整数量子ホール効果の実験

―量子化ホール抵抗の崩壊―

学習院大学理学部 川路 紳治1

量子ホール効果発見以来、無散逸状態の存在がホール抵抗の量子化の必要条件とされてきた。 また、高電流による無散逸状態のブレイクダウン現象は量子ホール効果のブレイクダウンと して研究されてきた。最近発見したブレイクダウン電流以下の電流で現れる量子化ホール抵 抗の崩壊に基づいて、量子ホール効果における散逸状態と無散逸状態について、実験を説明 する模型を考察する。

1 はじめに

ホール伝導率**σ**_{xv}の古典的表現は次式で与えられる。

$$\sigma_{xy} = -eN_s/B + \sigma_{xx}/\omega_c \tau \tag{1}$$

ここで、低温度で強磁場条件が満たされてランダウ準位が形成されたとき、丁度 *i* 個(*i*:整数) のランダウ準位が満たされると、2次元電子系の単位面積あたりの電子数密度 N_s は $N_s = ieB/h$ であり、ランダウ準位間隔が大きくて電子の散乱が禁止されると散乱緩和時間 τ は∞となり、 また対角伝導率もゼロとなるので、ホール伝導率は $\sigma_{xy} = -ie^2/h$ に量子化される。 $N_s = ieB/h$ で あっても、局在状態が存在して、 $\sigma_{xx} = 0$ が成り立つならば、 $\sigma_{xy} = -ie^2/h$ となる。抵抗率に直す と、対角抵抗率で $\rho_{xx} = 0$ が成り立つとき、ホール抵抗率は $\rho_{yx} = h/ie^2 = R_H(i)$ と量子化される。

1990 年から量子ホール効果は電気抵抗の国際標準に採用されているが、量子化ホール抵抗の 高精度測定にあたっては、 $\rho_{xx} = 0$ が近似的に成り立つこと、 $\rho_{xx}^{min} = 0.05 \text{ m}\Omega \sim 0.25 \text{ m}\Omega$ 、が必 要条件とされている。[1]

この条件で測定された量子化ホール抵抗の普遍性についての最近の研究では、ホールバーの材料、素子およびホールプラトーの量子数 *i* に対する依存性は 3.5×10⁻¹⁰ のレベルでは認められない。[2] また、試料の幅に対する依存性もこれと同程度のレベルでは認められていない。[3]

けれども、これらの測定では $\rho_{xx} = 0$ は近似的にしか満たされていない。実験されるホール抵抗の量子化には、 $\rho_{xx} = 0$ は必要条件なのであろうか?

2 無散逸状態の破壊(breakdown)

量子化ホール抵抗の測定精度を向上させるためには、試料に流す電流を大きくして、ホール電 圧を大きくするのがよい。高電流効果に関する極めて印象深い実験結果は、1983 年、Cage ら [4]によって、"breakdown of dissipationless current flow"として報告された。第1図に示すよ うに、測定は全長 4.6 mm, 巾 0.38 mm の GaAs/AlGaAs ヘテロ接合ホール・バーで行わ

¹E-mail:shinji.kawaji@gakushuin.ac.jp

研究会報告



れた。対角抵抗を示す電圧端子2と4の間の電圧 V_x が電流 I=340 µA で急激な上昇を示すのに つれて、ホール抵抗 R_H の量子化値からの差 ΔR_H が現れる。電流が 430 µA に増加して、対角 抵抗が飽和値に近付いても、ホール抵抗値の変化の割合 $\Delta R_H/R_H$ は-1 ppm であり、ホール抵抗の量子化が極めて安定である様子を示している。

無散逸状態のブレイクダウンは量子ホール効果のブレイクダウンとよばれて、量子ホール効果に関連する研究の中に定着した。[5] けれども、ブレイクダウンと関係付けた高電流でホール抵抗の量子化からの差が現れる現象の研究については、Cage ら以後、報告例がない。

われわれは、電流電極におけるエネルギー散逸の影響を受けない、2次元電子系固有の性質 としての量子ホール効果のブレイクダウンを、"固有ブレイクダウン(intrinsic breakdown)" と呼び、固有ブレイクダウンを測定することができるホール・バーを製作することから実験を 開始した。そして、バタフライ型(butterfly-type)ホール・バーを開発し、これが固有ブレイク ダウンの測定を可能にすることを確かめた。[6~9] このホール・バーを用いて、次に述べるホ ール抵抗に対する高電流効果の実験を行った。

3 量子化ホール抵抗の崩壊(collapse)[10]

最初の測定に使用した試料は、同じウエハー $(N_s=5.3x10^{15} \text{ m}^2, \mu=20 \text{ m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1})$ から作った測 定部の幅 w が 35 μ m および 15 μ m の標準的なバタフライ型ホール・バー (SBH と略記) 2 個 である。これらに対して標準ホール抵抗となる試料として、電流電極幅 W = 7 mm, 電極間距離 L=6 mm, 測定部長 l=3 mm, その幅 w=1 mm の巨大バタフライ型ホール・バー (GBH と略 記) を $N_s = 2.6x10^{15}$ m⁻², $\mu=100$ m²V⁻¹s⁻¹ をもつウエハーから製作して使用した。試料形状の比 較を第 2 図に示す。

試料 SHB の R_H (4)と試料 GBH の R_H (2)/2 の値の比較測定を、それぞれの試料のホール電



圧を、 $(V_{\rm H1}-V_{\rm H2})_{\rm SBH} = (V_{\rm H1}-V_{\rm H2})_{\rm GBH}$ のように、等しく保つようにしながら各試料の電流を低温電 流比較ブリッジ法[11,12]で比較測定することによって行う。このとき、試料 GBH の $R_{\rm H}(2)/2$ は電流で変化しないから、試料 SBH の $R_{\rm H}$ (4)の電流による変化が測定できる。第 3 図は、試 料 LC5(w=35 μ m)および試料 LC7(w=15 μ m)のホール抵抗の量子化値からの変化分 $\Delta R_{\rm H}/R_{\rm H}$ と 対角抵抗率 $\rho_{\rm xx}$ をソース・ドレイン間の電流 $I_{\rm SD}$ を横軸にとって示す。第 4 図は、ホール抵抗の 変化分 $\Delta R_{\rm H}/R_{\rm H}$ と対角抵抗率 $\rho_{\rm xx}$ の対数をホール電場を横軸にとって示してある。

量子化ホール抵抗はホール電場が臨界値に達すると急峻な減少(量子化ホール抵抗の崩壊)



研究会報告

を示すのに対して、対角抵抗率は滑らかに変化し、量子化ホール抵抗が崩壊するホール電場臨 界値の 20% 以上大きい電場で対角抵抗率は急上昇(量子ホール効果のブレイクダウン)する。

第5図の実験結果は、量子化ホール抵抗の崩壊とその臨界電流(臨界ホール電場)付近の対 角抵抗率の変化は測定に使用する電圧プローブの位置によらないことを示す。[13] これらのほ かに、対角抵抗率の温度依存性は大きいが、量子化ホール抵抗が崩壊する臨界電流値の温度依 存性は小さいことが判っている。

4 2次元電子系ホールバーで測定される量子ホール効果の性質

上記の実験結果から、ホール・バーで観測される量子ホール効果の性質は次のように要約でき る。(1)量子ホール効果のブレイクダウン、即ち電流によるエネルギー散逸の急激な増加、 はホール抵抗の量子化現象と直接には関係しない。それは、量子ホール効果状態にはない2次 元電子系の現象である。(2)2次元電子系のホール抵抗の量子化値からの誤差は2次元電子 系の散逸と直接に関係はない。(3)ホール抵抗の量子化は、2次元電子系全体が無散逸状態 でなくても現れる。

5 ホール抵抗の量子化状態の模型[13]

これまでに導かれた量子ホール効果の理論は、すべて、 $\sigma_{xx} = 0$ を必要条件としている。われわ れの実験結果を説明するためには、系の電気的性質が均一であるとする考えを捨てればよい。 事実、対角抵抗を測定しているのは、ホールバーに流れる電流に沿って距離を置いて2次元電 子系に接続されている金属電極プローブである。また、ホール抵抗を測定するのは電流に直交 する方向に2次元電子系を挟んで接続されている幅をもつ金属電極プローブである。したがっ て、一対のホール電極の間には $\sigma_{xx} = 0$ の状態が連続している領域があり、対角抵抗が測定され る領域には $\sigma_{xx} \neq 0$ の電子系が $\sigma_{xx} = 0$ の電子系を断ち切るように分布していると考えてもよい。 即ち、第6図に図示する不均一な2次元電子系を考えればよい。この分布の異方性はホール電 場の異方性を反映しているとするならば、不均一が生まれる原因を別にすれば、この不均一分 布は不自然ではない。

第6図に示す、電流方向(x 方向)に"量子ホール系 Q"と"散逸系 D"が交代する超格子構造(非周期構造でよい)で観測されるホール抵抗と対角抵抗について考える。試料内に散逸系



第6図

-196 -

「量子ホール効果及び関連する物理」

が発生するのはホール電場に起因するとして、ホールプローブ内の金属電極に近い部分には、 電流が流れないから、散逸系の発生はないので、ホールプローブ内の散逸系の広がりもホール バー内と同じで試料幅 w に等しいと単純化する。量子ホール系のホール抵抗率と対角抵抗率を、 それぞれ、 $\rho_{yx} = R_{HQ} = R_{H}(i), \rho_{xx} = \rho_{Q} \Rightarrow 0$ とし、散逸系のホール抵抗率と対角抵抗率を、それ ぞれ、 $\rho_{yx} = R_{HD} \Rightarrow R_{H}(i), \rho_{xx} = \rho_{D} >> \rho_{Q}$ とする。

ホール電極の幅 p 内の i 番目の量子ホール系 Q_i は、その幅を p_{Qi} とすると、y 方向に直列内 部抵抗 $r_{Qi} = \rho_Q w/p_{Qi}$ をもち、x 方向の電流 I によって定電圧 $V_{Qi} = R_{HQ} I$ を発生する定電圧 電源で置き換えることができる。同様に、ホール電極の幅 p 内の j 番目の散逸系 D_j は、その 幅を p_{Dj} として、直列内部抵抗 $r_{Dj} = \rho_D w/p_{Dj}$ をもち定電圧 $V_{Dj} = R_{HD} I$ を発生する定電圧 電源で置き換えることができる。定電圧電源を、定電流電源と並列内部抵抗をもつ電流源に置 き換えて、それらを並列に接続するときに得られる定電流電源と並列内部抵抗がホールプロー ブで測定するホール電圧 $V_{H}=R_{H}I$ を発生すると考えると、ホール抵抗は、量子ホール系の幅の 和を $p_Q=\Sigma p_{Qi}$ とし、散逸系の幅の和を $p_D=\Sigma p_{Di}$ として

 $R_{\rm H} = (R_{\rm HQ}\rho_{\rm D}p_{\rm Q} + R_{\rm HD}\rho_{\rm Q}p_{\rm D})/(\rho_{\rm D}p_{\rm Q} + \rho_{\rm Q}p_{\rm D})$

(2)

と表される。この式で、 $\rho_0=0$ ならば、 ρ_D は有限であるから、ホール抵抗は量子化値

 $R_{\rm H} = R_{\rm HQ} = R_{\rm H} \left(i \right) \tag{3}$

に等しい。

ホール電場の増加とともに、 p_D は増加し、 p_Q は減少する。けれども、 $p_Q \neq 0$ である限り、ホール抵抗は量子化値のまま変わらない。量子ホール系が消失して p_Q が0になると、(2)式のホール抵抗は $R_H(i)$ から R_{HD} に変化する。これが量子化ホール抵抗の崩壊である。

電圧プローブ間距離 ℓ で測定される対角抵抗 R_{xx} は、この中の量子ホール系の長さの和を ℓ_Q とし、散逸系の長さの和を ℓ_D とすると

 $R_{xx} = (\rho_Q \ell_Q + \rho_D \ell_D)/w$

(4)

となる。 $\rho_q=0$ であっても ρ_D は有限であるから、対角抵抗は

 $R_{\rm xx} = \rho_{\rm D} \ell_{\rm D} / w$

(5)

となる。したがって、ホール抵抗は(3)で与えられるように量子化値をとっていても、対角抵 抗は常に有限の値をもつ。

ホール電場が増加して量子化ホール抵抗は崩壊しても、対角抵抗は(5)式で与えられる散逸 系の対角抵抗である。さらにホール電場が増加すると、散逸系の対角抵抗が急激に増加するこ とになる。これが、いわゆる量子ホール効果のブレイクダウンである。したがって、この現象 研究会報告

はホール抵抗の量子化とは直接の関係をもたないことが判る。

6 むすび

散逸があってもホール抵抗は量子化される、量子化ホール抵抗の崩壊といわゆる量子ホール効 果のブレイクダウン(無散逸状態のブレイクダウン)との関係など、ホールバー試料で観測さ れる量子ホール効果についての定性的な説明は、第6図に示した"量子ホール系 Q"と"散逸 系 D"が交代する1次元超格子構造模型(非周期構造でよい)によって与えられた。 われわれ は、この模型を確かめるための実験を行いつつある。この模型以外に実験結果を説明する模型 がないならば、なぜこのような不均一な電子状態の分布が発生するのか、を解決することが残 された課題であろう。

参考文献

- [1] F. Delahaye: Metrologia 26 (1989 63.
- [2] B. Jeckelman, W. Fasel and B. Jeanneret: IEEE Trans. Instrum & Meas. 44 (1995) 269.
- [3] B. Jeanneret, B. Jeckelman, H.-J. Buhlman, R. Houdre and M. Ilegems: ibid 254.
- [4] M. E. Cage, R. F. Dziuba, B. F. Field, E. R. Williams, S. M. Girvin, A. C. Gossard, D. C, Tsui and R. J. Wagner: Phys. Rev. Lett. 51 (1983) 1374.
- [5] G. Nachtwei: Physica E, in press.
- [6] S. Kawaji, K. Hirakawa and M. Nagata: Physica B 184 (1993) 17.
- [7] S. Kawaji, K. Hirakawa and M. Nagata, T. Okamoto, T. Goto and T. Fukase: J. Phys. Soc. Jpn 63 (1994) 2303.
- [8] T. Okuno, S. Kawaji, T. Ohrui, T. Okamoto, Y. Kurata and J. Sakai: ibid 64 (1995) 1881.
- [9] S. Kawaji: Semicond. Sci. Technol. 11 (1996) 1545.
- [10] S. Kawaji, J. Suzuki, T. Shimada, H. Iizuka, T. Kuga and T. Okamoto: J. Phys. Soc. Jpn. 67 (1998) 1110.
- [11]J. Kinoshita. K. Inagaki, C. Yamanouchi, K. Yoshihiro, S. Kawaji, N. Nagashima, N. Kikuchi and J. Wakabayashi: IEEE Trans. Instrum & Meas. 38 (1989) 290.
- [12] N. Nagashima, M. Date, J. Wakabayashi, S. Kawaji, K. Yoshihiro, J. Kinoshita, K. Inagaki and C. Yamanouchi: ibid. 43 (1994) 521.
- [13] S. Kawaji, H. Iizuka, T. Kuga and T. Okamoto: Physica B 256-258 (1998) 56.