象については, 理論の漸近自由性のために摂動論が意味を持ち, その prediction は実験と矛盾しない。QCD では, クォーク間の力はグルオンと呼ばれるベクトル粒子 (QED における光子に当たる) の交換によって引き起こされる。クォーク・反クォーク間のポテンシャルは近距離ではクーロン型となり, しかも, クォークの有効色電荷 g は距離が短くなると小さくなる (漸近自由性)。反対に, 長距離になると g は大きくなり, そのため, クォークの閉じ込めが説明できると信じられている。しかし, これは強結合領域の問題なので, 摂動論に基づく満足な説明は今のところ与えられていない。

摂動論に依らず QCD を有限化しようという試みの 1 つに格子ゲージ理論がある。これは, 格子点上にはフェルミオンの自由度が, 格子点間を結ぶ線上にはゲージ場の自由度が定義された理論で, 閉じ込めは初めから保証されていて, しかも格子間隔 a が零になる極限では, 通常の QCD に一致すると期待されている理論である。この理論では, 無次元の結合定数の 2 乗 g^2 を温度 $k_B T$ とみなすと, 真空から真空への遷移確率振幅が, 統計力学における分配関数と同じ形 ($1 + 3$ 次元の作用関数を 4 次元のハミルトニアンと思う) を取る。そのため, すでに統

Energy-Momentum Dispersion of Glueballs and the Restoration of Lorentz Invariance in Lattice Gauge Theories.

計力学の領域で開発された色々なテクニックを用いて、格子ゲージ系の性質を調べることができる。中でも最も重要な結果を出しているのはモンテカルロ法によるシミュレーションである。この方法によって、クォークと反クォークの間のポテンシャルエネルギーが、結合定数の任意の値に対して距離に比例し（クォークが閉じ込められる）、しかも、弱結合領域ではその比例係数 σ （ストリングの強さとみなされる）が、漸近自由な理論で期待される振る舞い

$\sigma \propto \frac{1}{a^2} (r_0 g^2)^{-r_1/r_0^2} \exp\left(-\frac{1}{r_0 g^2}\right)$ をすることがほぼ確かめられている。ここで r_0 及び r_1 は、 $SU(n)$ の理論毎に決まっている正の定数である。 σ は物理量であるため、非物理的な切断運動量 a^{-1} には依存しないはずである。この要求 ($\frac{d\sigma}{da} = 0$) をすると、 g の a 依存性が現われ、それが正しく漸近自由の形 $a \frac{dg}{da} = r_0 g^3 + r_1 g^5 + O(g^7)$ をしている訳である。

格子 QCD において確かめておかなければならない事は、「クォークの閉じ込め」及び「漸近自由性」の他に、連続極限 ($a \rightarrow 0$) で 相対論的な場の理論 と成りうるかどうか、である。 $a \rightarrow 0$ の極限で物理量が有限に留まるためには、温度 g^2 が 2 次の相転移点 g_0^2 （相関距離が無長大の点）に近づかなければならない、という事が一般的に言える。しかも、この点の近傍では、相関距離が格子間隔に較べて非常に大きくなるので、連続な場の理論とみなす事ができ、同時に、相対論的不変性も現われているであろうと期待される。そこで、我々はピュアーなゲージ理論で、グルーボールのエネルギー・運動量分散関係を見る事により、2 次の相転移点の近傍で理論が相対論的 ($E = \sqrt{p^2 + m^2}$) に成るかどうかを調べた。グルーボールというのは、ゲージ場の自由度だけから成るエネルギーの固有状態（色々なスピン状態が考えられる）の事である。強結合（高温）展開法を用いて、 $SU(2)$ 及び Z_2 理論におけるスカラー・グルーボールのエネルギーを計算し、質量、 p^2 の係数、及び $(p^2)^2$ の係数を g^{-2} の巾級数として求めた（時空 3 次元の場合は g^{-2} に関して 10 次まで、4 次元の場合には 8 次まで）。そして、これらの係数の比が、相対論的な場合に期待されるような値に近づくかどうかを調べた。結果は次のようにまとめられる。

3 次元の Z_2 理論（3 次元の Ising 模型を Dual 変換したもの）では、相転移点近傍で、相対論的不変性が回復した時に期待される振る舞いと矛盾しない。3 次元の $SU(2)$ 理論の場合にも、同様の傾向が見られる。4 次元の場合、 Z_2 理論では転移点 (Self-Dual point) 近傍で $SU(2)$ 理論では、いわゆる「クロス・オーバー」の領域（前に述べたストリングの強さが強結合領域での振る舞いから、弱結合領域での漸近自由な振る舞いに急激に移行している狭い領域）で相対論的不変性が回復するかのように見える。しかし、4 次元の場合には、情報量が少いので断定はできない。

詳しくはプレプリント INS-Rep. -431(1981) を参照願います。