

〈展望・解説〉

衝撃問題の有限要素法シミュレーション

矢川元基*・青砥紀身*

1. 序

近年、有限要素法に代表される構造解析は多くの工学的分野で重要性を増し、益々高度で詳細な解析が望まれるようになった。これにつれて、衝撃問題解析に対する関心も工学研究者の間で高まって来ている。例えば、2物体間の衝突問題解析において、接平面における摩擦の考慮、あるいは、高速変形時に両物体間に起きる貫通現象の記述など、従来、経済的あるいはその解析の複雑さから取り扱われなかった事象についても多くの研究、解析アルゴリズムの開発が行なわれている。

衝撃問題に対する研究は、歴史的にかなり以前より行なわれており¹⁾ 基礎的理論や実験方法、計測技術、設計手法等については、参考文献(2)に詳しい。また、衝撃塑性の基礎理論、物体中の応力伝播に対する古典理論等については参考文献(3)などがある。さらに、解析基礎理論や解析手法の入門書としては、参考文献(4)等が適している。調査文献としては、Belytschko⁵⁾ Zukasら⁶⁾のものがある。特に、参考文献(6)には、1981年以前の理論、実験及びコードの現状や、用いられているアルゴリズムも含めて詳しく解説されている。

高速変形を伴う衝撃解析は、初期において、主に有限差分法(Finite Difference Method: FDM)によって行なわれていた。当初、有限要素法(Finite Element Method: FEM)は、静的および準静的な荷重解析にのみ適用され、衝撃問題を取り扱うには計算機の記憶容量の限界や、計算時間にかかる経済的理由から不利であるとされていた。しかし、計算機や周辺機器の発達、高級言語の充実にとともに、新たなロジックが開発され、現在、この分野においても有限要素法は有力な解析手法となっている。

本文では、先ず、衝撃問題解析の持つ特殊性や困難

Simulation of Impact Problems by Finite Element Method. By Genki Yagawa, and Kazumi Aoto (Univ. of Tokyo)

*東京大学工学部

さを判り易く説明する目的で、解析手法について述べる。大変形を伴う高速衝撃問題において、解析プログラムに使用する空間座標系の選択は重要であり、Lagrangian法、Eulerian法、あるいは、両者の混合法のいずれを選択するにしても、その手法の持つ長所、限界を知ることは大切である。また、衝撃問題解析において、有利、不利がよく論じられる時間積分についても、同様なことがいえる。これらについて、最近の動向を中心に解説する。さらに、解析に使用される物質の構成方程式や、衝撃問題解析にしばしば用いられるその他の工学的手法についても若干の解説を行なう。次に、有限要素法を用いたコードの現状について述べる。最後に、代表的なプログラムで計算した幾つかの解析例について記述することにより、適用範囲を示すと共にその問題点についてもあきらかにする。

2. 解析手法

2.1 空間座標系

2.1.1 Lagrangian系及びEulerian系

Lagrangian型プログラムでは、計算格子(grid)は物質に固定されており、物質と共に変形する。即ち、Lagrangian型プログラムは、物質に固定された要素の運動を追うことになる。Lagrangian系の計算格子の例を図1に示す。ここで注意しておかなければならないことは、物質境界面における挙動を表わすには、例えば、境界面の口開きや固着状態、境界面間の摩擦の効果といった相当複雑なロジックが要求されることである。

大変形が支配的な問題、あるいは、当初分離していた物体が衝突し、一方が他方に食い込んだり、貫通が起るようなケースの解析においては、Eulerian系が適しているといえよう。Eulerian系では、物質が移動するのに対して計算格子は空間に固定され、物質は、離散化された点によっても、連続体としても表わされる。図2に、Eulerian系の計算格子の例を示す。

2.1.2 混合法

衝撃問題においてすべての状態を扱い得るような座

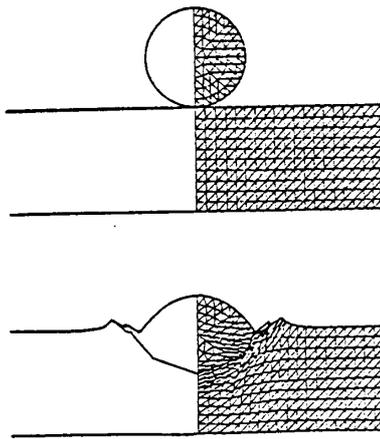


図1 Lagrangian系計算格子例

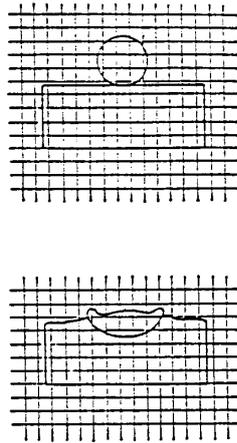


図2 Eulerian系計算格子例

標系は、現在のところ存在しない。そこで、Lagrangian/Eulerian系として、両座標系の利点を失わない混合法 (Hybrid Method) が開発された。方法は様々であるが、最も一般的には、Eulerian系によって流れや大変形を計算した後、Lagrangian系計算格子の再分割を行なう。Eulerian系及びLagrangian系を併せもつコードでは、両座標系における計算は別々に行なわれるが、このような手法は、Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE) 法と呼ばれ、近年、主に流体—構造物の相互作用を解析する分野で発達してきた^{7),8)}。すなわち、Eulerian系は流体に、Lagrangian系は構造物に、それぞれ適用されるのである。しかし、こうした手法では、その適用可能な分野が限定される場合が多く、広範な分野に用いられるためには、さらに研究が必要であろう。

2.1.3 Moving Finite Element 法

Moving Finite Element (MFE) 法は、K. Millerら^{9),10)}によって開発・提唱された新しい空間離散化方法である。この手法では、通常の偏微分方程式を解く際に生じる、数値的発散・Gibbsのオーバーシュート及びアンダーシュートなどの計算上の不合理が除去される。例えば、単一の波あるいは互いに逆方向に動く波の立ち上がりについては、その勾配の任意な値に対して高精度の解が得られ、また、反応性あるいは非反応性の流体計算において、任意の厚さの境界層を周辺構造との連成とともに精度良く解析し得る。図3に、MFE法で解析された単一波の伝播の履歴¹¹⁾を示す。さらに、MFE法は、通常の微分方程式の解法に比べて解析モデルの節点数が少なくすむという特長をもつ。これは、節点が全領域にわたって連続的かつ自動的に移動し、解を得るのに最も適した点に位置するか

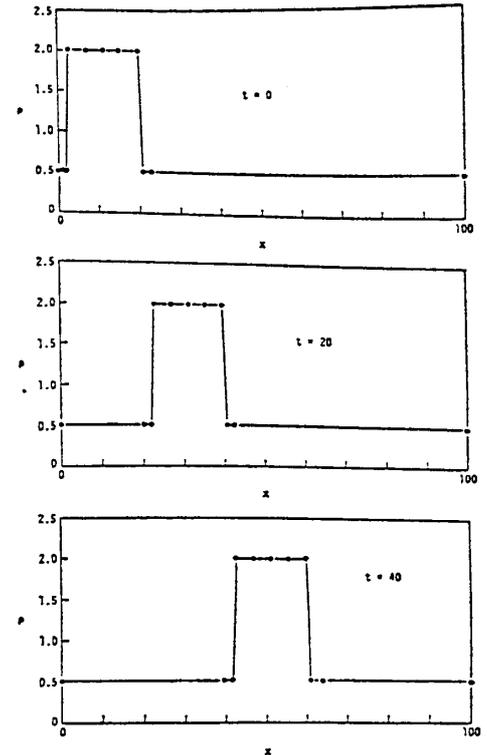


図3 MFE (11節点) による単1矩形波伝播解析

らである。

2.2 時間積分法

一般に、衝撃荷重をうける構造物では、広いスペクトル領域にわたって負荷による振動が生じる。この振動が比較的低領域の振動であれば、解析は、通常の構造力学の範囲で行なうことができる。しかし、振動が高次になってくると、応力波伝播問題 (Wave-Propagation Problem) としての扱いが必要となる。また、低次モードではあまり問題にされない構造物の共振現象も、振動が高次になるにつれて問題となってくる。

動的問題を有限要素法によって解析する場合、一般に、次式のような運動中の物質の平衡方程式を解くことになる。

$$[M]\{u''_{i+\Delta t}\} + [C]\{u'_{i+\Delta t}\} + [K]\{u_{i+\Delta t}\} = \{R_{i+\Delta t}\} \quad (1)$$

ここで、 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ は、それぞれ、質量マトリクス、減衰マトリクス、剛性マトリクスであり、 $\{R\}$ は、荷重ベクトルである。この2階の微分方程式を有限要素法により解くためには、主に、2つの系統の手法が用いられる。1つは、固有値問題の解析で得られる振動モードを重ね合わせて動的応答を求める方法で、モード重ね合わせ法と呼ばれている。他の1つが、現在、多くの解析コードで使用されている、直接積分

法である。ここでは、主に、直接積分法についての解説を行なう。直接積分法を用いる場合、解析者にとって問題となるのは、陽解法 (Explicit Method)、陰解法 (Implicit Method) に大別される手法の選択と、解析を行なう際の時間幅の設定である。

2.2.1 陰解法 (Implicit Method)

代表的な陰解法としては、台形則を用いた Houbolt 法¹²⁾、Newmark- β 法¹³⁾などがある。陰解法の多くは無条件安定であるが、時間幅をあまり長くとりすぎると、計算の誤差 (Δt の 2 乗程度) の解に与える影響が重大となってくることに注意する必要がある。ここでは、最近開発された代表的な手法である H-H-T 法について簡単に解説する。

Hilber-Hughes-Taylor 法 (H-H-T 法)^{14), 15)}

H-H-T 法は、以下に示す条件を満たすことを目標に開発された時間積分法である。

- 線形問題に対して無条件安定性を有する。
- 時間幅以外のパラメータによって数値的散逸 (dissipation) をコントロールでき、さらに、数値的散逸を皆無にすることも可能である。
- 数値的散逸を含ませた場合、その影響が低次モードに強くあらわれない。

H-H-T 法では、(1) 式の減衰項を無視した運動方程式、変位及び速度は以下の式で表わされる。

$$[M]\{u''_{t+\Delta t}\} + (1+\alpha)[K]\{u_{t+\Delta t}\} - \alpha[K]\{u_t\} = \{R_{t+\Delta t}\} \quad (2)$$

$$\{u_{t+\Delta t}\} = \{u_t\} + \Delta t\{u'_t\} + \{(1/2-\beta)\{u''_t\} + \beta\{u''_{t+\Delta t}\}\}\Delta t^2 \quad (3)$$

$$\{u'_{t+\Delta t}\} = \{u'_t\} + \{(1-\gamma)\{u''_t\} + \gamma\{u''_{t+\Delta t}\}\}\Delta t \quad (4)$$

ここで、注意しなければならないことは、 $\alpha=0$ で、(2)~(4) 式は Newmark- β 法に等しくなり、 $\gamma>1/$

2、 $\beta \geq 1/4 \cdot (\gamma+1/2)^2$ とすれば、Newmark- β 法の有する無条件安定における数値的散逸 (減衰) が得られることである。図 4 では、Newmark- β 法よりも数値的散逸 (減衰) の大きい Houbolt 法及び Wilson- θ 法について、 $\Delta t/T$ に対する近似作用素のスペクトル半径変化を比較している。 $\Delta t/T$ の低領域における H-H-T 法のスペクトル半径が、他の手法と比べて 1 に近いことから、この手法が低次モードに強く影響することなく高次モードにおいて数値的散逸 (減衰) を起こすことがわかる。

2.2.2 陽解法

Herrmann¹⁶⁾ らによれば、応力波伝播問題 (Wave-Propagation Problem) において充分精度の良い解を得るためには、陰解法においても陽解法と同様の時間幅を設定しなければならないことが知られている。従って、通常、陽解法は陰解法に比べて 1 サイクル当たりの計算量が少ないことから、このような問題には陽解法が経済的に有利となる。

陽解法では、1 ステップの時間幅が適切でなければ解は発散するが、この問題は、線形問題については、Courant らによって十分に研究されている。すなわち、時間幅が次式の関係 (Courant 条件) を満足するとき、解は安定を保つ。

$$\Delta t \leq 2/\omega \quad (5)$$

ここで、 ω は解析モデルの要素に対する固有振動数である。非線形問題に対しては、(5) 式のような厳密な条件式は求まっていないが、経験的に次式に従って時間幅を設定している。

$$\Delta t = kl/c \quad (6)$$

ここに、 l は計算格子に含まれる最小要素の長さ、 c は音速、 k は 1 より小さい係数で、通常 0.6~0.9 の値を用いている。

2.2.3 陰/陽解法 (Implicit/Explicit Method)

これまで、衝撃解析に用いられてきた主な直接積分法には、いずれにも一長一短があった。陰解法は、無条件安定になり得るが、高速衝撃問題に対しては計算時間が大幅に増加する欠点を持ち、陽解法は、計算時間を軽減するが、条件安定であった。陰/陽解法は、これら 2 つの解法の長所を有効に利用して、陰解法あるいは陽解法単独では取り扱いの困難な、流体と構造との連成問題や、部分的に異なった剛性を有する構造物の衝撃問題を解析可能にした。すなわち、高次振動をとまらう部分 (部材) には陰解法を用いて解析を行ない、低次の振動を起こす部分 (部材) に対しては陽解法を用いて解析する。これにより、大規模な構造物

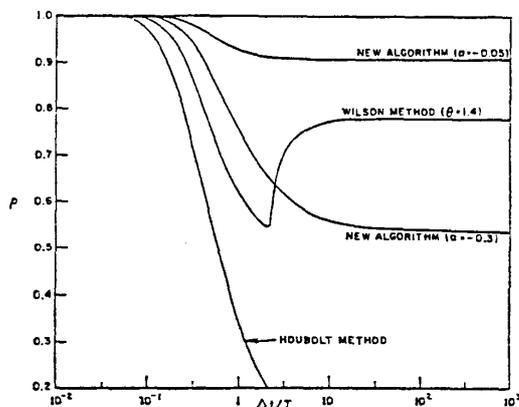


図 4 H-H-T, Houbolt 及び Wilson- θ 法の近似作用素のスペクトル半径

における衝撃解析にかかる計算費用は大幅に軽減されることになる。これについての研究は数多くあるが、つぎの2種類に大別できる。

1) 要素分配手法 (Mesh Partition)

2) 副サイクル, すなわち, 時間再分割法

(Subcycling procedure)

1) に類する研究としては, Belytschko ら¹⁷⁾, Park¹⁸⁾, Hughes ら^{19), 20)}, 及び相沢・矢川²¹⁾があり, 2) に属する研究では, Belytschko ら²²⁾, Wright²³⁾, Liu²⁴⁾がある。1) に類する研究においては, いずれの場合も, Newmark- β 法 (陰解法) と Predictor-Corrector 法 (陽解法) とを結合させている。詳細な理論は, 参考文献(17)~(21)を参照されたい。

2.2.4 Split Operator Method (分離型積分法)

前節で述べた, Implicit/Explicit 法 (陰/陽解法) は, 陰・陽のそれぞれ単独手法による解析に比較して, 大規模な構造解析計算にかかる費用を大幅に軽減した。しかし, 陽解法の持つ条件安定の限界は, 細分割要素に対しては, やはり, 致命的な欠陥であり, 一方, 陰解法領域においても, 時間ステップ幅の変更にともなう処理 (多くは, 計算に付随するマトリクスに関する因子分解処理となる) や, 非線形解析における剛性マトリクスのステップ毎の再成といった本質的な欠点は解消されていなかった。

Trujillo²⁵⁾ は, 剛性マトリクスを対称な上下三角マトリクスに分離 (split) することにより, 擬ヤコビ近似法による無条件安定の陽解法 (最近, この手法は, 研究者によって, 他の類似の手法とともに Semi-Implicit と呼ばれている) を示した。しかし, Trujillo の分離型積分法は, 対角化された質量マトリクスと対称・正値の剛性マトリクスを仮定し得られた問題に対してのみ有効で, しかも, 実践的な時間ステップ幅での解析においては, 幾分精度が低下する欠点を持っている。Park²⁶⁾ は, 新たに2つの対称マトリクスを導入した Semi-Implicit 解法によって, 対称剛性マトリクスを仮定した問題を解析し, 解析精度を通常の直接時間積分法程度まで引き上げることに成功した。Park の分離型積分法は, 本質的には Trujillo の手法と同じであるが, ペナルティマトリクスを導入することで解の精度の低下を防いでいる。

これに対して, Hughes らは, 要素毎に時間積分を分離する手法を開発した²⁷⁾。Belytschko²⁸⁾ は, この手法と Flanagan と Belytschko²⁹⁾ が示した2次元・3次元衝撃解析用定変化・定ひずみ要素とを併用することで, 熱の拡散方程式を解いている。この手法は,

対角化質量マトリクスを用いる運動方程式に対して, 系の剛性を, 全体剛性マトリクスを作成することなく, 各要素毎の計算の積で近似するという特長を持つ。例えば, (1)式の減衰項を無視した運動方程式を考え, 速度, 加速度を次式で定義する。

$$\{u_{t+\Delta t}\} = \{u_t\} + \Delta t \{ \alpha \{u'_{t+\Delta t}\} + (1-\alpha) \{u'_t\} \} \quad (7)$$

$$\{u'_{t+\Delta t}\} = \{u'_t\} + \Delta t \{ \beta \{u''_{t+\Delta t}\} + (1-\beta) \{u''_t\} \} \quad (8)$$

(7), (8)式で, $\alpha = \beta = 1/2$ として(1)式に代入・整理し, 両辺を $[M]$ で除すると

$$([E] + 1/2\Delta t [M]^{-1} [K]) \{u_{t+\Delta t}\} = \{R_{t+\Delta t}\} \quad (9)$$

ただし, $[E]$ は, 単位マトリクス。ここで, Hughes の手法を導入すれば,

$$[E] + 1/2\Delta t [M]^{-1} [K] \\ = [E] + 1/2\Delta t [M]^{-1} \sum_{\epsilon} [K]^{\epsilon} \quad (10)$$

これにより, (10)式は, 次式で近似できる。

$$\prod_{\epsilon} [G]^{\epsilon} \{u_{t+\Delta t}\} = \{R_{t+\Delta t}\} \quad (11)$$

$$[G]^{\epsilon} = [E] + 1/2\Delta t [M]^{-1} [K]^{\epsilon} \quad (12)$$

$[K]^{\epsilon}$ は, 要素のすべての節点に対してゼロではないことから, (11)式は結局, 次のような簡単な連立一次方程式となる。

$$\{G\}^{\epsilon} \{u_{t+\Delta t}\}^{\epsilon} = \{R_{t+\Delta t}\}^{\epsilon} \quad (13)$$

これらの分離型積分手法は, 現在のところ, いずれも簡単な系についてのみ適用されている。しかし, 複雑な3次元問題解析への適用に対しても, 本質的な問題はないように思われる。

2.3 物性モデル

現在使用されている汎用及び衝撃解析専用コードにおいて, 解析結果は, ほとんどの場合使用される構成方程式や物性値に左右されるといっても過言ではない。このため, 研究も盛んに行なわれ, 調査文献も多い。

金属に対する塑性の方程式については Herrmann³⁰⁾ の他, National Materials Advisory Board Committee の2文献^{31), 32)}に詳しい。我が国の調査文献としては, 参考文献(33), (34), (35)をあげることができる。参考文献(33)は, SUS 304 鋼を中心に塑性及びクリープ特性表示式についての調査研究報告であり, 高速増殖炉材料への適用を目的として, 温度に対する考慮も行なわれている。参考文献(34)では, 鉛の高速変形に対するひずみ速度依存型構成方程式を中心に調査されている。また, 参考文献(35)は, (34)の続報として,

鉛, ステンレス鋼, 軟鋼, 木材といった材料の高速変形時に対するひずみ速度依存型構成方程式について記述されている。

一般に, 塑性及び塑性域の挙動は, Von Mises 型の塑性基準と Prandtl-Reuss の増分理論が用いられる。しかし, この手法は, 貫通を含む大変形問題に対しては, 良い結果を与えないことが指摘されている⁶⁾。Zukas⁶⁾ は, Herrmann と Lawrence³⁶⁾ の結果を参考文献(32)と比較することにより, 高速衝撃時(0.5~2.0 km/sec)において, 弾一完全塑性型の構成方程式が良い近似を与えると主張している。また, Bertholf³⁷⁾ も, この手法により良好な結果を得たことから, 流れ応力 (flow stress) の動的平均値の選択が正しければ, 多くの衝撃問題は, 弾一完全塑性型の構成方程式によって解析し得ると結論している。しかし, Charman³⁸⁾ や参考文献(34), (35)では, ひずみ速度効果を考慮した場合とそうでない場合とでは, 特に, 速度, 加速度に有意な差がみられており, 簡単には結論されないと思われる。

また, 現在, 多くの物質の降伏応力は, 静的実験からの推測によっており, 動的実験による降伏応力の設定も今後の課題として残されている。

2.4 その他のアルゴリズム

現在, 広範に使用されている Lagrangian 系のコードでは, 気体あるいは液体と構造物との相互作用, 飛しょう体による目標物への衝突, 貫通などを記述する方法として, 幾つかの特殊手法が用いられている。主な手法として, 接触面での挙動を示す sliding interface 手法と, 要素の大変形に対する rezoning 法がある。

2.4.1 Sliding Interface

sliding interface は, 接触, 衝突を起こす物体の相互作用を記述するのに用いられる他, 物体の大せん断変形や破壊を表わすのにも有効である。sliding interface についても幾つかの手法があるが, 本質的には, 加速度・速度の成分を接触面の法線方向と接線方向の成分に分離して考える方法にまとめられる。すなわち, 両物体は設定された単数あるいは複数のしきい値により, 接触面での接触や分離を判定され, さらに, 物体の法線方向の運動は, 接触時には接触面で連続であり, 分離時には各々が独立に運動を行なうことになる。接線方向の運動は, 分離時や摩擦が働かない平面では独立となり, 接触面で摩擦が生じる場合は考慮される。

こうした接触解析手法は, Hertz³⁹⁾ に発している。1975年以前の研究については, Kalker⁴⁰⁾ の調査に詳し

い。また, 矢川ら⁴¹⁾によれば, 静的接触面において, 成立する変位と接触力についての条件式の取り扱いには, 次の2つに大別できる。

- 1) 接触条件式を接触する2物体に関する全体剛性方程式に組み込むことなく接触力の値を繰り返し計算により定める方法
 - 2) 接触する2物体に関する全体剛性方程式に接触条件式を組み込んで解析する方法
- 2) は, さらに, 次の3形式に分類できる。
- a) 全体剛性マトリクスの変形により直接接触条件式を組み込む方法
 - b) 接触面に極めて肉厚の薄い接合要素を挿入する方法
 - c) Lagrange 未定乗数法, ペナルティ関数法などを用いて接触力を記述し, 全体剛性マトリクスに組み込む方法

動的接触問題解析手法については, 浅野⁴²⁾が, 有限要素法解析に適用できる変分原理に着目した分類を行なっている。Zukas⁶⁾によれば, sliding interface 手法には, 主表面 (master surface) と従表面 (slave surface) の定義が必要で, 従表面は, 主表面の動きに依存する。この主・従表面の定義は, コードや問題に強く依存するために, 解析者の経験と知識に頼らざるをえない。

Hallquist⁴³⁾ は, あらかじめ, 三角形あるいは球形状の検索領域を主表面に設定しておき, 従表面がある限界を越えて接近すると, 全体剛性マトリクスに線形バネが組み込まれる手法を示した。バネは, 接線方向には影響を与えず, 法線方向に復元力を働かせることによって, 従表面が主表面に混入することを防ぐ。Johnson ら⁴⁴⁾は, 特殊な主三角平面を定義し, この平面の法線方向に従表面を形成する節点をならべることによって, より簡単な手法を示した。その他, 従節点を主表面に置かず, 各時間ステップでチェックする方法も考えられた。

2.5.2 Rezoning

図1にみられるような要素の大幅な変形が起きた場合に有効なのが rezoning である。rezoning 手法では, 新計算格子 (grid) が旧計算格子の上に定義され, rezone ルーチンが, 質量, 運動量及びエネルギーの保存並びに構成方程式が満足されるように旧格子の数量を新格子に写像 (mapping) する。現在のところ, 1次元で, しかも, 物理量の増加が明確で速い問題については良好な結果が得られているが, 2次元, 3次元問題に対しては, アルゴリズムの複雑さや計算機費用

の点から、問題が多いようである。例えば、旧格子の物質の履歴の問題がある。新格子は、多くの場合、幾つかの旧格子にまたがって定義されるため、新格子内の物性を示す変数の平均化という問題が起きる。このため、良好な rezoning や, rezone の結果を示す数量 (例えば、新格子内の物性に関する数値) を関数などで得るためには、幾つかの余分な手続き・計算が必要となる。Belytschko⁴⁵⁾ は, semi-Eulerian に rezoning を用いた例を示したが、物性の履歴や、境界は発散しているようである。これは、もっと複雑な破壊モードをもつ解析にとっては致命的であるといわざるをえない。

3. プログラムの現状

3.1 総論

現在、多くの衝撃解析用 (定義は後述する) を含むコードが使用されている。FORTRAN を始めとする高級言語の発達と、大型計算機の拡充に伴い、これまでの2次元コードに代わって、3次元コードが解析の主流となってきている。2次元コードによる解析は、計算機費用の低減と計算機の記憶領域の使用量を低下させるという利点をもつ。しかし、1次や2次の応力波伝播を考慮するだけでも足りる衝撃問題は、実際には、例外的であるといわざるを得ない。また、多くの解析における平面ひずみの仮定は、定性的に、時には定量的にも、衝撃解析に対し良好な結果を与える。しかし、それは、細長い衝撃体に関する問題の衝撃直後の短時間にも限られている。一般に衝撃解析可能なプログラムとは、以下の3条件を備えていなければならない。

- 1) 衝撃波伝播を考慮しうる。
- 2) 局所的な応答に対処しうる。
- 3) msec 以下の応答を詳細に解析しうる。

こうした解析コードは、事実上、すべて3次元直交座標系を使用しており、リスタート機能を備え、最新版の FORTRAN によって記述されている。Zukas⁴⁶⁾ によれば、最良の解析コードとは、その汎用性・経済性にもまして、ドキュメンテーションの充実にある。現在、広範に使用され直接ユーザの技術的要求に答えている、MARC コードあるいは NASTRAN コードにおいても、ドキュメンテーションの不足は指摘できる。ひとつの解析コードの使用にあたって、6か月程度の講習あるいは練習期間が必要であるのが常識となっている今日、ドキュメンテーションの充実は、そのコードの価値を左右するものといえよう。さらに

ユーザによる取り扱いが簡単な、プリ・プロセッサ及びポスト・プロセッサの充実も重要である。この場合のプリ・プロセッサとは、汎用要素自動分割であり、ポスト・プロセッサとは解析値を直感的に把握できるように図表化するプロセッサ群である。こうした周辺プロセッサが利用できなければ、解析機能がいかに優れていたとしても、そのコードは解析コードとしての意味をもたない。複雑な3次元解析を行なえば、有能な解析者によっても、入力データ作成に最低1~2週間を要し、また、結果の整理に数週間が必要となるだろう。

3.3 現行コード比較

現在、EPIC-3^{46), 47)}, DYNA-3D^{48), 49)}, HONDO-III⁵⁰⁾, などの有限要素法衝撃解析コードの他、NASTRAN⁵¹⁾, MARC⁵²⁾, ADINA⁵³⁾ などの汎用弾塑性有限要素法コードによっても、多くの衝撃解析が行なわれている。また、PISCES⁵⁴⁾, STEALTH⁵⁵⁾ などの有限差分法コードによっても同様の衝撃解析が行なわれている。表1に、昨年日本原子力学会の委託により、日本機械学会キャスク構造解析研究分科会第1小委員会において行なわれた鉛円柱の剛体床への落下に参加した各コードの比較を示す。ここにあげた他にも、多くの有力なコードが存在するが、紙面の都合上割愛する。なお、2次元コードのについての調査論文としては、参考文献(56)がある。

4. 解析例

衝撃問題解析において、最も典型的な解析例について、以下に固体-剛体床、及び爆発を取り扱ったものを具体的に示す。

4.1 使用済核燃料輸送容器コーナ落下解析

核燃料輸送容器 (CASK) は、一般機器より厳しい構造健全性が要求されるが、Charman³⁸⁾ は、2次元及び3次元解析コードを用いてその設計を試みた。現行の規準では、事故時の条件として、30ft 垂直・水平及びコーナ落下を仮定し、その際、CASK が、構造健全性 (ここでは、主に密封、遮蔽などの性能を示す。) を失わないことが義務づけられている。現状において、この規準の確認は、モックアップ試験に頼らざるを得ないのであるが、経済性を考慮すれば、コンピュータコードによるシミュレーションが、近い将来その役割を受け継ぐことになるであろう。Charman³⁸⁾ は、2次元コード (HONDO-II) による水平落下解析及び3次元コード (DYNA-3D) によるコーナ落下解析を行ない、CASK 設計上の指針を作成するた

表 1 各コードの主な特徴と解析使用データ

Name of participants	ANSYS (A)	ANSYS (B)	STEALTH2D	MARC	NASTRAN	PISCES	ABAQUS	ADINA	NEUTDCOI	DYNAX	DYNA3D
Numerical method	FEH	FEH	FDH	FEH	FEH	FDH	FEH	FEH	FEH	FEH	FEH
Type of elements	4-node ring element	4-node ring element	Zone element	4-node ring element	6/8-node solid element	Zone element	4-node ring element	4-node ring element	8-node ring element	4-node ring element	8-node solid element
Method of plastic analysis	Initial strain method	Initial strain method	Wilkins' method	Tangential stiffness method (Marcal's)	BFGS method	Wilkins' method	Newton method	BFGS method	Tangential stiffness method (Marcal's)	Tangential stiffness method (Marcal's)	Tangential stiffness method (Marcal's)
Mesh pattern	4 x 15	4 x 10	6 x 20	3 x 18	4 x 13	10 x 20	6 x 16	6 x 20	4 x 8	4 x 16	4 x 20
Number of degrees of freedom	139	94	273	129	230	441	214	266	242	148	348
Time integration	Modified Houbolt	Modified Houbolt	Explicit central differen. method	Newmark- β method ($\beta=1/4$)	Newmark- β method ($\beta=1/4$)	Explicit central differen. method	Hilber-Hughes-Taylor method	Newmark- β method ($\beta=1/4$)	Newmark- β method ($\beta=1/4$)	Newmark- β method ($\beta=1/4$)	Explicit central differen. method
Time increment	5 μ sec	50 μ sec	Variable (mean: 70 μ sec)	70 μ sec	10 μ sec	Variable (mean: 31 μ sec)	Variable (mean: 250 - 500 μ sec)	20 μ sec	25 μ sec	100 μ sec	10 μ sec
CPU-time per 1 msec	10.8 sec	6.0 sec	37.6 sec	29.1 sec	17.5 sec	2.7 sec	13.2 sec	66.8 sec	56.0 sec	13.9 sec	3.4 sec
Type of computer	CRAY-1	CRAY-1	M-160F	M-280	M-200H	CYBER-176	CYBER-176	M-200H	M-280	M-280	M-200H

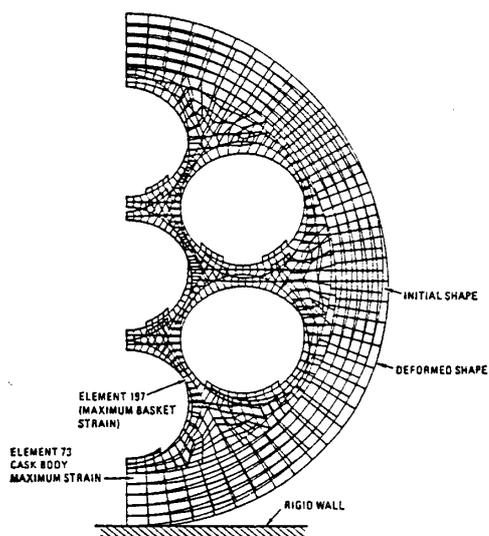


図 5 キャスクの落下衝撃後の変形図 (2次元解析)

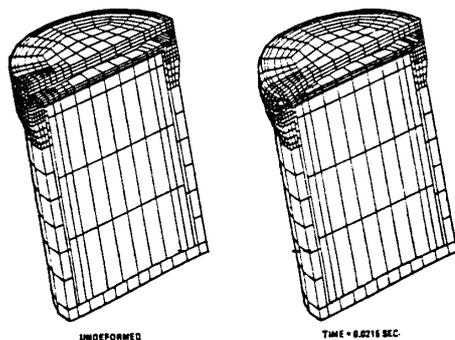


図 6 キャスクの落下衝撃後の変形図 (3次元解析)

めの参考としている。CASK は、外径 100in.、外層内厚 10in. の円筒形状をしており、内部は 26in. 間隔 (正三角形状) に 24in. 径の放射性廃棄物容器 (キャニスタ) を配したアルミ製のバスケットとなっている。2次元解析は、本体のスライスの 1/2 をモデル化した 490要素・668節点で行ない、キャニスタ部は、等質量をもつ剛性ゼロの要素とした。本体とバスケットの間は、衝突及び接触を許すすべり状態を仮定しているが、摩擦は考慮していない。Charman らは、このモデルにより、1) 最大ひずみ、2) 最大応力を与える 2 ケースについて解析を行なった。ケース 1) の変形図を、図 5 図に示す。このような 2次元解析により、水平落下に対する構造健全性を確かめた後、彼らは、さらに、コーナ落下の際の複雑な挙動を、3次元コード DYNA-3D により解析した。内蓋ボルト径を変更する、あるいは、内部に緩衝体を設けるといった設計変更を逐次施しながら、3 ケースについて解析を行ない、幾つかの設計指針を得ている。図 6 に解析モデル及び落下後の変形を示す。Charman らは、これらの解析の結論として、有限要素法衝撃解析コードが、CASK の設計上、有効な解析手段となり得ると述べている。

4.2 爆発解析 -EPIC-3-

軍及び採鉱の分野では、比較的剛な物体が、爆発の後減速されずに遠方まで飛しょうことが要求さ

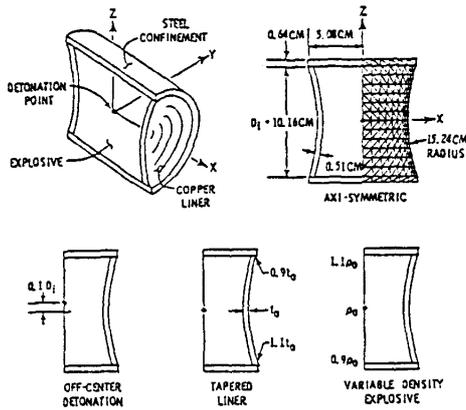


図7 対称・非対称爆発解析ケース説明図

れ、2次元軸対称による解析研究が多く行なわれてきている。G. R. Johnson⁵⁷⁾は、コンピュータ解析によりこの分野での研究を行なっており、EPIC-3コードにより、その3次元的效果を確かめた。図7に示すように、解析は4ケース行なわれている。図8にその結果を示す。解析に用いた物性値のうち、銅容器と銅ライナの塑性流動応力は、それぞれ、0.35GPa., 0.48GPa. であり、爆発力 P は、以下に示すガンマ則により与えられた。

$$P = F(\gamma - 1)E/\bar{V} \quad (14)$$

ここで、 F は燃焼率 ($0 \leq F \leq 1$) であり、 γ は材料定数、 E は、初期単位体積当たりの内部エネルギーである。また、 $\bar{V} = V/V^0$ は、相対体積であり、 V 、 V^0 は、それぞれ、現在及び初期の要素体積を示す。ここでは、 $\gamma = 2.85$ 、 $E = 8860 \text{ J/cm}$ 、要素は、定みずみ四面体要素を用い、1288要素・4392節点としている。全体的に、要素分割がこのような解析としては粗い上に、爆発力に単純なガンマ則を適用したことから、すべてのケースについて精度よく解析されたとは言いが、結果では、4ケースの3次元的效果の違いが明確に示されている。図8によれば、偏心爆発では、爆発圧力が上方にはやく到達し、 $7.6 \mu \text{ sec}$ で、時計回り方向に約 1840 rad/sec の回転速度を得た。しかし、上方ライナと容器の境界から爆発気体がもれたため、相対的に下部の圧力が上昇し、結局、 $200 \mu \text{ sec}$ では、反時計回り方向に 1073 rad/sec の回転速度を得るに至った。

また、テーパ付の場合、あるいは、上下で密度の異なる場合は、その影響により回転速度が生じる。

5. 結言

近年、衝撃現象のシミュレーションが各方面において重要になりつつあることから、有限要素法による衝

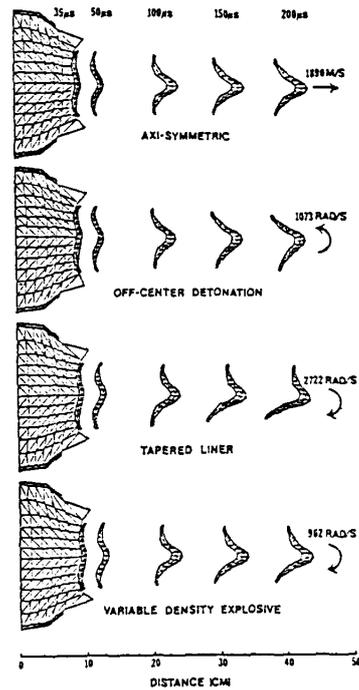


図8 爆発状況解析結果(断面図)

撃解析という観点で、解析手法及びコードの現状を簡単に述べて来た。

今後、この分野の研究は、ますます重要となり、新たな解析手法や、工学的な技術、工夫が発表されるものと思われるが、最後に、現状を踏まえての予測・展望を少し述べておく。

科学計算用の計算機の発達はめざましいものがあり、つい最近にも、従来のノイマン型計算機の計算処理時間を数十倍も上回る非ノイマン型計算機開発の発表がなされている。また、世界的規模で資源の枯渇が問題となっている今日、工学の分野においても、設計全般を計算機シミュレーションに基づきながら、より詳細な解析を行なうことによって構造材料の使用の軽減をはかることは、経済的な観点からも、現実となっている。

こうした要求をうけて、解析手法としては、より詳細な、またより迅速なものが要求される。要素を記述する空間座標系、時間積分法などで、すでに、その傾向が見られるように、今後、ますます、現行の手法の長所の重量をねらったいわゆる混合法が、注目され、研究されていくものと思われる。また、衝撃専用コードの開発が目標とされ、その専用手法が研究されるものと思われる。例えば、Flanagan と Belytshko²⁹⁾ の提案した、直交異方アワグラス抑制定みずみ2次元、3次元要素といった、要素に対する研究や、DYNA-3D

に用いられている Integral Difference Method による一点積分法などは、その先駆けともいえるのである。

参考文献

- 1) eg. C. E. Crede : Shock and Vibration Concepts in Engineering Desin, Plentice-Hall inc. (1965)
- 2) C. M. Harris and C. E. Crede (Eds.) : Shock and Vibration Handbook, McGraw-Hill (1961)
- 3) N. Cristescu : Dynamic Plasticity, North-Holland Pab. (1967)
(邦訳)黒崎英治 : 衝撃塑性, コロナ社 (1970)
- 4) R. W. Clough and J. Penzien : Dynamics of Structures, McGraw-Hill (1975)
(邦訳)大崎順彦他 : 構造物の動的解析, 科学技術出版 (1978)
- 5) T. B. Belytschko : Nuc. Engng. Des., 37, 23/34 (1976)
- 6) J. A. Zukas et. al. (Eds) : Impact Dynamics, John Wiley & Sons (1982)
- 7) C. W. Hirt A. A. Amsden, J. L. Cook : J. Compu. Phys., 14, 227/253 (1974)
- 8) J. Dodea, S. Giuliani, J. P. Hallenx : Compu. Meth. Appl. Mech. Engng., 33, 689/723 (1982)
- 9) K. Miller and R. N. Miller : J. Num. Anal., 18, 1019/1032 (1981)
- 10) K. Miller : SIAM, J. Num. Anal., 18, 1033/1057 (1981)
- 11) R. J. Gelinas, S. K. Doss and K. Miller : J. Compu. Phys., 40, 202/249 (1981)
- 12) J. C. Houbolt : J. Aero. Sci., 17, 540/550 (1950)
- 13) N. M. Newmark : J. Engng. Mech. Div., 85, 67/94 (1959)
- 14) H. M. Hilber, T. J. R. Hughes and R. L., Taylor : Earth. Engng. Struct. Dyna., 5, 283/292 (1977)
- 15) H. M. Hilber and T. J. R. Hughes : Earth. Engng. Struct. Dyna., 6, 99/117 (1978)
- 16) W. Herrmann, in T. C. T. Ting et. al. (Eds.) : Nonlinear Wave in Solids, National Science Foundation (1977)
- 17) T. B. Belytschko and R. Mullen : Int. J. Num. Meth. Engng. 12, 1575 (1978)
- 18) K. C. Park : J. Appl. Mech., ASME, 47, 370/376 (1980)
- 19) T. J. R. Hughes and W. K. Liu : J. Appl. Mech., ASME, 45, 371/374 (1978)
- 20) T. J. R. Hughes and W. K. Liu : J. Appl. Mech., ASME, 45, 375/378 (1978)
- 21) 相沢, 矢川 : 機械学会講演論文集, 830-1, 164/166 (1983)
- 22) T. B. Belytschko, H. J. Yen and R. Mullen : Compu. Meth. Appl. Mech. Engng., 17/18, 259/275 (1978)
- 23) J. P. Wright : Compu. Struct., 10, 235/238 (1979)
- 24) W. K. Liu : Int. J. Num. Meth. Engng., to appear (1983)
- 25) D. M. Trujillo : Int. J. Num. Meth. Engng., 11, 1579/1592 (1977)
- 26) K. C. Park : J. Appl. Mech., ASME, 49, 589/593 (1982)
- 27) T. J. R. Hughes, I. Levit and J. Winget : To appear in Compu. Meth. Appl. Mech. Engng. (1983)
- 28) T. B. Belytschko : Trans. SMIRT, 7th International Conference in Chicago, 1, 549/556 (1983)
- 29) D. P. Flanagan and T. B. Belytschko : Int. J. Num. Meth. Engng., 17, 679/706 (1981)
- 30) W. Herrmann : in E. Varley (Ed.), Propagation of Shock Wave in Solids, ASME (1976)
- 31) — Response of Materials and Mettalic Structures to Dynamic loading, National Materials Advisory Boad (NMAB), NMAB-341 (1978)
- 32) — Materials Response to Ultra-High Loading Rates, NMAB, NMAB-356 (1980)
- 33) 山田 (主査) : 非弾性解析の設計への適用方法に関する研究(II), 日本機械学会 (1981)
- 34) 島村 (主査) : 使用済核燃料輸送容器の構造解析プログラムの開発整備に関する調査報告書(I), 日本機械学会 (1982)
- 35) 島村 (主査) : 使用済核燃料輸送容器の構造解析プログラムの開発整備に関する調査報告書(II), 日本機械学会 (1983)
- 36) W. Herrmann and R. J. Lawrence : J. Engng. Mat. Tech., 100, 84 (1978)
- 37) L. D. Bertholf : J. Appl. Phys., 46, 3776 (1975)
- 38) C. M. Charman, R. M. Grenier and R. E. Nickell : Compu. Meth. Appl. Mech. Engng., 33, 759/784 (1982)
- 39) in S. P. Timoshenko and J. N. Goodier : Theory of Elasticity, Third Edition, McGraw-Hill (1970)
- 40) J. J. Kalker : in proc. Sympo. IUTAM, 1/25 (1974)
- 41) 矢川ほか : 日本機械学会編文集, 48, 454/466 (1982)
- 42) 浅野 : 機械学会論文集, 49-439, 322/330 (1983)
- 43) J. O. Hallquist : L. L. L., UCID-17268, Rev. 1(1979)
- 44) G. R. Johnson et. al. : Air Force Armament Lab., AFATL-TR-78-81 (1978)
- 45) T. B. Belytschko : Nuc. Engng. Des., 37, 23 (1976)
- 46) G. R. Johnson : J. Appl. Mech., ASME, 44, 771/773 (1977)
- 47) G. R. Johnson : J. Appl. Mech., ASME, 44, 95/100 (1977)
- 48) G. L. Goudreau and J. O. Hallquist : in proc. 5th Int. Semi. Compu. Aspec. FEM, Berlin (1979)
- 49) J. L. Goudreau and J. O. Hallquist : Compu. Meth. Appl. Mech. Engng., 33, 725/757 (1982)
- 50) S. W. Key : Special Lecture on Shock Analysis, Analysis, HOND 3. JSME, Tokyo (1983)
- 51) C. W. McCormick (Ed.) : The NASTRAN User's Manual (level 5), 1-3 (1972)

(以下28ページに続く)