

外部変調を加えたマグノン系での準周期ルートカオス

岡山大・理 味野道信 光藤誠太郎 山寄比登志

自励発振を起こしている力学系に周期的外力を加えると、振動の引き込みやカオスが発生することが知られている。そこで今回、励起マイクロ波に振幅変調を加えて、マグノン系の自励発振がどのように変化するかを調べた。この場合、変調強度が外力の強さ、変調周波数が外力の振動数に相当する。まず外部発振器で正弦波を発生させ、その出力をマイクロ波発振器の外部振幅変調端子に加える。この方法によって、マイクロ波に任意の振動数かつ強さの振幅変調を加えることができる。実験は室温で、励起マイクロ波磁場（9.6GHz）と外部静磁場（16300e）を、球状のイットリウム鉄ガーネット（YIG）単結晶の〔111〕方向に加えて行った。この静磁場では1周期の自励発振が励起電力の広い範囲に渡って比較的安定である。まず、変調をかけない連続マイクロ波を加え、マグノン系に正弦波に近い波形の自励発振（振動数 f_0 = 約360kHz）を発生させた。次に変調を加えて引き込みを観測した。この時、各引き込み領域に外部から内部に近付く場合と、内部から外部に外れる場合では、引き込み領域の境界値が異なる。そのため、両者の中間を境界値とした。こうして得られた相図を図1に示す。外部変調 f_m が $1/2 f_0$ の時、引き込みが最も強いことが分かる。そして、 f_m/f_0 が $2/3$, $3/5$, $5/8$ と進むにつれて、変調強度を上げなければ引き込みが現れず、しかも引き込みの領域が狭くなっていることが分かる。8/13の引き込みは、短時間は現れるものの、長時間安定して得ることはできなかった。この図から、カオス発生点近傍で黄金比 $(\sqrt{5}-1)/2$ となる変調周波数を約212kHzと見積った。変調周波数を212kHzに固定し、変調強度 K を大きくした場合の、発振波形のパワースペクトル変化を図2に示す。

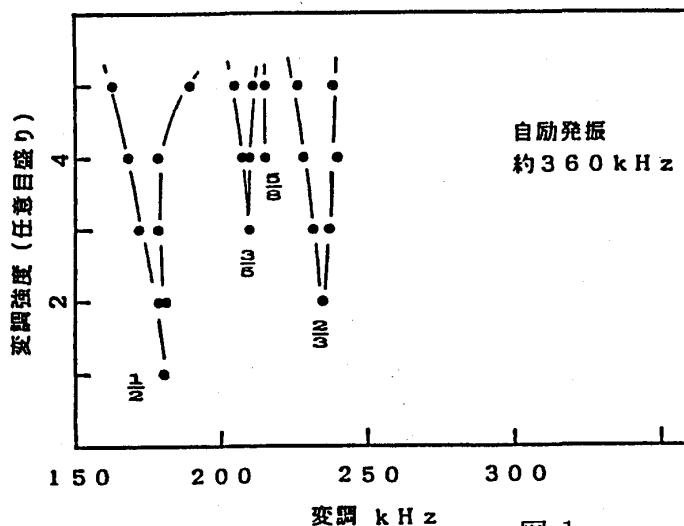


図 1

て得られた相図を図1に示す。外部変調 f_m が $1/2 f_0$ の時、引き込みが最も強いことが分かる。そして、 f_m/f_0 が $2/3$, $3/5$, $5/8$ と進むにつれて、変調強度を上げなければ引き込みが現れず、しかも引き込みの領域が狭くなっていることが分かる。8/13の引き込みは、短時間は現れるものの、長時間安定して得ることはできなかった。この図から、カオス発生点近傍で黄金比 $(\sqrt{5}-1)/2$ となる変調周波数を約212kHzと見積った。変調周波数を212kHzに固定し、変調強度 K を大きくした場合の、発振波形のパワースペクトル変化を図2に示す。

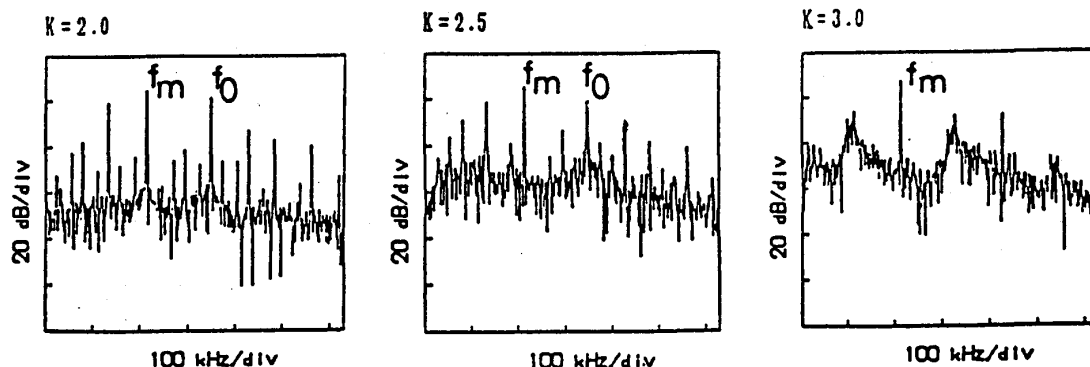


図 2

研究会報告

$K = 2.0, 2.5$ では自励発振成分と外部変調成分, およびその線形結合成分から成る線スペクトルであり, 準周期的振動であることを示している. $K = 3.0$ では, 自励発振周波数成分のピークが無くなり, カオス状態であることを示唆する連続スペクトルに変化している. $K = 3.5$ では, 再び $f_m/f_0 = 3/5$ への引き込みが系を支配している. この準周期振動からカオスへの変化を見るために, 遅延時間 $\tau = 1$

μsec を用いて3次元アトラクタを再構築した. その2次元面への投影と, ポアンカレ断面を図3に示す. $K = 2.0$ ではポアンカレ断面が閉曲線を形造っており, アトラクタはトーラスであるので準周期振動であることが分かる. $K = 3.0$ では, ポアンカレ断面から分かる様に, トーラスが崩壊して不規則振動が得られている.

次に, カオス状態と考えられる発振波形を変調周期毎にサンプリングした時系列 $V(n)$ から, $V(n)$ 対 $V(n+1)$ のプロットを行い, 断面を再現した(図4). 右下と左上に, 折り畳み構造が現れている様子が分かる. この断面のデータから写像の拡大率, つまりリアプノフ指数を求めた. まず断面上の1点 r_1 とその近傍点 r_m を選び出す. そして2点間の距離を

$$l_0 = |r_1 - r_m|$$

とする. r_1 及び r_m が n 回写像された点を $f^n(r_1)$, $f^n(r_m)$ とすれば, 2点間の距離は

$$l_n = |f^n(r_1) - f^n(r_m)|$$

で与えられる. そして, リアプノフ指数 $\lambda(n)$ は次式から得ることができる.

$$\lambda(n) = \left\langle \log \frac{l_n}{l_{n-1}} \right\rangle$$

ここで $\langle \rangle$ は, r_1 として断面上の2,000点を用いて計算した値の平均値である. $n=1, 2$ の値は, 2点間の距離が接近しているために, AD変換ステップの粗さが誤差を大きくしていると考えられる. そこで, n が2から10までの間で得られた λ を図5に示す. この図から λ として約0.1の値を見積もることができた. これにより, 今回の実験で得られた非周期振動は決定論によるカオスであると確認された.

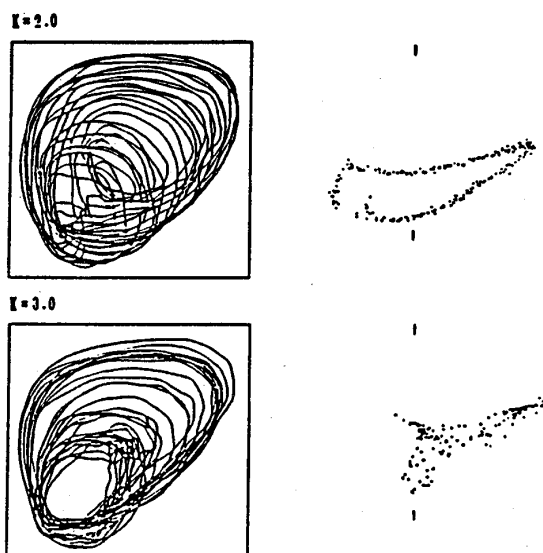


図3

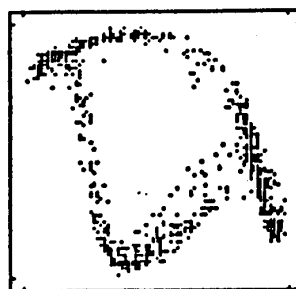


図4

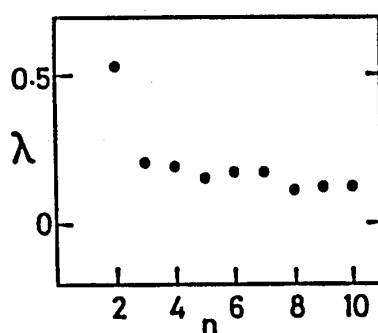


図5