

低温での秩序変数の緩和

東大・理 宮下 精二

慶応大・理工 高野 宏

2次元 Ising 模型の有限系に於ける低温での秩序変数 (磁化 M) の緩和の様子を kinetic Ising 模型を用いて調べた。図 1 に示すように、高温側での緩和とちがひ、緩和のプロセスは

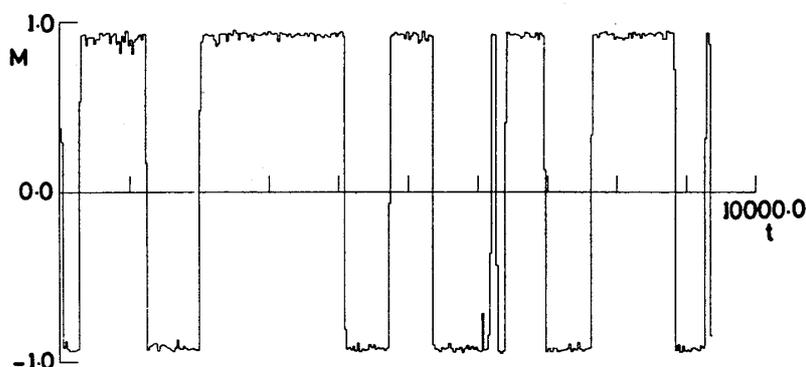


Fig. 1. A typical time-evolution of the magnetization $M(t)$ for $L = 7, K = 1/T = 0.5$. Here $K_c = 1/T_c \approx 0.44$.

図 1.

2つの安定な状態のスイッチングによって起きていることがわかる。ここでの緩和時間とは1つの状態にいる平均時間であり、有限系での秩序の安定性を示す量であるといえる。図 1 の過程での時間相関は図 2 に示すようにきれいな指数関数的な崩壊を示す。これはスイッチングが放射線崩壊などと同様、指数的分布に従っていることを示している。

秩序変数の緩和は、 $[T > T_c$ (臨界温度)]でいわゆる critical slowing down を示し秩序出現の前兆現象として興味深く研究されて来ているのに対し、 $T < T_c$ では自発的な秩序出現 (Symmetry breaking) のため熱力学極限 (L : 系の 1 次元の大きさ $\rightarrow \infty$) では緩和しなくなる。しかし L が有限の系では対称性の破れは起りえず、秩序変数は有限の緩和時間 τ で必ず緩和する。この τ

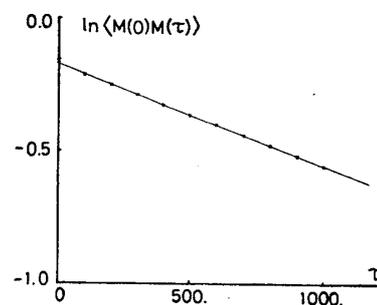


Fig. 2. A typical data for the autocorrelation function $\langle M(0)M(t) \rangle$ for $L = 7, K = 1/T = 0.5$.

図 2.

宮下精二・高野 宏

を現象論的に評価しよう：自由エネルギーを

$$f(m) = \frac{F(m)}{N} = \frac{1}{2} a \varepsilon m^2 + \frac{1}{4} b m^4 + \dots, \quad (1)$$

ここで $m = M/N$, $\varepsilon = (T - T_c)/T_c$, N は L^d (d は系の次元) と書き, その運動を

$$\frac{\partial m}{\partial t} = -\frac{1}{\tau_0} \frac{\partial f(m)}{\partial m} + \eta \quad (2)$$

ここで η は強さ D の熱的雑音, で与える。ここで $\varepsilon < 0$ の場合に m が 1 つの安定点から他の安定点に移る時間は準安定状態からの緩和の場合と同じと考えれば, $\tau \propto \exp(A \Delta_0/D)$: A は正の定数, Δ_0 はポテンシャル障壁 $\propto N\varepsilon^2$, と考えられる。しかるに厳密な自由エネルギーでは 2 つの安定な状態の間の障壁 Δ は $L\varepsilon$ に比例していることがわかっている。そこで kinetic Ising 模型のプロセスが厳密な自由エネルギー+(3)のプロセスで近似できるとすれば $\tau \propto \exp(A\Delta/D)$, $\Delta \propto \varepsilon L$ となると予想できる。しかし critical slowing down の際の緩和時間の発散の指数などの場合に指摘されているように, 臨界現象に伴う現象には動的特有の性質があり, たとえ厳密な自由エネルギーの情報を用いても動的なプロセスは(1)+(2)の形で近似されない場合があることが知られている。そこで低温での磁化の時間相関の緩和時間 τ :

$$\langle M(0)M(t) \rangle \propto e^{-t/\tau} \quad (3)$$

のサイズおよび温度依存性をモンテカルロ法を用いて調べ, τ を

$$\tau \sim L^z \exp(a \varepsilon^{\nu} L^{\hat{d}})$$

の形に仮定して解析した(図3)。ここで動的指数 z は 2.2 とした。特に指数部を調べるため

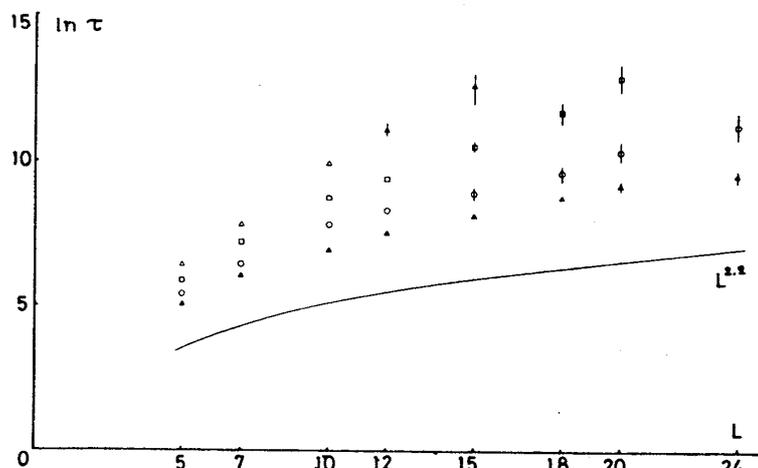


Fig. 3. The size-dependence of the relaxation time τ . The symbols \blacktriangle , \circ , \square and \triangle correspond to $K = 0.45, 0.46, 0.48$ and 0.50 , respectively. We maintain this notation throughout this letter. Bars denote ambiguity in each estimation.

図 3.

に τL^{-z} をプロットすると図4のようになり $\hat{d} = 1$ を示唆している。また傾きの温度依存性

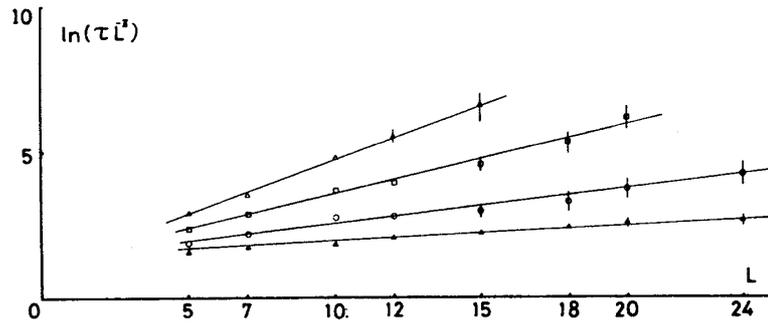


Fig. 4. The size-dependence of τL^{-z} ($z = 2.2$, see the text).

図 4.

(図5)より $\hat{d} = 1$ が結論される。このように低温での τ は

$$\tau \propto L^z \exp(a \varepsilon L) \quad (5)$$

の形となり、低温での秩序の安定性は静的な情報+(2)の形のダイナミックスの形の近似で定性的に正しい結果を与えていることがわかった。この(5)の障壁 $a \varepsilon L$ は Interfacial tension と呼ばれるものと同じ形であり Domain wall による障壁が秩序崩壊の主たる要因であるということが出来るだろう。

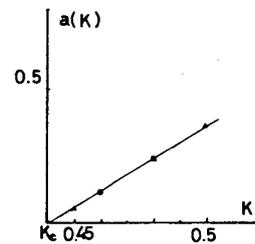


Fig. 5. The temperature-dependence of the slopes in fig. 4. The slope $a(K)$ corresponds to the factor $\hat{d}|\varepsilon|^{\hat{d}}$ in eq. (7) (see the text).

図 5.

文 献

S. Miyashita and H. Takano: Phys. Letters **98A** (1983) 426 及びその中の references.

静的な障壁に関しては K. Binder Phys. Rev. **A25** (1982) 1699 で詳しく論じられている。

非平衡相転移の動的理論

九大・理 川崎 恭治

この研究会では最近我々のグループで研究している Topological defects (界面, キンク, 渦系等) の動的理論について話をした。TDGL 等の非線形散逸系の長時間振舞を考えると、こ