

沸騰の動力学モデル

文部省 統計数理研究所
総合研究大学院大学

柳田達雄¹

沸騰現象は液相 - 気相の相転移にともなう現象であるが、沸騰の動力学そのものも核沸騰 - 膜沸騰なる遷移現象を示す。沸騰の動力学は原理的には、流体の基礎方程式である Navier-Stokes 方程式と相転移の方程式に従うと考えられる。しかし、沸騰現象は二相が混在する上、時間空間的に不規則にその境界面が変化するため、これらの方程式を基礎に置く解析は非常に複雑になる。現象を記述するモデルは2つのタイプに分類することができ、Navier-Stokes 方程式は定量的解析を主目的とする。一方、現象の定性的性質の記述を目的とした場合、Navier-Stokes 方程式などの基礎方程式から離れて簡単なモデルによって解析することが可能である。このような解析方法の1つとして、Coupled Map Lattice(CML)を用いる方法がある。我々は、沸騰現象さらには沸騰遷移現象に対し、最小 CML モデルを構築しその定性的振舞いを調べた。このモデルは、沸騰の遷移現象ほかいくつかの定性的性質を再現する。

1 沸騰遷移現象

「沸騰」は液相 - 気相の1次相転移にともなう現象である。しかし、沸騰の動力学そのものも核沸騰 (nucleate boiling) - 膜沸騰 (film boiling) なる遷移を示す。Leidenfrost は200年以上も前にこの現象を非常に高温な金属面上の水滴は水滴下に蒸気膜が生成され金属面から水滴への熱輸送が低下し蒸発速度が減少すると報告している [1]。この遷移現象を定量的に特徴づけたのは、1934年のS.Nukiyamaによる実験である [2]。S.Nukiyama は、金属固体面から沸騰水に伝わる熱量 Q はそれらの間の温度差 ΔT が増加するにつれ増すが、ある温度差以上になると ΔT をこれ以上増加させると逆に Q が減少する事を実験で示した。この Q と ΔT の関係は沸騰特性

¹E-mail yanagita@ism.ac.jp

曲線 (拔山曲線) と呼ばれ (Fig.1)、沸騰状態はこの曲線によって以下の三領域に分けられる。

1. 対流領域 (OP)

過熱度が小さい場合、1 相による対流によって熱輸送が行われる。液体の入っている容器を下部から温度 T_{Bottom} で加熱し、上部から温度 T_{Top} で冷却すると、温度差 $\delta T = T_{Bottom} - T_{Top}$ が十分に小さい場合、温度場は Fourier 則に従う。加熱が強まると容器内の流体は対流運動をはじめ、さらにはカオス運動、乱流状態となる。

2. 核沸騰領域 (PQ)

過熱度が ΔT_P になったとき蒸気泡が生成され、過熱度の増加とともに気泡発生点は急速に増加する。蒸気泡の生成によって発熱体近傍の境界相は乱され、冷たい液体が発熱体表面に流れ込む。これにより、熱輸送は増加され対流領域に比べ熱輸送効率が非常に高くなる。また、OP に比べ PQ 区間の方が急勾配であり、この領域は最大熱流束点 P (Burnout Point) まで続く。この領域内において、加熱度の増加にしたがい蒸気泡にいくつかの形状が観測される。まず核沸騰初期段階では、蒸気泡は流体力学的相互作用せず独立に生成され運動を行う。このような流体力学的相互作用をしない蒸気泡を個別泡と呼ぶ (Fig.2-a)。加熱度が強まると、蒸気泡は相互作用をし結合分離を行い、蒸気柱や蒸気きのこが観測される (Fig.2-b)。

3. 膜沸騰領域 (RS)

発熱体が薄膜蒸気泡に覆われ (Fig.2-c)、液体が発熱体表面にとどかず発熱体の温度は ΔT_Q から ΔT_B へと急激に上がる。発熱体として金属線などを用いた場合、発熱体は赤白色に輝く。この状態は発熱体の融解温度 ΔT_S まで続くが、発熱体の融点が低い場合 ($\Delta T_S < \Delta T_B$) 発熱体は損傷する。

講演では、筑波大学小川泰教授、平田隆幸助手の下で行った核膜遷移の実験の VTR を上映した。

2 モデル

沸騰の動力学は原理的には、流体の基礎方程式である Navier-Stokes 方程式と相転移の方程式に従うと考えられる。しかし、沸騰現象は気液二相が混在し、その境界は時間空間的に不規則に変化する。このため、Navier-Stokes 方程式を用いた解析は非常に困難である。

現象を記述するモデルには Navier-Stokes 方程式のように定量的解析を主目的とするものと定性的解析を目的とするものがある。特に、空間的にひろがりを持つ現象の定性的振舞いを支配する動力学を明かにするには、簡単なモデルを作成しそれを解析する方法が有効である。そのもっとも有効な方法として、Coupled Map Lattice(CML) が上げられる。CML は離散化された空間上に実数からなる変数を持ち、時間を離散化した力学系である。CML は K.Kaneko により広範囲にわたり研究され [3]、多くの物理現象の定性的解析に用いられている [4][5]。そのなかで特に興味深いものとして、Y.Oono と S.Puri による spinodal decomposition がある [6]。我々は沸騰現象・核膜遷移を定性的にとらえるため、以下のような最小モデルを作成した。

ここでは、空間を水平方向、鉛直方向にとった 2 次元のモデルを扱う。空間を格子状に粗視化し、時間 t での各格子上 (x, y) の状態を実変数である温度 $T_{x,y}^t$ で記述する。沸騰の動力学にもっとも重要であると考えられる構成要素として、熱拡散、浮力、潜熱の効果を選び、以下のような簡単な力学であらわす。

1. 熱拡散

$$T'_{x,y} = T_{x,y} + \frac{\epsilon}{4} \{T_{x+1,y} + T_{x,y+1} + T_{x-1,y} + T_{x,y-1} - 4T_{x,y}\} \quad (1)$$

2. 浮力

$$T''_{x,y} = T'_{x,y} + \frac{\sigma}{2} T'_{x,y} \{ \rho(T'_{x,y+1}) - \rho(T'_{x,y-1}) \}$$

$$\rho(T) = \tanh(\alpha(T - T_c)) \quad (2)$$

3. 潜熱

if $T''_{x,y} > T_c$ and $T_{x,y}^{t-1} < T_c$ then $T''_{N(x,y)} = T''_{N(x,y)} - \eta$

else

if $T''_{x,y} < T_c$ and $T_{x,y}^{t-1} > T_c$ then $T''_{N(x,y)} = T''_{N(x,y)} + \eta$ ここで、 $N(x,y)$ は x,y の4つの最近接点である。

1 番目の手続きは熱拡散を Laplace 方程式を離散化することにより表している。2 番目は浮力によって蒸気泡が浮かぶ運動を表している。浮力は密度 ρ に依存し、局所的平衡状態を仮定して密度を温度の関数とした。温度による密度変化はパラメーター T_c 前後 (気相液相) での急激な変化を考え hyperbolic tangent で表した。3 番目の手続きは、熱拡散、移流の手続きを行った後、状態が液相 (温度が T_c 以下) から気相 (温度が T_c 以上) に変化した場合に、まわりのセルから潜熱を奪うことを表現している。以上の3つの手続きを単位時間に独立に行い、時間発展させる。 x 方向には周期的境界条件を課し、 y 方向の境界は、上面は低熱源 T_{Top} に接し下面は高熱源 T_{Bottom} に接する subcooled 状態を考えた。

ここで、 $\epsilon, \sigma, \alpha, T_c, \eta$ はモデルを記述するパラメーターであり、今回の発表内容では、下面熱源の温度 T_{Bottom} のみを変化させ、パラメーターは $\epsilon = 0.5, \sigma = 0.3, \alpha = 10, T_c = 10, \eta = 0.5, T_{Top} = 5.0$ とした。また、初期状態は $T_{x,y}^0 = (T_{Bottom} - T_{Top})/2 + \delta$ とした。ここで δ は微小な一様乱数である。

3 数値解析

3.1 底面の温度変化に対するパターン変化 (Fig.3)

1. $T_{Bottom} < T_{B.P.} \sim 9.77$ (Fig.3-a)

臨界温度以下では、熱はおもに拡散手続きのみによって輸送される。温度差 $\delta T = T_{Bottom} - T_{Top}$ が十分に小さい場合には温度場は Fourier 則に従う。

2. $T_{Bottom} > T_{B.P.}$ (Fig.3-b,c,d)

研究会報告

熱はもはや拡散のみでは効果的に輸送されず、底面付近に大きな温度差が現れる。これによって、手続きの2番である浮力の効果が現れ蒸気泡 ($T_{x,y} > T_c$ 以上のセルの塊) が発生する。沸騰開始点では、加熱度が十分ではなく蒸気泡は潜熱により上昇する前に消滅することがある。この生成消滅を幾度か繰り返した後、熱は十分に蓄えられ蒸気泡は成長し上昇する。 T_{Bottom} が増加するにつれ、蒸気泡はより多く生成され、生成消滅をすることなく上昇するようになる。また、熱拡散により蒸気泡は上昇中小さくなる。

3. $T_{Bottom} > T_{B.O.} \sim 9.91$ (Fig.3-e,f)

Burnout 点において、蒸気泡は結合して膜状になる。この蒸気膜は同時に底面からはなれ上昇する。蒸気膜が浮上した後、加熱面が冷却され次の蒸気膜が生成されるまで一定の時間がかかるため空間パターンは縞模様となる。このような周期的な泡の生成は、実験において観測することが出来る。

3.2 平均温度分布 (Fig.4)

沸騰現象の特徴として、熱輸送効率が対流状態に比べて格段によいことが上げられる。これを見るため、以下のような平均温度分布を定義する。

$$\bar{T}_{x,y} = \langle T_{x,y}^t \rangle_t \quad (3)$$

ここで

$$\langle T_{x,y}^t \rangle_t = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^N \frac{T_{x,y}^t}{N} \quad (4)$$

なる長時間平均である。上面と下面の温度差が十分に小さい場合、平均温度場は下面からの高さに比例して低くなり Fourier 則に従う。沸騰が生じると、温度は高さとともに急激に下がり実験事実と良く一致する。

3.3 Lyapunov 指数 (Fig.5)

Chaos 力学系を特徴づける量として Lyapunov 指数がある [7]。これは、平均時間での軌道不安定性を表す量である。すなわち、近接した2つの初期状態から出発した軌道が、時間発展とと

もにどの程度の速さで離れるかを表したものである。我々のモデルでは、沸騰状態で最大 Lyapunov 指数は正となり Chaos 状態であることが解る。さらに、核膜遷移が起こる点で最大 Lyapunov 指数は急激に下がっている。これは膜沸騰状態でみられる orderd-pattern と深く関係している。

3.4 沸騰特性曲線 (Fig.6)

沸騰特性曲線は核膜遷移を定量的にとらえるため重要である。ここでは、熱流束を以下のよう

$$q = \frac{1}{M} \left\langle \sum_{x=1}^M \frac{\sigma}{2} (T_{(x,1)}^t - T_{Bottom}) \right\rangle_t \quad (5)$$

これは、底面の温度とその1つ上のセルとの平均温度差、すなわち、熱拡散(手続き1)によって発熱体から液体に単位時間に伝わる熱量である。このように定義された熱流束と底面の温度の関係は実験的に求められたものと定性的に一致する。

4 まとめ

このモデルは核膜遷移と考えられる現象を示す。Burnout Point に対応する $T_{Bottom} \sim 9.91$ で空間パターンは個別泡から縞状泡に一転する。実際の膜沸騰では、泡は発熱体を覆った蒸気膜から離脱するかたちで浮上するが、我々のモデルでは、この蒸気膜全体が同時に浮上して縞模様となる。これは我々のモデルに流体力学的効果が含まれていないためである。しかし、実際の膜沸騰状態でも、泡は蒸気膜から周期的に離脱することが観測され、モデルと良く一致する。より正確に遷移過程をとらえるには、状態変数として密度をいれ、表面・界面の効果を導入する必要があるが、我々は現在のモデルでも遷移過程の一側面はとらえていると考えている。特に、核膜遷移を表す沸騰特性曲線が再現されたことは重要と思われる。その他に、このモデルは急激な温度変化に対するヒステリシスや攪拌による泡生成の低下などを示す。これらは実験で観測されている現象である。

研究会報告

参考文献

- [1] J.G.Leidenfrost. De aquae communis nonnullis qualitatibus tractatus. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 9, 1756. trans. by C.Warea (1966).
- [2] S.Nukiyama. The maximum and minimum values of the heat q transmitted from metal to boiling water under atmospheric pressure. *J. Soc. Mech. Eng. Japan*, 37:367–374, 1934. in Japanese.
- [3] K.Kaneko. *Collapse of Tori and Genesis of Chaos in Dissipative System*. World Scientific, 1983.
- [4] K.Kaneko. Simulating physics with coupled map lattices. In K.Kawasaki M.Suzuku and A.Onuki, editors, *Formation, Dynamics and Statistics of Patterns*, volume 1, pages 1–50. World Scientific, 1990.
- [5] J.P.Crutchfield and K.Kaneko. Phenomenology of spatiotemporal choas. In Hao B-L, editor, *Directions in Chaos*, pages 272–353. World Scientific, 1987.
- [6] Y.Oono and S.Puri. Study of phase-sepaeration dynamics by use of cell dynamical systems. 1. modeling. *Phys.Rev.*, 38A, 1988.
- [7] I.Shimada and T.Nagashima. A numerical approach to ergodic problems of dissipative dynamical systems. *Prog.Theor.Phys*, 61:1605, 1979.

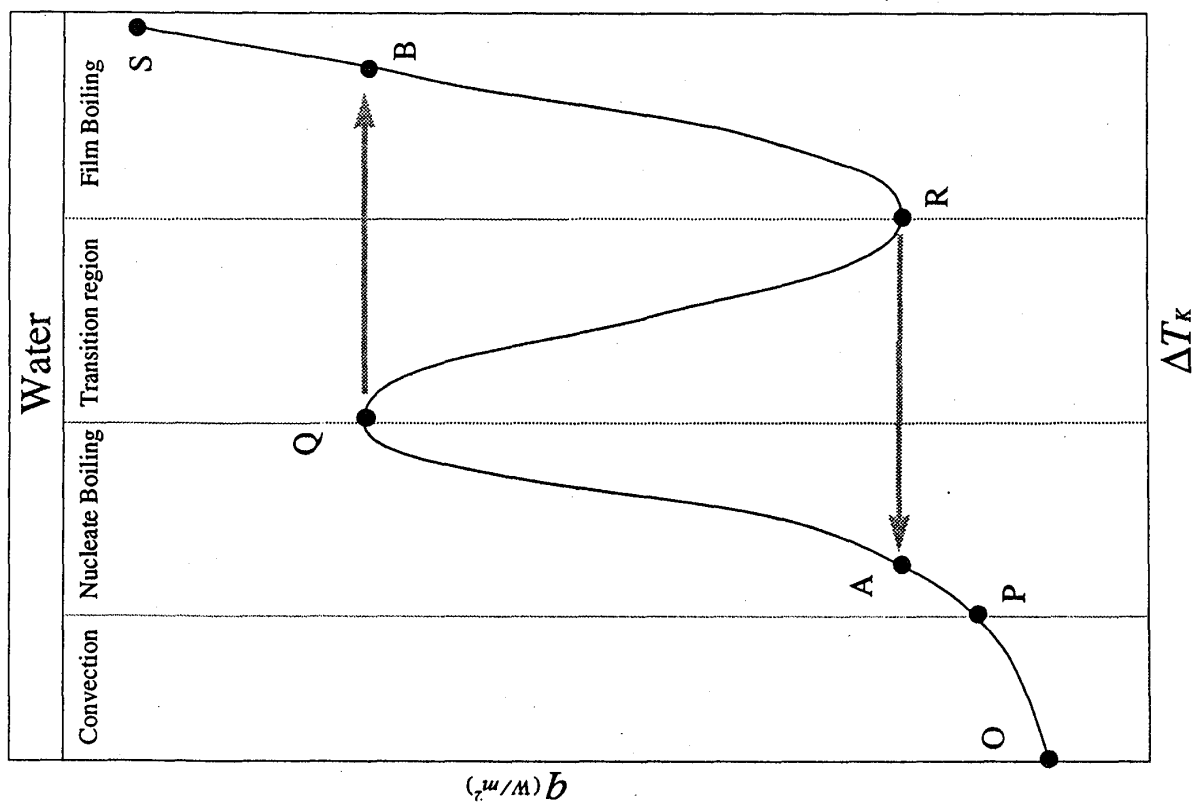


Figure 1

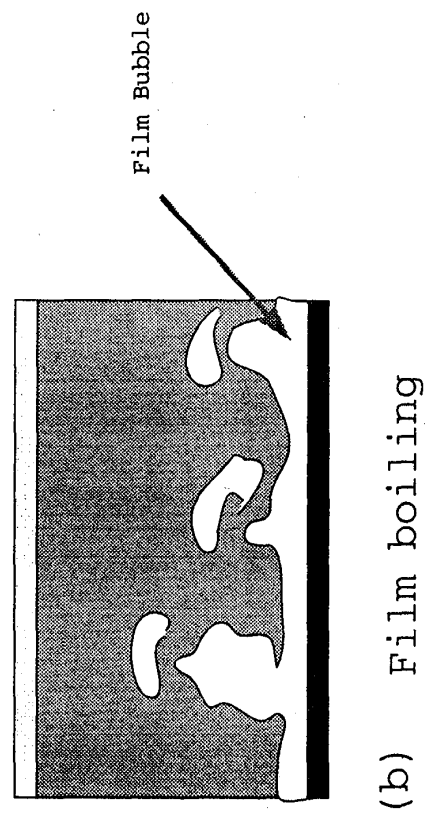
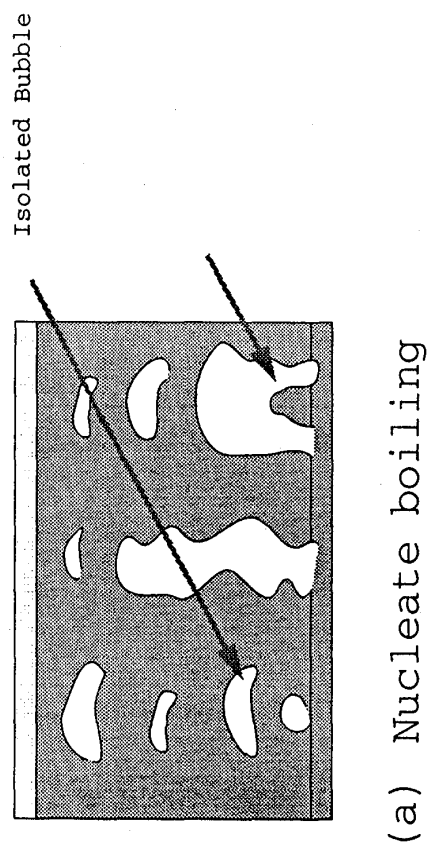


Figure 2

研究会報告

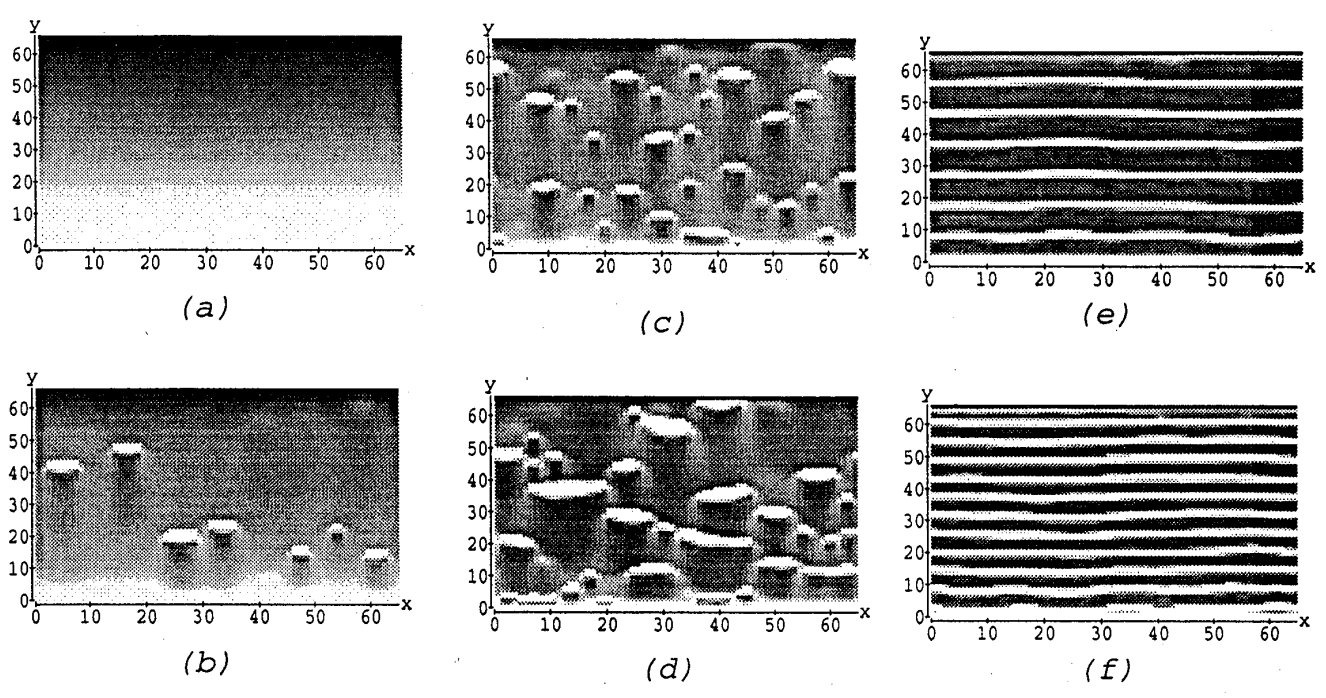


Figure 3

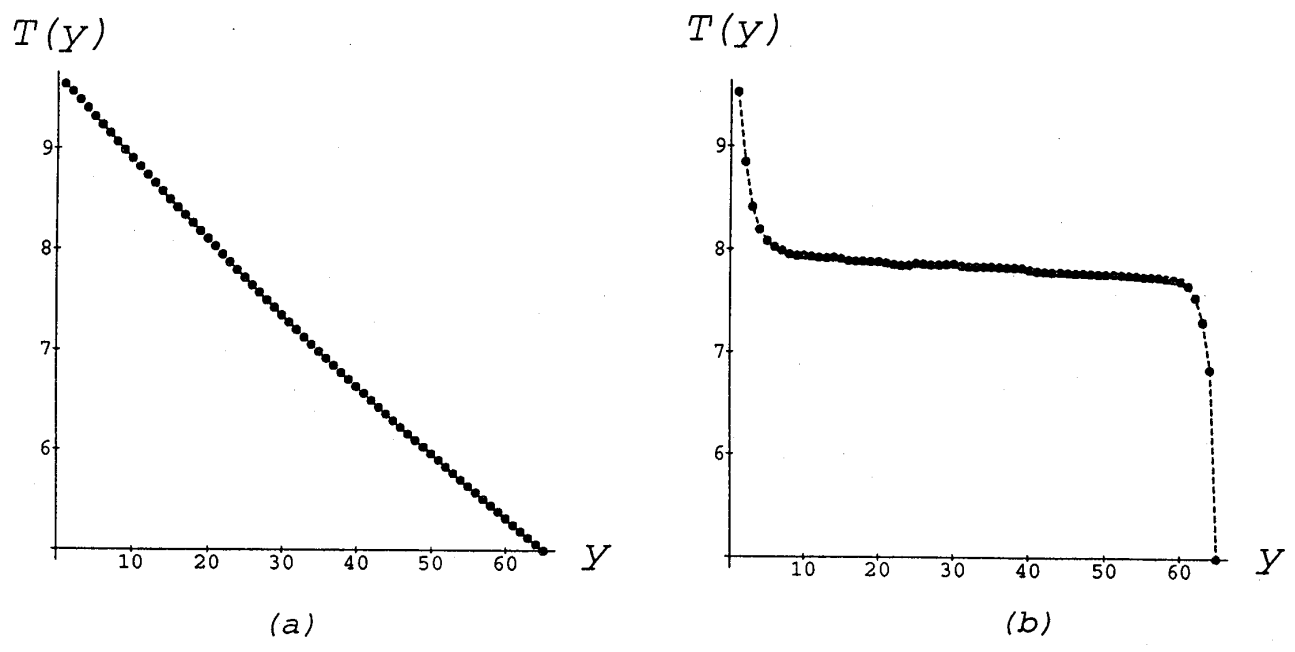


Figure 4

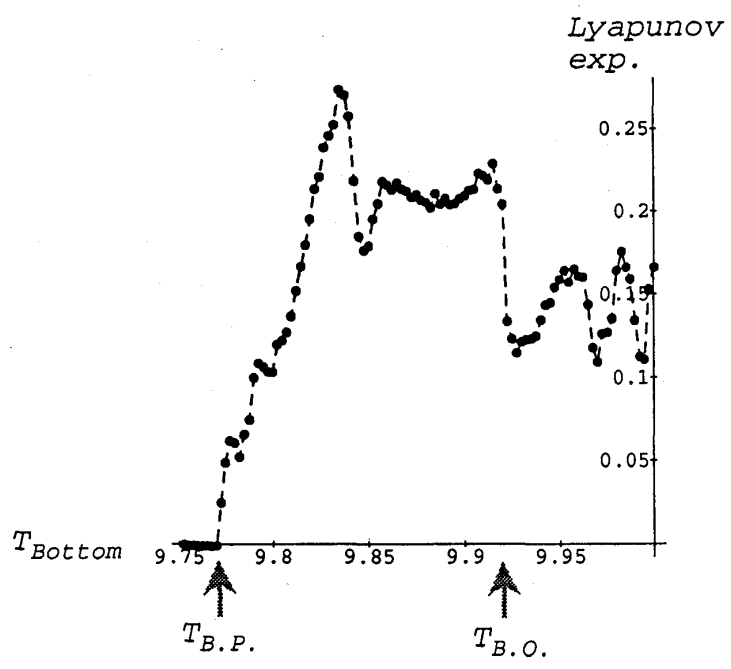


Figure 5

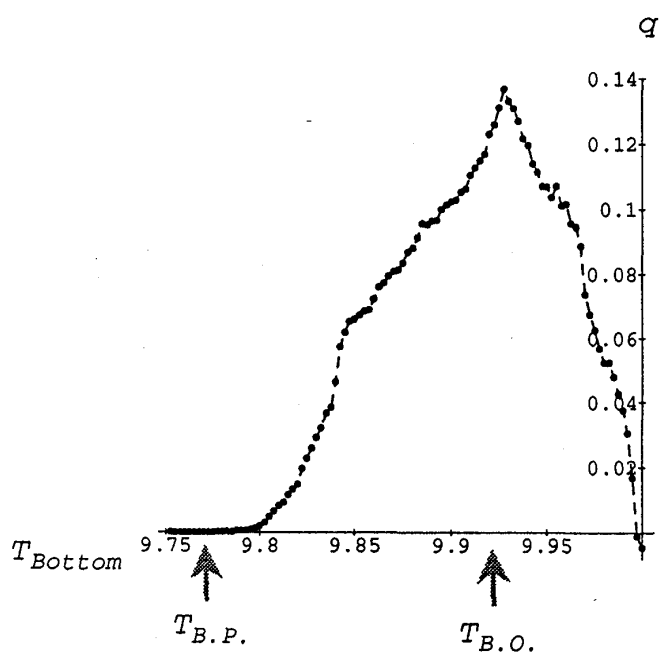


Figure 6