

《展望・解説》

ジョセフソン回路におけるシミュレーション

八 木 昭 彦*

ABSTRACT This paper reviews methods of simulating the circuit containing Josephson junctions, emphasizing analog methods. Simulation plays an important role in this field due to the inherent nonlinearity of Josephson junction and the limited information obtained from experiments. Some of fundamental characteristics of Josephson junction are described through the results of various analog methods such as mechanical analog, electrical circuit analog and analog computation.

1. はじめに

ジョセフソン接合はこれまでの半導体を中心とした能動回路素子とは全く異なる原理に基づいており、これまでの素子で実現できない機能があり近年多くの研究が行なわれている。ジョセフソン素子を用いた微弱磁界用磁気センサーや電圧標準システムは既に実用の段階に入りつつある。

現在の半導体素子の性能を越えた、将来のデジタル計算機用デバイスとしてジョセフソン接合が注目され、内外ともに研究がさかんに行なわれている。ジョセフソン素子は極低温下で動作し、半導体に比べて高速かつ消費電力が大幅に少ないことから、高集積化回路を超高密度に実装でき将来の超高速計算機への期待ももたれている。

電子計算機を志向した研究はまだ歴史が浅く、現在のところ基本回路の段階であり、プログラム内蔵の計算機の形態はまだ出現していない。

現在到達しているジョセフソン回路の性能のいくつかをあげると、スイッチング速度は $6 \sim 7 \text{ ps}^{1),2)}$ が実測されている。論理回路としては8ビットのリプルキャリーフルアダーの動作が確認され、キャリー伝播時間 400 ps 、消費電力 $213 \mu\text{W}$ が測定された³⁾。メモリに関してはこれまで種々の方式が提案されているが、 1 k RAM でデコーダ、タイミング回路等の周辺回路も含めてアクセス時間が 3.3 ns が測定されている⁴⁾。

ジョセフソン回路の構成法もまだ固まってはおらず

回路設計にシミュレーションが不可欠である。

以下にジョセフソン接合が如何なる素子でどのように動作するかを、アナログシミュレーションを中心に述べる。直観に訊えるアナログの方法によって回路方程式、接合部分のモデル化、ジョセフソン接合の動作や特性の順に説明していく。最後に述べるデジタルシミュレーションではこれらをデジタル計算機による回路解析プログラムで実行することになる。

2. ジョセフソン接合のモデルと基本回路

ジョセフソン接合は極低温下の超伝導体の性質に基づく素子である^{注2-1)}。

2個の超伝導体を弱く結合させたのがジョセフソン接合である。種々のタイプがあるが、図1にいくつかの例を模式的に示す。(a)はトンネル型接合で、ごく薄い絶縁膜(数 $10 \text{ \AA}$)を超伝導体ではさんだ構造である。(b)は超伝導体を μm オーダの橋渡しをした構造でブリッジ型接合と言われる。

(a)のトンネル型ジョセフソン接合はスイッチング素子に多く使われ、その大きさは数 μm 角程度である。以下にこのトンネル型接合の特性について説明する。

注 2-1) ある種の金属を転移温度以下の温度にすると電気抵抗が0の超伝導状態になる(鉛の場合約 7°K)。超伝導状態の金属に流れる電流のキャリヤは半導体のように自由電子ではなく、電子の相互作用に基づく電子対である点がきわだった相異点である。

超伝導体に磁場が加わると超伝導体内部には磁場が入らない、すなわち磁場をしゃへいするような電流が表面に流れる(マイスナー効果)。また超伝導体の閉回路にループ電流をつくったとすると、それは永久的に流れ続ける。

Simulation in Josephson Junction Circuits. by Akihi. ko Yagi (Electrotechnical Laboratory).

*電子技術総合研究所

ジョセフソン接合は図2(a)のように*印で表わされる場合が多い。その等価回路(集中定数モデル)注2-2)は同図(b)のようになる。 C は絶縁膜の厚さ、誘電率、接合部分の面積で定まる容量である。 R は接合間の抵抗であり、これは後述する。

ジョセフソン接合の本質は以下の関係を有するジョセフソン電流 i_s を供給する機能にある。接合端子の電圧を V 、絶縁膜をはさんだ両超伝導体の波動関数の位相の差を ϕ とすると、 V と ϕ の関係は

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{2e}{\hbar} V \quad (1)$$

となる注2-3)。接合端子に流すジョセフソン電流 i_s は

$$i_s = J_0 \sin \phi \quad (2)$$

で与えられる。ここで $\hbar = h/2\pi$ で h はプランクの定数で $6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ 、 e は電子電荷で $1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ である。 J_0 は臨界電流で接合の物理的性質、温度、接合面積で定まる。

図2(b)における R を流れる電流は図(c)のような非線形特性となる注2-4)。この特性で一定電圧はギャップ電圧と呼ばれ、トンネル型接合に特有なものである。鉛の場合この電圧は約 2 mV である。

通常の接合の臨界電流は $0.1 \text{ mA} \sim \text{数 mA}$ 、 C の値は $0.4 \sim \text{数 } 10 \text{ pF}$ である。ジョセフソン接合の働きは(1)、(2)式で記述されるが、電気回路としてみると、端子電圧 V の積分に比例した量の $\sin$ の電流を供給する電流源に他ならない。 V の積分に比例する ϕ がジョセフソン接合回路では重要な意味をもってくる。

ジョセフソン接合に直流電流 I を印加した場合(図3(a))、回路方程式は次のようになる。

$$I = C \frac{dv}{dt} + \frac{V}{R} + J_0 \sin \phi \quad (3)$$

(1)式によりこれは ϕ の非線形微分方程式となる。

$$I = C \frac{\hbar}{2e} \frac{d^2\phi}{dt^2} + \frac{1}{R} \frac{\hbar}{2e} \frac{d\phi}{dt} + J_0 \sin \phi \quad (4)$$

線形な R に対して時間、振幅とも正規化すると次のように表わせる。

$$\frac{I}{J_0} = \beta \ddot{\phi} + \dot{\phi} + \sin \phi \quad (5)$$

ここで ϕ は正規化時間 $\tau (= \omega_m t)$ での微分を表わす [$\dot{\phi} = V/J_0 R$, $\omega_m = (2e/\hbar) R J_0$]。パラメータ β は次のようになる。

注 2-2) これは集中定数モデルと言われる。接合内では空間依存性があるが、一様な分布の場合このモデルが適用できる。大まかには比較的面積の小さい接合がこれにあたる。

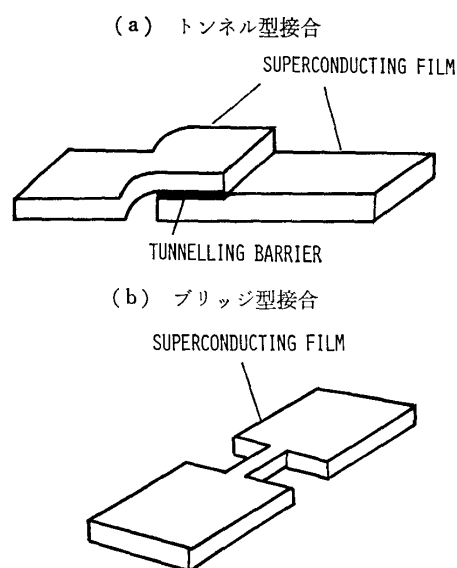


図 1 ジョセフソン接合の例

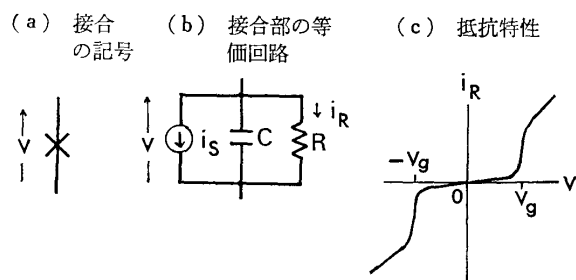


図 2 ジョセフソン接合の等価回路

(a) 直流電流印加した接合 (b) 電流—平均電圧特性

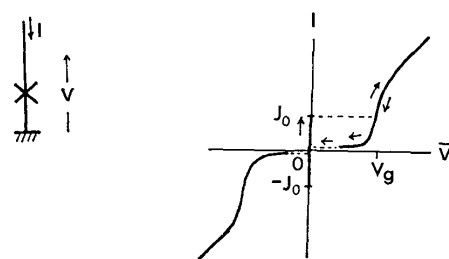


図 3 ジョセフソン接合の電流電圧特性

注 2-3) ϕ についてやや説明すると、超伝導体を流れる電流のキャリアは電子対であり、それを記述する波動関数の位相がマクロに揃っている。ジョセフソン接合では2個の超伝導体の波動関数の位相の差が接合に流す電流の大きさを決めている。波動関数の位相がマクロに揃うことは半導体のような常温の素子ではあり得ぬ事であり、超伝導素子ジョセフソン接合のきわだった相違点である。

注 2-4) このコンダクタンスは通常の電子(準粒子)の伝導による。ジョセフソン電流をつくる電子対と通常の電子とは絶えず生成、消滅を繰返している。このため、電圧一定の領域をもつ非線形特性となる。

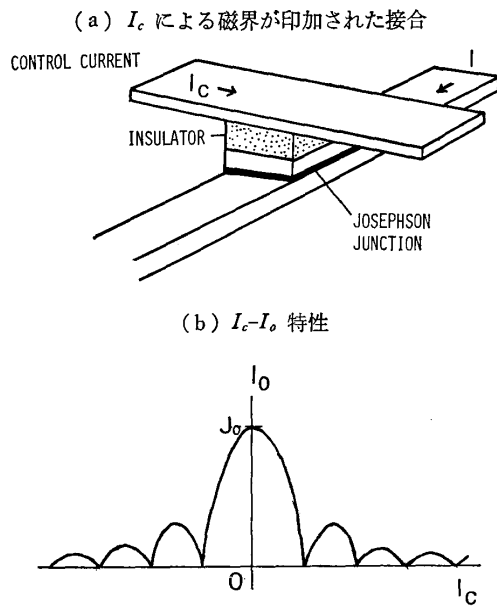


図 4 接合の磁場依存性

$$\beta = (2e/\hbar)J_0CR^2 \quad (6)$$

ジョセフソン接合の電流—電圧特性（印加した電流に対する発生する直流電圧）は図 3 (b) のようになる。 J_0 以下の電流では定常電圧が発生しない零電圧状態、それを越えると定常電圧が発生する電圧状態になる。一度電圧状態になると、 J_0 以下でも電圧状態を保つヒステリシス特性を示す。これについては後で詳しく述べる。

ジョセフソン接合は磁場によってその特性が変わる。図 4 (a) のように接合上の絶縁された線に電流 I_c を流すと、最大ジョセフソン電流（超伝導状態を保つ最大の印加直流電流）が図 (b) のように変化する。 I_c によって臨界電流 J_0 が見かけ上制御できる 3 端子素子の機能が生ずる。

このように磁界との干渉効果を積極的に利用した回路に SQUID (Super conductive Quantum Interference Device, 超伝導量子干渉計) がある。図 5 にその例を示すように、ジョセフソン接合と超伝導インダクタ（直流抵抗が完全に 0 の L ）より成るループである。図 (a) の回路について L を流れる電流を i_L 、接合の位相 ϕ 、 L に結合する外部電流 I_c とすると、

$$i_L L = \frac{\Phi_0}{2\pi} \phi + L I_c \quad (7)$$

の関係がある注 2-5)。ここで Φ_0 は磁束量子で

注 2-5) 簡単のため結合係数は 1 としてある。(7) 式は接合の位相 ϕ と磁場（磁束）の関係を与える物理式から導かれる。

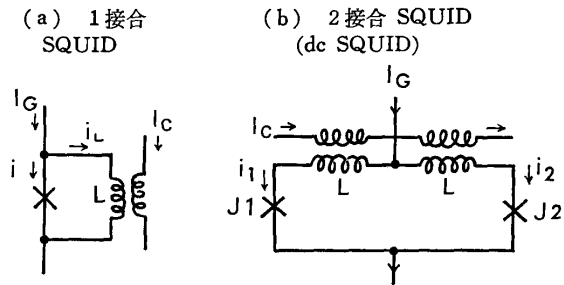


図 5 SQUID の例

$$\Phi_0 = h/2e = 2.07 \times 10^{-15} \text{ [wb]}$$

である。この両辺を微分すると、(1) 式の関係があるので、電磁誘導の関係式になる。(7) 式は静的な結合が可能な、 I_c と i_L との結合関係を表わしている。

図 (a) では $I_g = i_1 + i_L$ であり、 i_1 は (3) 式の I に相当するので、この場合の回路方程式は結局は ϕ に関する 2 階の非線形微分方程式となる。

図 (b) にはジョセフソン接合 2 個を含む SQUID (dc SQUID) の等価回路を示す。ループ電流と位相の関係は次のようになる。

$$L(i_2 - i_1) = \frac{\Phi_0}{2\pi}(\phi_1 - \phi_2) + 2L I_c \quad (8)$$

3. ジョセフソン接合回路におけるシミュレーション

一般にその特性が未知なあるいは十分に理解されていない対象の解明にはシミュレーションが不可欠であることは論をまたない。

ジョセフソン接合の場合とくにシミュレーションが重要である理由は 2 つあると思われる。

その 1 つは回路方程式中に含まれる $\sin \phi$ という非線形項のため、特殊な場合を除いては解析解が得られないことである。空間的な ϕ の周期性という高度な非線形特性のため近似解法も有効でない場合が多く、シミュレーションに頼らざるを得ない。

他は実験で直接に得られる情報が接合の平均電圧に限られるということである。接合の位相 ϕ は直接測定は不可能であるが、接合電圧の時間波形も現在のところ直接測定は困難である。ジョセフソン回路が動作する液体ヘリウム中という環境の問題よりも、発生する電圧が小さく、その周波数が現状の直接測定の技術を越えているからである。直流電圧 $10 \mu\text{V}$ が印加されている接合で発生する交流電圧もこの程度と仮定すると、その周波数は 4.8 GHz になる。

ジョセフソン効果の発見以来 20 年程経ているが、ジョセフソン回路の応用に関しては十分な技術的な蓄積

がない現状である。従来の真空管や半導体のような増幅機能とは全く異なった特性の電流動作のスイッチ素子であるので、これまでの経験が直接に役立たない。

実際にいくつかのジョセフソン接合を組み合わせた回路においては、単1の接合の動作からの類推が困難な現象がおこる。ジョセフソン接合に存在する本来的な非線形性のためである。

ジョセフソン回路を設計する場合、シミュレーションで基本回路の動作並びに、それらを相互接続した時の問題等を検討し、実現できる最適のデバイスを設計する。

このように検証的な役割の他にも、シミュレーションに発見的な役割も期待できる。

以下にシミュレーションの方法としてアナログ的方法、デジタル計算機による方法について述べる。後者の方が多く用いられているが、前者の説明の過程でジョセフソン接合の基本動作を考えることにする。

4. ジョセフソン回路のアナログシミュレーション

アナログシミュレーションは対象との対応がつきやすく、物理的洞察が容易に得られること、並列演算のため高速であり人間との対話性がよいのが利点である。ジョセフソン接合回路の発展の段階ではこのような直観に訊える方法は非常に有用であった。

現在においても多数回のシミュレーションを重ね、基本回路の特性を十分に把握する必要性は存在する。

ここではいくつかの方法を紹介し、ジョセフソン接合の動作のあらましとその特殊性を説明する。

4.1 機械系シミュレーション

これは機械で作られたジョセフソン接合専用のシミュレータである。機械系シミュレータの特長は現象そのものが直接見えることである。

図6に機械系シミュレータの一例¹¹⁾を示す。アルミ円板と共軸の回転振子、アルミ円板に近接して回転する永久磁石と制動力を与える電磁石より成る。DCモータで永久磁石を回転させアルミ円板に渦電流によるトルク T を発生させる。振子の長さを l 、おもりの質量を m 、振子と垂直軸のなす角を ϕ とすると、振子のトルクは $mgl\sin\phi$ となり(2)式の形が実現する。振子の回転角速度 $\omega(=d\phi/dt)$ に比例した逆向きトルクが電磁石により実現できる。 k を比例定数とすると線形抵抗が実現できる。アルミ円板の慣性モーメントを I とすると逆向きのトルク $I d\omega/dt$ が発生する。従ってトルクに関して次の方程式が成り立つ。

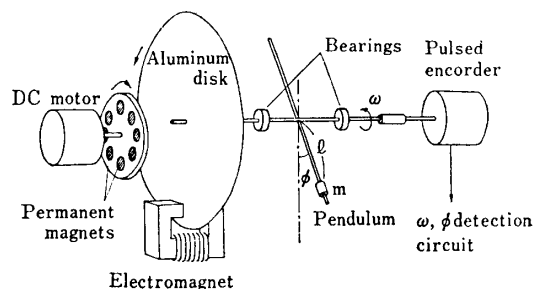


図6 機械系シミュレータの1例

$$T = I \frac{d\omega}{dt} + k\omega + mgl\sin\phi \quad (9)$$

これは(3)式と同形で、電流→トルク T 、電圧→回転角速度 ω と対応している。

ϕ 、 ω を電気信号にするのが ω 、 ϕ 検出回路である(注4-1)。

この機械系を動作させ、その運動を観察してみる。 T を印加すると振子はやや傾いて静止する($T < mgl\sin\phi$)、 T を増すと ϕ が 90° に近づく。 ϕ が 90° を越える T が加わると、 ϕ は増え続け、頂上を過ぎると重力によるトルクが回転方向と同符号になり振子は回転を始める。

T をさらに増すとそれに応じて ω も大きくなるが、 T を mgl まで減少しても回転は停止しない。アルミ円板の慣性率のため、回転を停止させるには T をさらに減少させる必要がある。

図7(a)は定常振動の1例である。 ϕ は 2π 毎に0戻されている。 $\bar{\omega}$ は ω の時間平均である。図(b)は電流-電圧特性の1例である。 $\circ$ 印は $\bar{\omega}$ を、横棒は ω の変動幅を示す(注4-2)。

このシミュレータの動作観察から次のことが分かる。臨界電流 J_0 以下では零電圧状態、それ以上では電圧状態となる。電圧状態では直流に交流が重畳しており、印加電流が増すにつれ直流電圧の値と交流の周波数は増すが、交流の振幅は減少する。電流-電圧特性はヒステリシス特性を示し、(6)式の β が大きい程ヒステリシス幅も大きい。

このような機械系シミュレータをいくつか結合させ

注4-1) アルミ円板、振子の軸に取り付けられた低トルクのパルスエンコーダによって ϕ が刻々計測される。この微分である ω はアナログ的な演算で得られるので瞬時の ω も検出できる。この装置によって機械系の運動が定量化されパラメータの評価も可能となった

注4-2) B_i は機械系の正規化方程式のパラメータで(6)式の β 相当する。 $\omega_i = mgl/k$, $B_i = I\omega_i/k = mglI/k$ である。 $\bar{\omega}$ は ω の周期を測定することにより求める。

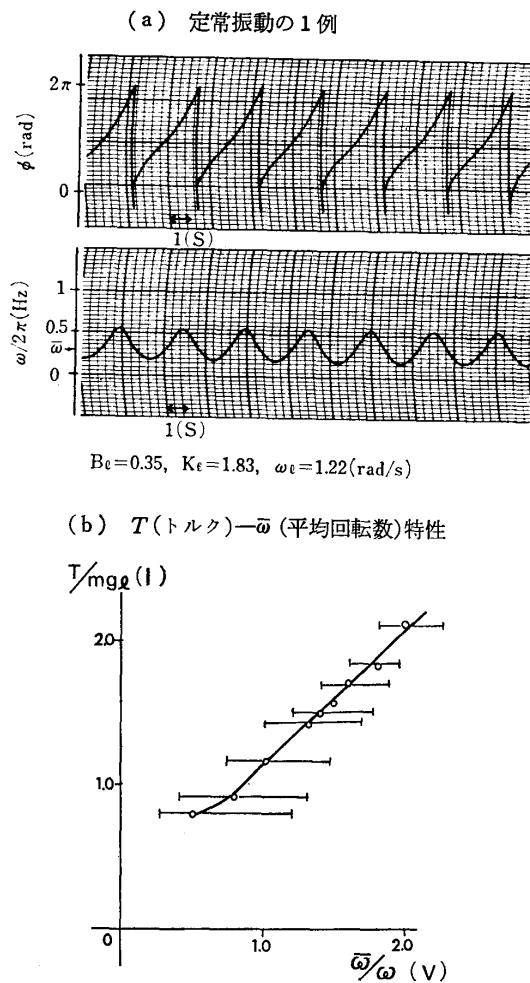


図7 機械系シミュレータによるシミュレーション結果

分布ジョセフソン回路のシミュレーションを行なった例がある¹²⁾。

このような機械系シミュレータは現象を見るのに適しているが、パラメータの範囲が大きくとれず、パラメータの変更に手間が要る、精度が悪い等の問題がある。

4.2 電子回路シミュレータ

機械系シミュレータにおける問題は電子回路シミュレータで解決できる。このシミュレータとして種々の方法が提案されているが、ジョセフソン接合の等価回路に忠実な方法¹³⁾をここでは紹介する。

図8にその構成を示す。点線の右側の部分はジョセフソン電流 i_s を供給する部分である。 C にはコンデンサ、線形の R には抵抗器を用いる。

接合端子電圧 V を積分し、関数発生器でアナログ的に $\sin \phi$ を演算する。 $\sin \phi$ に J_0 に対応した係数をつけられ、電圧—電流変換器で電流出力となり接合端子

へ供給される。

アナログシミュレーションで問題なのは ϕ の処理である。機械系シミュレータでは ϕ を記録するのに 2π を越えたら0に引き戻した。この場合もこれと同じように ϕ が $\pm 2\pi$ に達すると0にリセットされる(図8(b))^{注4-3)}。 ϕ が直接に観測できるのが利点である。

このシミュレータは図2(b)の等価回路と全く同じであり、実際の回路でのpsオーダの現象を電子回路で実現しやすい時間に変換する。図8(a)の回路方程式は(3)式と全く同じである。(1)式の関係は

$$v = ad\phi/dt \quad (10)$$

となる。但し $a = (E/2\pi)C_I R_I$ で E は 2π に対応する電圧である(図8(b))。

パラメータ、電圧、時間のスケリングはこのシミュレータの入出力容量、抵抗が無視できるように選ぶ。 C については $10^6(1\text{pF} \rightarrow 1\mu\text{F})$ 、 R については $10^3(1\Omega \rightarrow 1\text{k}\Omega)$ 、電圧スケール $10^3(1\text{mV} \rightarrow 1\text{V})$ 、電流スケールは1、時間スケール $10^0(1\text{ps} \rightarrow 1\text{ms})$ とする。

図9(a)は印加電流の周波数を100MHzとした時の電流—電圧特性である。非線形コンダクタンスは折線近似関数発生器と電圧—電流変換器で実現した。周波数を1GHzとすると図(c)のような特性となる。

これは電圧状態から0電圧状態へ戻る応答速度に対して印加電流のスweepが早すぎるために生ずる。数学的には把握しにくいこの現象をシミュレータで観察することができる。尚図(a)では C が大きいため電圧状態から0電圧状態への戻りの様子がよくみえない。図(b)では C を小さくし、ヒステリシスを小さくして、この戻りの様子がみえるようにした。

SQUID(図5)をシミュレートするにはコモンから浮いた L が必要である。上記のパラメータスケールに従うと L のスケールは $10^{12}(1\text{pH} \rightarrow 1\text{H})$ となり、通常のSQUIDでは L の値は数pHなのでシミュレータでは能動回路で実現することになる。

図10にその方法を示す。(8)式の関係よりこの部分の等価回路は図10(b)となる。図(c)のように端子A、B間の電圧を積分すると $(\phi_1 - \phi_2)$ に比例した電圧になり、これに I_c に対応する電圧を加え各々極性の異なる電流に変換しA、B端子へつなぐ。この L に流れる電流は i_L 端子でモニタできる。

注4-3) シミュレートされる現象に比べて十分に短い時間でのリセットを行なう必要がある。この例では、 $C_I = 0.01\mu\text{F}$ 、 $R_I = 50\text{k}\Omega$ 、 $E = 4\text{V}$ (図8)の時この時間は約 $2\mu\text{s}$ である。

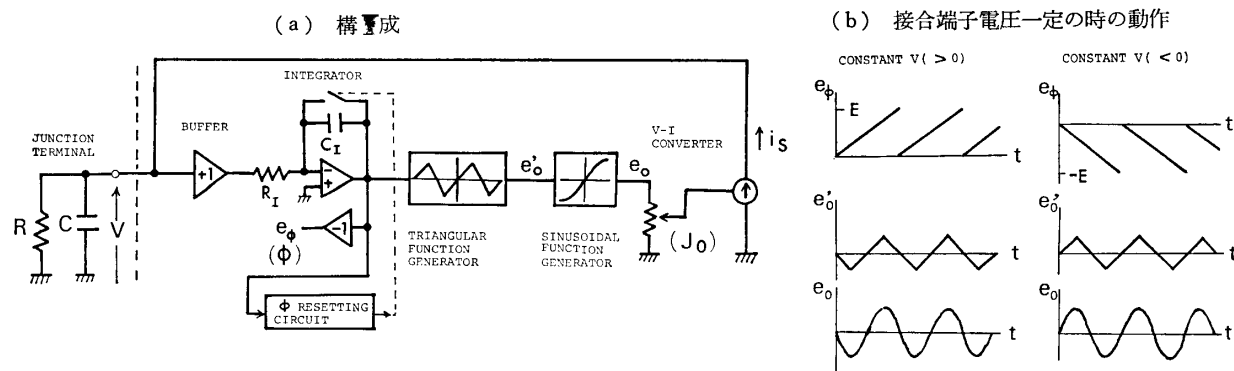
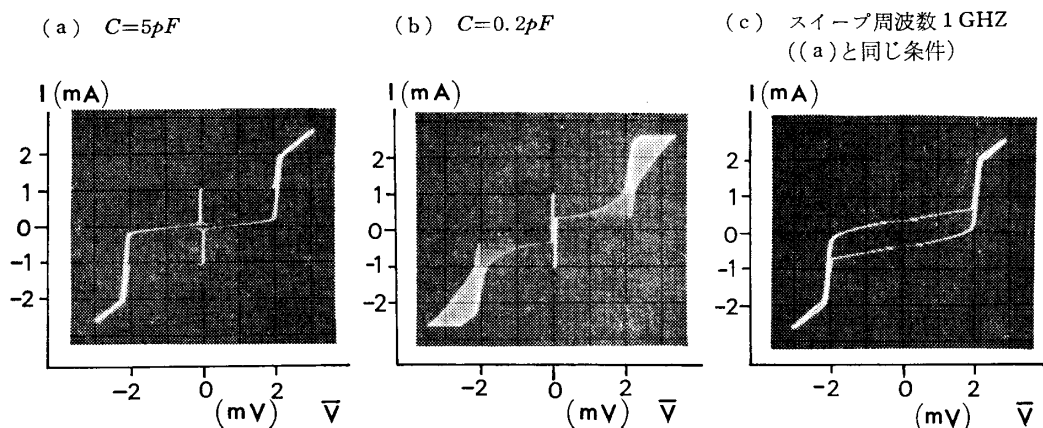


図 8 電子回路シミュレータの例

図 9 電子回路シミュレータによるシミュレーション結果 (スイープ周波数 100MHz, $J_0=1mA$, $R_{SG}=5\Omega$)

ジョセフソン接合と L のループがある SQUID 回路のシミュレーションで一つの問題がある。増幅器のオフセット電圧による演算誤差のため、零電圧状態が長時間保てない注4-4)。シミュレータのダイナミックレンジがシミュレート出来る現象を制限している。

従って C をある周期で短絡し繰返し演算とし、演算時間を一定に抑えるようにする。

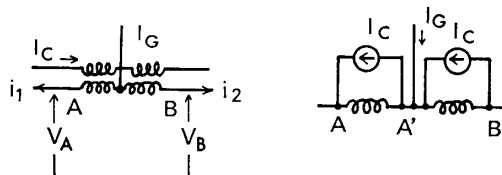
電子回路シミュレータはこの他、時定数の精度的な問題もあるが、SQUID で ϕ が I_0 によってひねられる様子や電圧状態における別の振動モード (共振モード) 等の現象を高速で観察できる。

4.3 アナログ計算機によるシミュレーション

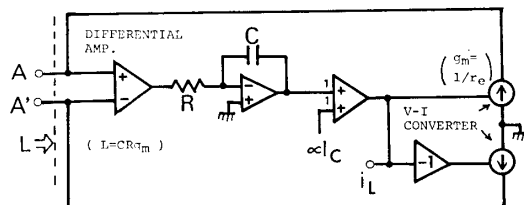
電子回路シミュレータにおける精度問題はアナログ計算機では改善される。

図11に電流駆動のジョセフソン接合 (図3) の演算器結線の1例を示す。位相 ϕ の処理, $\sin \phi$ の発生は電子回路シミュレータの場合と同じである。2 個の積分器を交互に動作させ、その出力をアナログスイッチで適宜選択することにより ϕ のリセットを実現する注4-5)。三角波関数発生はリミタ付加算器 (A2, A3)

(a), (b) 等価回路



(c) 構成法

図 10 結合のあるフローティング L の実現法

注 4-4) 単1接合に電流を印加する場合、電流-電圧特性上のどの点でも直流的に安定する。直流的にもフィードバック動作が行なわれるからである。接合は非線形なインダクタであるから、零電圧状態の SQUID では直流的なフィードバックは働かない。

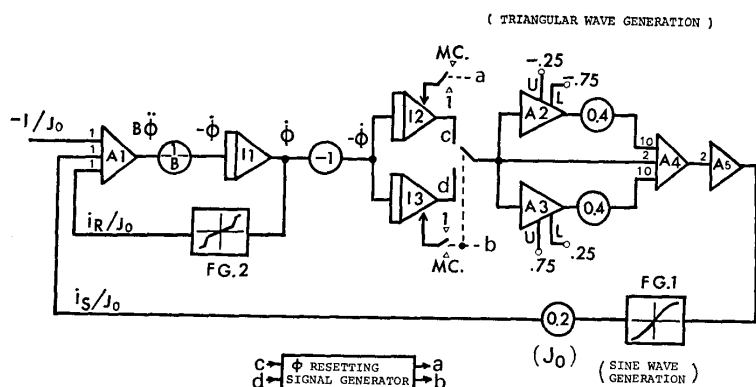


図 11 アナログ演算器結線図 (EAI 2000)

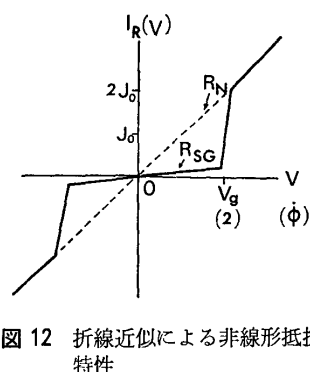
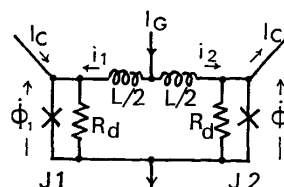


図 12 折線近似による非線形抵抗特性

(a)



(b)

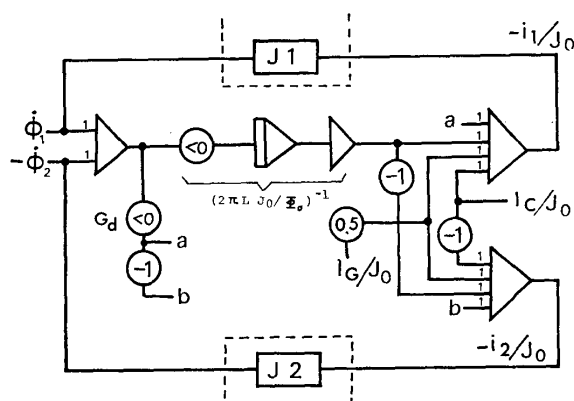


図 13 結合のある L の演算器結線図

で行なう。正弦関数 ($|\phi| < \pi/2$)、非線形コンダクタンス特性は折線近似関数発生器 (FG1, FG2) で発生させる。

図12のような非線形抵抗特性を折線関数で近似するときの振幅スケールングについては、点線で示される抵抗 $R_N = (V_g/2J_0)$ で(5)式の場合と同様に正規化する。

$$\frac{I}{J_0} = \beta_N \ddot{\phi} + \frac{I_R(\phi)}{J_0} + \sin \phi \quad (11)$$

ここで $\beta_N = (2e/\hbar)CR_N^2$, $\phi = V/J_0R_N$ である。

アナログ計算上での正規化電圧を ϕ 、時間を t' とすると実際の電圧 V 、時間 t との関係は各々 $V = (V_g/2)\phi$, $t = (2\Phi_0/5V_g)\omega_a t'$ (ω_a は積分器のゲイン) となる注4-6)。また $(2\pi/5)B = \beta_N$ (図11) である。

結合のある超伝導 L (図(5)) を実現する結線は図13のようになる。電子回路シミュレータの場合と同様に電圧を積分したもの (ϕ) に I_c 対応する量を加えたものが L に流れる電流となる。

dc SQUID (図 5 (b)) の閾値特性をアナログ計算機で求めた例を図14に示す注4-7)。

閾値特性とは制御電流 I_c によって最大ジョセフソン電流 (I_0) がどのように変るかを示したものである。 I_c を一定とし時間変化率一定の I_0 を印加し、SQUID が丁度電圧状態になる I_0 の値が最大ジョセフソン電流である。 I_c が 0 のときは 2 個並列の接合と同じような動作となり $I_0 = 2J_0$ であるが I_c が加わると L にループ電流が流れ、一方の接合が電圧状態になりやすくなるので I_0 が下がる。

図中○印の点ではスパイク電圧が発生し定常電圧は発生しない。この変化を通常の電圧遷移に対応してボルテックス遷移という。この遷移が起るとループ電流が流れて I_c を相殺するので電圧遷移は I_0 の大きな値で起る。閾値特性は I_c に対して周期的であり、この場合 I_c 負の部分は正の部分と対称である。

dc SQUID で實際上重要なことは電圧遷移とボルテックス遷移との境界を知ることである。この境界は回路の動特性に依存する。このように動特性に依存する現象の把握には多数回のシミュレーションが容易なアナログ計算機が適している。

アナログ電圧のダイナミックレンジが扱える現象の周波数帯域を制限している事情は電子回路シミュレータの場合と同様である。この場合も零電圧状態での演算時間は限られる。

実際にジョセフソン回路の静的特性を観測する場合をシミュレートしようとするとき定数が 10^6 以上と拡がる。次に述べるデジタル計算機シミュレーションでも実際面では何らかの工夫を要する。

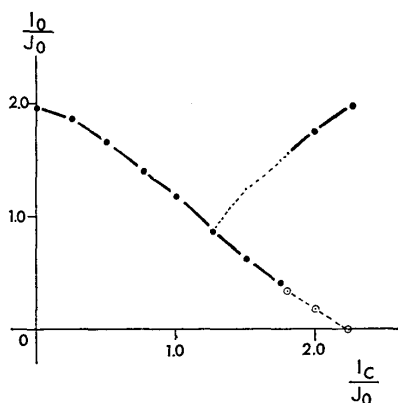


図 14 アナログ計算機による dc SQUID の閾値特性

5. デジタル計算機による解析, シミュレーション

現在のところシミュレーションにはデジタル計算機が多く使われている。デジタル計算機の利用には数学的に静特性を求めることと、アナログの場合と同様に動的なシミュレーションとがある。

前者の場合として SQUID の閾値特性を求めるのにこの方法が使われる。動的モデルを多数回走らせなくても静的な閾値曲線を数学的に得ることができる。

dc SQUID (図 5 (b)) を例についてその方法を述べると、静的な場合なので (4) 式より

$$i_1 = J_0 \sin \phi_1, \quad i_2 = J_0 \sin \phi$$

従って (8) 式は

$$\sin \phi_2 - \sin \phi_1 = (\Phi_0 / 2\pi L J_0) (\phi_1 - \phi_2) + 2I_c / J_0$$

となる。この条件で $I_g / J_0 = \sin \phi_1 + \sin \phi_2$ の極値を求めるべし。

I_g が極値にある時、 I_g を微量増加させると ϕ_1 あるいは ϕ_2 がなだらかに変化し、状態遷移を起す。単 1 接合の機械モデルで言えば、 $\phi = \pi/2$ が遷移点で、これを越えるトルクを印加すると振子は回転を始め、もはや停止させることはできない状態である。

図 15 はこのようにして得られた 3 接合 SQUID の閾値特性である。dc SQUID の場合と似た曲線になるが、山のすその部分に別の山が重なっている。この場合 L と接合のループが 2 個あるので、ボルテックス遷移してループ電流が存在する状態が何通りかあるのでこのような複雑な形になる。

このようにして得られた閾値特性では起りうる状態がすべて表われており、ある条件でそのどれが起こるかを知するには、動的なシミュレーションが必要となる。静的な閾値特性により回路の動作点や動作マージン等が分かるので、ジョセフソン回路設計には重要で

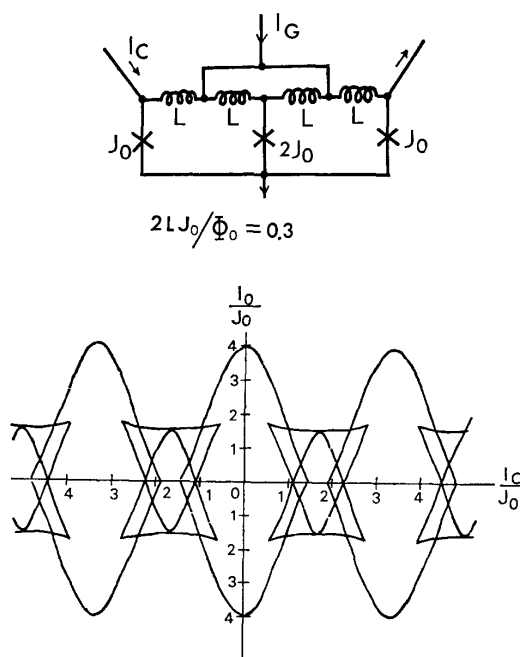


図 15 3 接合 SQUID の閾値特性

ある。静的な閾値特性は接合の J_0 とインダクタンスの値で定まる。

動的シミュレーションには汎用回路解析プログラムが用いられる。その方法は原理的にはアナログ的な方法と変わらない。

汎用回路解析プログラムでは回路素子として L, C, R と電圧源、電流源が用意されている。等価回路でジョセフソン電流を発生させる部分はアナログの場合と同じである。たとえば図 16 の方法では接合端子電圧 V の値の電圧源が L_e に流す電流として ϕ を求め、 $\sin \phi$ を計算してその結果を電流源で接合端子に供給する¹⁷⁾。

非線形コンダクタンスは図 12 のように近似するが、折線近似ではなく指数関数を用いて滑らかにつなぐ。非線形コンダクタンスのパラメータは実測された電流-電圧特性に合うように決める。

結合のある超伝導 L は図 10 (b) のようであるから

注 4-5) ϕ が $\pm 2\pi$ に対応する電圧 ($\pm 10V$) に達するとコンパレータが動作し、その出力で積分器を制御する信号をつくる。

注 4-6) V_g は正規化量 2 にしている。(1 正規化量 2 V) $2\pi \rightarrow 10V$ と対応するので、図 11 の正規化方程式より $\tau = (2\pi/5)\omega_a t^2$, (5) 式の実際の場合と比較して時間スケール関係を得る。

注 4-7) 図 13 (a) のパラメータは次の通りである。
 $LJ_0/\Phi_0 = 0.3$, $R_g = 4R_N$, $C/J_0 = 4(pF/mA)$, I_c の時間変化 $\approx J_0/300ps$ 。

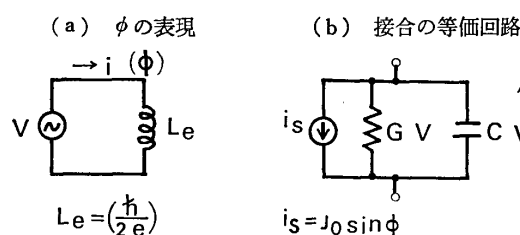


図 16 汎用回路解析プログラムによる接合のモデル化

用意された回路素子で実現できる。

このようにすれば素子数が許すだけの規模の回路がシミュレートできる。素子数1000とし、1個のジョセフソン接合に10素子必要とすると、接合数10個を含む回路のシミュレーションが可能である。

ディジタル計算機による動的シミュレーションは一般的に時間がかかる。計算機の性能や使用環境にもよるが、実際に多数回シミュレーションを重ねるには可成りの時間を要する。

6. あとがき

ジョセフソン接合のシミュレーションとして主にアナログ的方法を歴史的にたどり、この素子の特性の概要を説明し、筆者なりの問題点を指摘した。

ジョセフソン回路のシミュレーションは動作や特性解明の役割を終わり、今後大規模集積化の問題へ移行することになるのか？ ジョセフソン回路の研究には微細加工技術や回路設計用のCADなど現在半導体で使われている技術を使っているが、この素子はまだ発展期にある。ジョセフソン接合回路が特性が十分に把握されたブラックボックスとして扱える段階ではなく、まだジョセフソン接合を含む回路として考える段階にあると思われる。

このような段階にあるジョセフソン回路のシミュレーションでは実験との対応が特に強く要求される。素子の作成技術も完成したものでなく、また測定における問題もあり、実際には種々の要因を考慮する必要がある。

ジョセフソン計算機の実現に向けては多くの解決すべき問題がある。この素子の高速性と、ある規模の論理回路の動作が確認できた現状であるが、さらに複雑な機能の論理操作を高速性を保って如何に実現するかなど、新しい発想や発見を必要としているように思われる。

シミュレーションの役割は今後も増すであろうが、問題解決にどのように貢献するかが今後の課題であろう。

参考文献

- 1) H.Nakagawa, et al.: Sub-10 ps Logic Operation in Josephson Four-Junction Logic (4JL) Gates, Japanese Journal of Applied Physics, 22-5, L297/298 (1983)
- 2) 宝川他: 超高速微細パターン化抵抗分割ゲート, 信学技報, SSD83-13, 29/33 (1983)
- 3) H.Nakagawa et al.: Josephson Cell Array Circuit Using Four Junction Logic (4JL) Gates, Extended Abstracts of the 15th Conference on Solid State Devices and Materials, 137/140 (1983)
- 4) 山本他: ジョセフソン 1 kRAM の試作評価, 信学技報, SSD83-22, 83/88 (1983)
- 5) L.Solymar: Superconductive Tunneling and Applications, Chapman and Hall, London (1972)
- 6) 電気学会クライオエレクトロニクス常置専門委員会編: ジョセフソン効果《基礎と応用》, 電気学会 (1978)
- 7) 中村: クライオエレクトロニクス入門, オーム社 (1980)
- 8) 日本物理学会編: 超伝導, 丸善株式会社 (1979)
- 9) 中村: ジョセフソン効果と標準計測, 電子通信学会, 64-4, 371/378 (1981)
- 10) IBM Journal of research and development 24-2, (1980)
- 11) 八木, 黒沢: ジョセフソン接合の機械モデル, 応用物理, 46-2, 145/154 (1977)
- 12) K.Nakajima et al.: Mechanical analogue of active Josephson transmission line, J. of Applied Physics, 45-7, 3141/3145 (1974)
- 13) A.Yagi, I.kurosawa: Precision analog for a Josephson junction, Rev. Sci. Instrum. 51-1, 14/21 (1980)
- 14) J. H. Magerline: Accurate Josephson junction Analog, Rev. Sci. Instrum., 49-4, 486/490 (1978)
- 15) 松井: ジョセフソンミキサのアナログシミュレーション解析, 58-C22, 185/192 (1983)
- 16) 八木, 黒沢: ジョセフソン接合の共振回路モデル, 電子技術総合研究所集報, 45-7, 8, 62/71 (1981)
- 17) 藤巻他: 汎用回路解析プログラムFNAPを用いたジョセフソン回路の解析, 信学技報, CPM 80-93, 33/38 (1980)