

## リカレントニューラルネットによる非線形ダイナミクスの学習

A T R 視聴覚機構研究所

佐藤 雅昭 村上 由彦

### 1 はじめに

任意のフィードバック結合を持つニューラルネット（リカレントネット）は、複雑な非線形ダイナミクスを持つシステムであり、ユニットの初期値や結合係数の値により、リミットサイクルやカオスなどの様々な時間的振る舞いを示す。一方、生体システムにおいても、様々なレベルでリミットサイクルやカオス現象が見つかっており、生体はこれらの非線形ダイナミクス現象をうまく情報処理に利用していると考えられる。このような観点から、我々はリカレントネットが能動的でダイナミックな情報処理に新しい可能性を開いてくれると期待し、研究を行なっている。

本稿では、リカレントネットによる非線形ダイナミクスの学習に関する我々の研究を紹介する[1,2,3]。まず、任意の非線形ダイナミクスを近似できるリカレントネットとその学習則を説明する。この学習則を用いて、ローレンツアトラクタ[4]をリカレントネットに学習させるシミュレーションを行なった。その結果、ローレンツアトラクタの軌道を教師信号として用いて学習させた場合、このリカレントネットがローレンツダイナミクスをアトラクタの近傍で良く近似していることがわかった[1,2]。

また、我々はリカレントネットに人間の音声波形のゆらぎを学習させ、これを自然な音声の合成に利用する研究も行なっている[3]。

### 2 リカレントネット

最近、任意の非線形関数が有限個のシグモイド関数の和によって近似できることが証明された[7]。この事実を用いて、運動方程式が微分方程式の形で与えられる任意の非線形ダイナミクスは、図1のような構造を持つリカレントネットにより近似できることが示せる[1]。このリカレントネットは、次式を満足する。

$$\frac{dX(t)}{dt} = WA \cdot Z(t) \quad (1-a)$$

$$Z_m(t) = G(Y_m(t)) \quad m=1,2,\dots,M \quad (1-b)$$

$$Y = WB \cdot X + WD, \quad (1-c)$$

ここで、 $X$  は  $N$  次元ベクトル、 $Y$  と  $Z$  は  $M$  次元ベクトルであり、それぞれ  $N$  個のダイナミックユニットの出力、 $M$  個のシグモイドユニットの入力と出力である。ダイナミックユニットは、 $N$  行  $M$  列のウエイトマトリクス  $WA$  を通して、シグモイドユニットからくる信号  $Z$  を受ける。また、シグモイドユニットは、 $M$  行  $N$  列のウエイトマトリクス  $WB$  を通してダイナミックユニットからの信号  $X$  を受けとり、さらに  $M$  次元ベクトルのバイアス  $WD$  を受けとる。これらの入力はシグモイド関数  $G$  を通してダイナミックユニットに伝えられる。また、ダイナミックユニットは、教師信号が与えられる *visible* ユニット (*VD*) と与えられない *hidden* ユニット (*HD*) の 2 種類に分類される。学習は、*visible* ユニットの出力の時間的振舞いが教師信号のそれに等しくなるようにウエイトの値を変更することにより行なわれる[5,6]。学習フェーズでは、*visible* ユニットはその出力が教師信号  $Q(t)$  に等しくなるように強制入力  $J$  を受ける。 $J$  は、次式で表される。

## 研究会報告

$$J_i(t) = dQ_i(t) / dt - (WA \cdot Z(t))_i$$

この強制入力の大きさは、望ましいネットワークからの誤差を表していると考えられるので、ネットワークのエラー評価関数 E は、

$$E = \int_{t1}^{t2} dt \sum_{i \in VD} J_i^2(t)$$

で定義できる。リカレントネットのウェイト WA と WB 及びバイアス WD の値は、エラー評価関数に対する最急降下法により変更される。また、hidden ダイナミックユニットの初期値も学習パラメータと考え、学習時に更新する。学習パラメータによるエラー関数の微分は、ラグランジエの未定係数を用いて求めることができる[1,5]。ダイナミックユニット及びシグモイドユニットに対する未定係数を PX, PZ とすると、これらは次式を満たす。

$$\frac{d(PX_i)}{dt} = - \sum_m PZ_m \cdot G((WB \cdot X + WD)_m) \cdot (WB)_{mi}, \quad PX_i(t2) = 0 \\ \text{for } i \in HD \quad (2-a)$$

$$PX_i(t1) = - J_i(t) \quad \text{for } i \in VD \quad (2-b)$$

$$PZ_m = \sum_i PX_i \cdot (WA)_{im} \quad (2-c)$$

学習パラメータの変化分は、これらを用いて以下のように計算できる。

$$\Delta WA = - \eta \cdot \int_{t1}^{t2} dt \cdot PX \cdot Z^T \quad (3-a)$$

$$\Delta WB = - \eta \cdot \int_{t1}^{t2} dt \cdot PZ \cdot G'(WB \cdot X + WD) \cdot X^T \quad (3-b)$$

$$\Delta WD = - \eta \cdot \int_{t1}^{t2} dt \cdot PZ \cdot G'(WB \cdot X + WD) \quad (3-c)$$

$$\Delta X_i(t1) = - \eta \cdot PX_i(t1) \quad \text{for } i \in HD \quad (3-d)$$

学習は、以下の手順で行なわれる。

- (1) 時刻 t から (t+T) まで、visible ユニットの出力を教師信号にクランプしながら、hidden ユニットとシグモイドユニットを動作させ、その出力を計算する。
- (2) 時刻 (t+T) から t まで、時間をさかのぼって PX, PZ を計算し、同時に学習パラメータの変化分も計算する。
- (3) 学習パラメータを更新し、この新しいパラメータ値を用いて、時刻 t から (t+TF) まで、リカレントネットを動作させる。
- (4) 現在時刻 t を TF だけ進めて (1) に戻る。

以上をエラー評価関数の値が十分小さくなるまで繰り返す。カオス軌道のような不安定な軌道に対しては、ダイナミックユニットの初期値を初期時刻 t0 で固定したまま、長時間学習を続けることは意味がない。実際、学習時間幅 T を最大リアブノフ指数の逆数 Tc より大きくとると、軌道の不安定さのためにエラーやエラーの微分値が爆発してしまい、学習がうまくいかない。このため、T を Tc よりも小さくとる必要がある。また、上記の学習則では、visible ユニットは常に教師信号にクランプされ、hidden ユニットの初期値は毎回の学習時に変更されるので、学習更新毎にダイナミックユニットの初期値が更新されることになる。すなわち、この方法では、毎回別の軌道を学習することになる。我々の目的は、1つのカオス軌道を学習させることではなく、カオス軌道

の集合体であるカオスアトラクタの学習や軌道の時間発展を記述する方程式の学習なので、毎回別の軌道を学習することは我々の目的に合っている。

### 3 カオスダイナミクスの学習

リカレントネットに学習させるカオスの例として、以下の微分方程式によって定義されるローレンツアトラクタを用いた[4]。

$$\frac{dx}{dt} = F_1(x, y, z) = 10 \cdot (y - x) \quad (4-a)$$

$$\frac{dy}{dt} = F_2(x, y, z) = -y + (28 - z) \cdot x \quad (4-b)$$

$$\frac{dz}{dt} = F_3(x, y, z) = -(8/3)z + x \cdot y \quad (4-c)$$

図2にローレンツアトラクタを示す。計算機シミュレーションでは、各変数に対応する3個のダイナミックユニットと30個のシグモイドユニットよりなるネットワークを用いた。また、これらの微分方程式を2次のRunge-Kutta法により近似した。時間間隔は0.01とし、初期ウエイトはランダムに選んだ。また、学習のスケジュールを決める時間は、T=1.0, TF=0.5とした。

始めのシミュレーションでは、すべてのダイナミックユニットに、式4で計算できるx(t), y(t), z(t)の教師信号を与えた。30,000回のウエイト変更後、リカレントネットは図3に示すようなカオスアトラクタを生成した。このアトラクタの形は、見た目にも教師のローレンツ・アトラクタに非常に似ている。また、軌道の不安定さの指標である最大リアブノフ指数は0.85であり、ローレンツ・アトラクタに対する値0.90に近く、カオス軌道の不安定さをかなり良く学習できていることがわかる。また、リカレントネットがローレンツ方程式をどれくらい良く近似しているかを調べるために、ローレンツ方程式のベクトル場Fを位相空間の各点で計算し、リカレントネットのそれと比べ誤差を求めた。この誤差の値を図4に示す。図よりローレンツアトラクタの近傍では、誤差が非常に小さくローレンツ方程式を良く近似していることがわかる。

次に、一部の変数のみに教師信号を与えた場合、隠れたダイナミクスを学習する可能性について調べた。2つの変数yとzだけに教師信号を与えた時、50,000回ウエイト変更後のリカレントネットが生成したアトラクタを図5に示す。図より、教師信号を与えた変数(y, z)に対する軌道は、良く再現できているが隠れた変数(x)の軌道はかなり異なっていることがわかる。また、最大リアブノフ指数は0.75であった。

### 4.まとめ

すべての変数に教師信号を与えた時、リカレントネットはローレンツダイナミクスを近似的に獲得することができ、ローレンツアトラクタに非常に良く似たカオスアトラクタを生成することができた。しかし、1つの変数に教師信号を与えなかった時、隠れたダイナミクスを獲得することにはまだ成功していない。一つの可能性として、一部の変数の軌道が一致し他の変数の軌道が異なる、別のダイナミクスが存在することが考えられる。今後の研究で、この点を明確にしていくつもりである。

また、リカレントネットを自然な音声の学習・合成等の情報処理に利用してゆくことも、今後の我々の課題である。

## 研究会報告

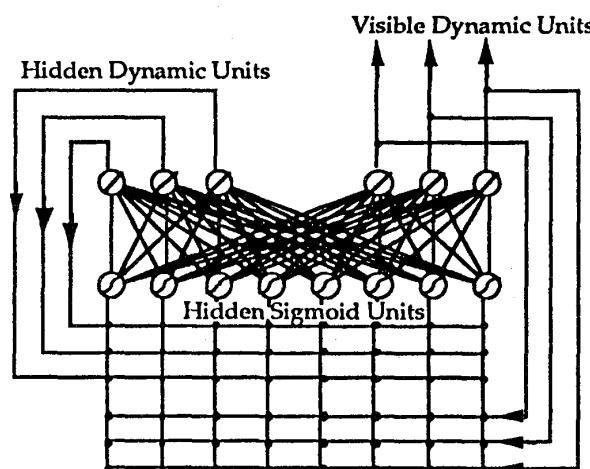


図1 リカレントネット

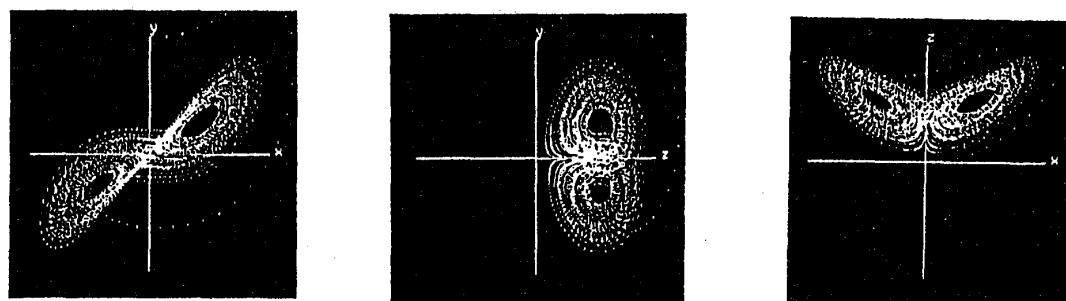


図2 ローレンツアトラクタ

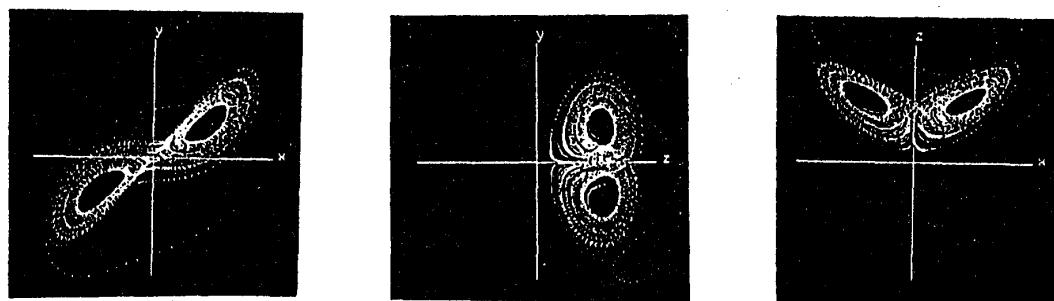


図3 すべての変数に教師信号を与えて学習した後にリカレントネットが生成したアトラクタ

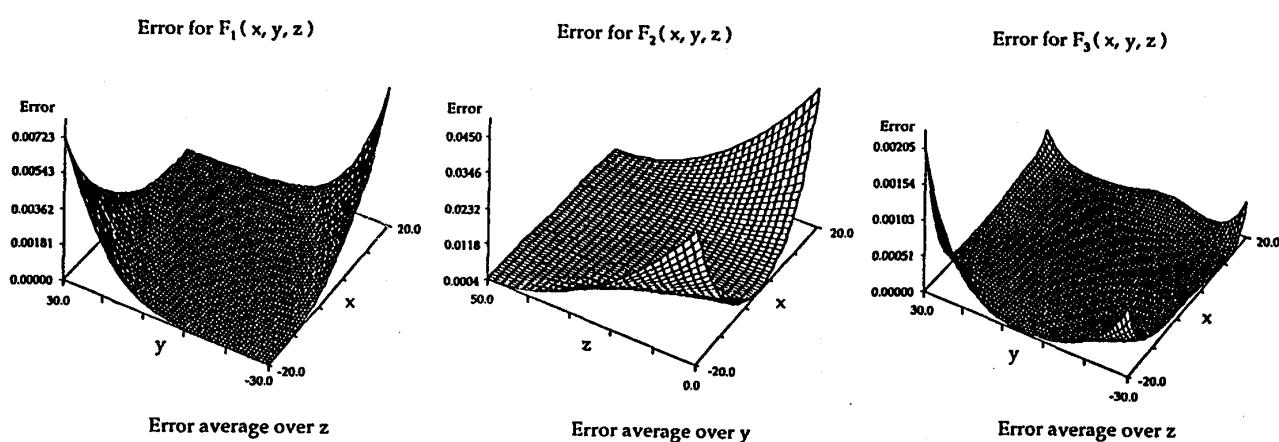


図4 ベクトル場に対する位相空間での誤差

「カオスとその周辺」

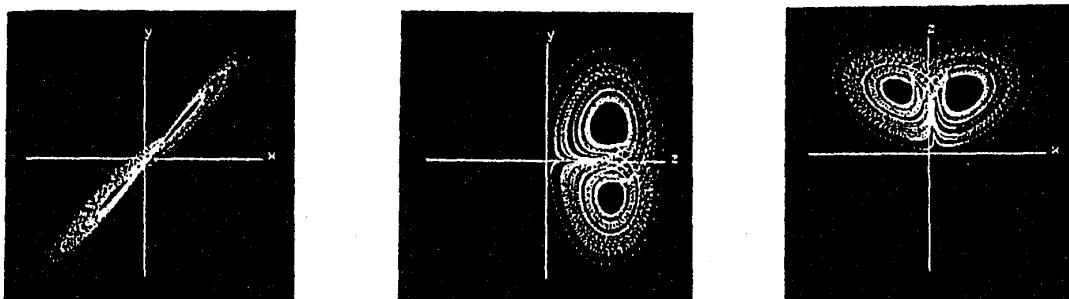


図5 2変数のみ教師信号を与えて学習した後にリカレントネットが生成したアトラクタ

参考文献

- [1] Sato M. & Murakami Y. Proc. Inter. Conf. on Fuzzy Logic & N. N. 601 (1990)
- [2] Murakami Y. & Sato M. Proc. of ACNN'91 (1991)
- [3] Sato M., Joe K. & Hirahara T. Proc. of IJCNN'90 I-581 (1990)
- [4] Berge P., et al. "Order within Chaos", John Wiley & Sons (1984)
- [5] Sato M., Biol. Cybernetics, 62, 259-263 (1990)
- [6] Pearlmutter BA., Neural Computation, 1, 263-269 (1989)
- [7] Funahashi K., Neural Networks, 2, 183-192 (1989)

連絡先

619-02 京都府相楽郡精華町乾谷・三平谷 TEL: (07749) 5-1411 FAX: (07749) 5-1408