Do singular structures move with inviscid fluid ?

京大数理研 大木谷耕司

乱流運動を支配するナビエストークス方程式は渦の対流、伸長にかかわる非線形項と渦の拡散にかかわる粘性項からなり立っている。これらのうち、まず小さなスケールを励起する働きをする非線形項だけに注目することは乱流を理解する上で助けになろう。そこで、 ここでは2次元の流れに限って表題の疑問について考える。

2次元非粘性流では渦度はラグランジュ的に保存され、従って渦伸長は起こり得ない。ところが、渦度勾配は非線形項の働きによって大きくなりうることが知られている。この結果、渦度の等高線はシート状の構造をもつことになる。これが2次元の場合の特異構造で、この構造が流体とともに動くか否かが問題である。

そのために2次元オイラー方程式を擬スペクトル法(精度 $= 512^2$)を用いて解く。同時に格子点数と同じ数だけの流体粒子の運動を追跡することによって、物理空間 $(\boldsymbol{x})$ の場からラグランジュマーカー空間 $(\boldsymbol{a})$ の場を作る ($t = 0$ で $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{x}$)。そのさい速度場等を補間する必要が生じるがそれには、線形補間を用いた。

渦度場がマーカー空間で時間的に変化しないことを確認したうえで、以下の図に渦度勾配の両空間における時間発展を示す。左の図が物理空間の渦度勾配の等高線 で、時間とともにシート状の構造が作られているがそれらは周囲の速度場によってしだいに流されていることが見てとれる。(時間は上から下へ流れている。)一方、右のマーカー空間ではこれらの構造はほぼ同じ場所で発達していることがわかる。このことは、これらの構造が流体とともに動いていることを意味する。さらに、渦度勾配ベクトルの異時刻相関を考慮することによって、この観察事実をより定量的にすることができる。また, 影をつけた領域は圧力の高い部分であり、特異構造に付随している流体粒子は不安定であることを示唆している。

一方、2次元乱流中に秩序をもった渦構造が出現するためにはわずかなりとも粘性項の働きが必要である。このとき、ここで見た非粘性流の凍結した振舞いがどのような変化を被るかを調べることは興味深い。また、 以上のような見方を、3次元流に対して拡張することによって非粘性の時の有限時発散の問題、そして、粘性流体中に現れるチューブ状構造の説明に役立つかも知れない。

物理空間　　　　マーカー空間