≪展望・解説≫

破壊のシミュレーション

白　鳥　正　樹*

ABSTRACT The fundamentals of the linear elastic fracture mechanics are overviewed. And the methods of evaluating the stress intensity factor by the finite element method are summarized. Finally some examples of the computer simulation of fatigue crack propagation initiated from a surface crack are illustrated.

1. はじめに

破壊とは物体が2つ以上に分離する現象をさし，大は構造物の破壊から小は原子面の分離に至るまで，さまざまなスケールで眺めることができる．したがってその現象は極めて複雑で，破壊機構を一言で論じることは不可能である．**図1**は種々のスケールで眺めた破壊の様相について， McClintock[1] が整理してまとめたものである．すなわち一番右側の 10cm のオーダーは実験室における材料試験のオーダーで，通常の材料力学的手法によって破壊条件を定めるための，引張り試験，疲労試験，クリープ試験等がこの部分に相当する．その隣の $1\sim10^{-1}$cm のオーダーは構造部材に発生するき裂に注目して，き裂先端の特異性が問題となる範囲である．この範囲の議論においては，いわゆる破壊力学的手法が適用されてある程度の成功を収めている．それ以下のスケールでは金属の結晶構造等の材料のミクロな非均質性が問題となり，この範囲においては，破壊の発生と伝播の機構に関して，種々のモデルが提案されているものの，まだ定量的に全体像を把握するまでに至っておらず，未知の部分が多い．

本稿においては，き裂先端の特異性に注目した破壊力学的手法の考え方と，この手法に基づくコンピュータ・シミュレーションの方法およびその成果について述べてみたい．

2. 破壊力学の立場

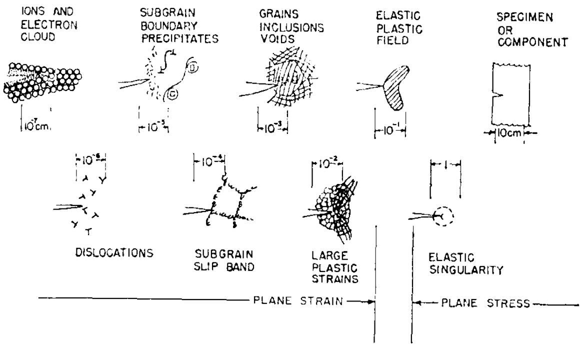


図1　種々のスケールで見た破壊の様相

破壊力学はき裂を含む部材の応力解析と破壊靱性試験との2本の柱から成っており，したがって基本的には構造物の応力解析と材料試験の2つからなる材料力学的手法の一分野であるということができる．すなわち材料力学においては構造物中の応力集中部等における最大応力 σ_{max} を応力解析により求め，これと材料試験から得られた材料強度パラメータ（例えば降伏応力 σ_Y，引張り強さ σ_B 等）から

$$\sigma_{max} \leqq \sigma_Y/F \qquad (1)$$

となるように設計を行う．ここにFは安全率で，外力を推定する際の不確かさ，構造物のモデル化と応力解析によって生じる誤差，および材料自身の強度のばらつき等を考慮して，それぞれの場において経験的に定められている．き裂のまわりの弾性応力場は一般に σ_{max} が無限大となるために，式（1）をそのままの形で適用することはできない。したがってき裂近傍の弾性応力場を特性づけるパラメータKを用いて式（1）の代わりに

$$K \leqq K_c/F \qquad (2)$$

により脆性破壊を防止する条件を記述しようとする立

Simulation of Fracture. By *Masaki Shiratori* (Dept. of Mechanical Engng. and Material Science, Yokohama National University)
＊横浜国立大学工学部　生産工学科

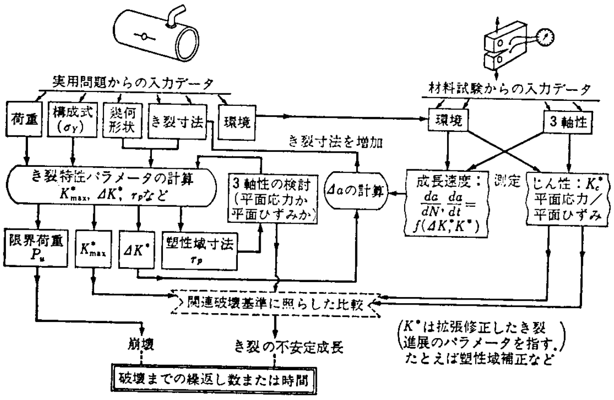


図2　き裂のある部材および構造物の健全性評価

場が，いわゆる線形破壊力学と呼ばれるものである．ここにパラメータKは応力拡大係数（Stress Intensity Factor）と呼ばれ，き裂を含む部材形状および外力に依存する量であるのに対して，K_cは破壊靱性（Fracture Toughness）と呼ばれ，与えられた温度および環境の下で材料に固有の値を持つ量である．

線形破壊力学は1957年に米国の Irwin[2] により提唱されて以来活発な研究が行われ，新たな学問体系として完成しつつある．この方法は基本的に弾性解析に基づくパラメータKにより破壊条件が記述されるので，き裂先端近傍に生じる塑性域がき裂や他の部材寸法に比べて十分に小さい，いわゆる小規模降伏の範囲での破壊の問題に対して有効である．小規模降伏における破壊現象としては，先にあげた脆性破壊の他に，疲労破壊および環境強度の問題等があり，実際にこの方面の破壊防止設計に対して線形破壊力学が応用されるようになってきている．疲労あるいは環境強度の問題に対しては，き裂伝播速度 da/dN あるいは da/dt（a：き裂長さ，N：外力繰返し数，t：負荷時間）がKあるいはその振幅 ΔK の関数であるとして

$$da/dN=\mathrm{f}(\Delta K, K) \quad \text{あるいは} \quad da/dt=f(K) \qquad (3)$$

によって破壊条件が記述されている．

ここで線形破壊力学が実際にどのような形でとり入れられているか，いま少し詳しく述べてみよう．**図2**はき裂を含む構造物の健全性評価を行うための手順を示したものである[3]．左上の図は実構造物を表わしており，超音波探傷法，磁気探傷法，あるいはアコースティック・エミッション法等の各種非破壊検査法により，この構造物の部材の一部にき裂が発見されたものと想定しよう．このき裂はその後の外力変動あるいは応力腐食等により徐々に成長し，遂には不安定な最終破断をひき起こす危険がある．現時点において，あとどの位の使用期間の後に不安定な破壊が生じるのかを予測することが重要な課題となる．これは図2に従って以下の手順で行えばよい．

(1) 予想される外力に対して構造物中のき裂のK値あるいは ΔK 値を求める．

(2) この構造物と同じ材料を用いて同じ使用環境下で破壊靱性試験を行い，式(2)の K_c および式(3)の関数形の具体的な形を求める．これは普通はこの構造物を設計する段階で行われる．

(3) (1)で計算した K_{max} と(2)で求めた K_c とをつき合わせて，式(2)の条件が満足されるかどうか調べる．

(4) またこの際破壊は不安定なき裂の伝播だけでなく，塑性不安定によっても生じることを考慮して，この材料の降伏応力と部材形状とから塑性崩壊荷重 P_u を求めておき，外力がこれより大きいか否か調べる．

(5) (3)，(4)の調査によりこのき裂はまだ安定であると判断された場合，一定期間ごとに式(3)を積分してき裂の伝播量 Δa を求める．

(6) このき裂の伝播により，き裂まわりの最大応力拡大係数 K_{max} あるいは塑性崩壊荷重等が変化するので，改めて(3)，(4)によりこのき裂が安定か否かを調べる．

(7) (5)，(6)の操作を繰返すことにより，あとどれだけの期間外力が負荷されると，この構造物が不安定破断をひき起こすかをある程度予測することができる．

以上が稼動時における破壊の予知に，線形破壊力学がどのように応用されるかを示したものであるが，一般に線形破壊力学は稼動時のみではなく，設計，材料の選択あるいは破壊事故の診断等に際しても広くとり入れられるようになってきている．

上に見たように線形破壊力学の方法においては，応力拡大係数Kというひとつのパラメータにより破壊条件が記述できること（one parameter fracture criterion の概念）が前提になっており，これによりき裂を含む部材の強度の推定が可能となる．したがって破壊力学は実構造物あるいは試験片におけるこれらのパラメータの解析と，これらのパラメータで記述された破壊靱性値を求める材料試験という2本の柱からなることはすでに述べた通りである．

なお大規模な塑性変形を伴う高靱性材料に対する破壊を記述するパラメータとしては，J積分，COD（き裂開口変位（crack opening displacement）），ティアリングモデュラスT等が提案され，現在精力的に研究

が行われている.

3, 応力拡大係数の解析

3.1 応力拡大係数の定義とその性質

一般にき裂先端近傍の応力場は基本的な3つの型に分類することができ，その各々は**図3**に示す3つの変形モードに対応している．Irwin は図3に示したそれぞれの変形様式に対する応力場および変位場を，2次元弾性論における Westergaard の方法[4)]を用いて陽な形で導びいている．ここでは簡単のため最も重要なモード I 変形に対する結果のみを示す.

$$\left.\begin{aligned}\sigma_y&=\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\left(1+\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)\\ v&=\frac{K_I}{G}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\sin\frac{\theta}{2}\left(2-2\nu-\cos^2\frac{\theta}{2}\right)\end{aligned}\right\}\tag{4}$$

ただし，座標および応力成分に関して**図4**の記号を用い，き裂先端を原点とする極座標 (r,θ) は $x-y$ 面内にとるものとする．また上式における G,ν はそれぞれせん断弾性係数およびポアソン比である．式(4)は平面ひずみに対する結果であるが，平面応力の場合には変位 v に関する表示式においてポアソン比 ν を $\nu/(1+\nu)$ でおきかえればよい．式(4)は r に関する高次の項を無視することにより得られる．したがってこの式は r がき裂長さとかリガメント長さ等の $x-y$ 面内のこの物体に関係した寸法に比べて十分に小さい場合によい近似を与えるものと考えることができる．また r が0の極限ではこれらは厳密解となっている．式(4)中のパラメータ K_I はモード I 変形に対応する応力拡大係数と呼ばれている．この応力拡大係数は座標 (r,θ) には依存せず，したがって応力場の強さには影響するが，分布の形には影響を与えないという点に注意を払っておくことが大切である．式(4)を次元解析の立場から眺めてみると，弾性体の場合，応力拡大係数は外力の大きさに比例し，またき裂を含む物体の形状に依存していることがわかる．無限板中の長さ $2a$ のき裂に対して遠方で σ_0 の一様引張応力を受ける場合

$$K_I=\sigma_0\sqrt{\pi a}\tag{5}$$

で与えられる.

完全弾性体においてき裂が α だけ伝播した場合のエネルギー解放率は**図5**を参考にして

$$\mathcal{G}_I=\left.\frac{dU}{dA}\right|_{\text{変位固定}}=\lim_{\alpha\to 0}\frac{2}{\alpha}\int_0^{\alpha}\frac{\sigma_y v}{2}dx\tag{6}$$

上式の σ_y および v は式(4)においてそれぞれ $r=x$, $\theta=0$ および $r=\alpha-x$, $\theta=\pi$ を代入することによって

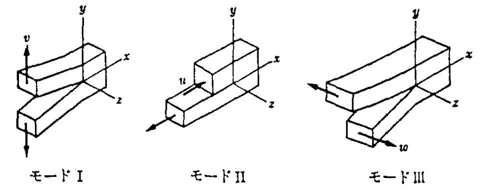


図3 基本的な3つのき裂変形様式

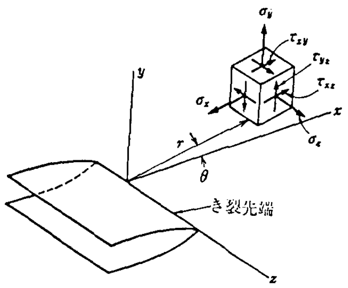


図4 き裂先端の局所座標と応力成分の定義

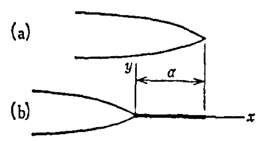


図5 弾性き裂の進展

得られる．これらの値を代入して積分を実行すれば

$$\mathcal{G}_I=\frac{1-\nu}{2G}K_I^2=\frac{1-\nu^2}{E}K_I^2\tag{7}$$

だたし $E=2G(1+\nu)$ は縦弾性係数を表わす．式(7)はエネルギー解放率と応力拡大係数の間に直接の関係があることを示している.

3.2 有限要素法による応力拡大係数の解析

一般に応力拡大係数の解析はき裂を含む弾性体の解析によって行われ，その方法には古典的な弾性理論に基づく方法，転位の連続分布によるき裂モデルを用いる方法，選点法，体積力法および境界要素法等がある．比較的簡単な形状に関する応力拡大係数は既に種々の方法で求められ，それぞれに対して図表が準備されている．しかし実際の3次元構造物への応用を考えるとき，解析は極めて複雑となり，個々の問題に対して有限要素法を用いて K 値の解析をしなければならない場合も多い．ここでは有限要素法が K 値の解析にいかに応用されるかについて述べる.

有限要素法により K 値を求めるには以下のような方法が提案されている.

直接法：変位法，応力法

エネルギ法：全エネルギ法，VCE 法，J 積分法

重ね合せ法：山本の方法，特異要素の使用等

以下主な方法についてその概要を述べる．詳細については文献(5)を参照されたい.

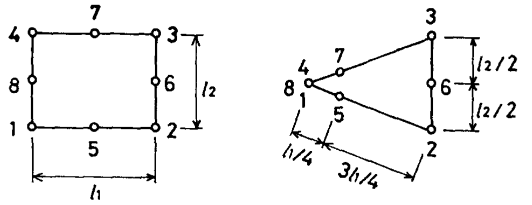


図6　Barsoum の特異要素

直接法　有限要素解析の結果得られたき裂先端近傍の応力あるいは変位の値を直接式(4)に代入してK値を求めるもので，応力を用いるか変位を用いるかによってそれぞれ直接応力法と直接変位法とに分けられる．この場合，代入すべき応力あるいは変位の値はそれぞれ $\theta=0$ あるいは $\theta=\pi$ に対する値を用いる．一般に使用されている汎用の有限要素法のプログラムは節点変位を未知パラメータとする変位法のプログラムが多く，これから得られる結果は変位の方が応力よりも精度の点で信頼性が高い．したがってこれらの値を代入して得られるKの値についても，変位に基づくものの方が応力に基づくものより精度が良い．

ところで直接法によりK値を求める場合，有限要素法によって求められた解がき裂先端近傍において十分に精度の良いものでなければならない．一般の要素を用いた場合，式(4)で表わされるような $r^{-\frac{1}{2}}$のオーダーの特異性を表現することはできない．そのためにき裂先端近傍では応力と変位の精度はそれほど期待できず，したがってこれから求められるK値の精度もあまり良いとは言えない．したがって直接法によりK値を求める場合，以下に述べるような解の精度を改善するための工夫が行われている．

(1)　き裂先端からの距離rの異なる点で式(4)によりK値を計算し，Kとrの関係をプロットして$r\to 0$ に外挿した点のK値を以てこのき裂のK値とする（外挿法）

(2)　変位分布として式(4)を用いる代りに高次の項まで含めた式

$$v=a\sqrt{r}+br \qquad \left(a=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\frac{1-\nu}{G}K_I\right)$$

を考え，有限要素法により得られる2つの節点のき裂開口変位より未定係数 a, b を定めてK値を求める（2点変位法）

(3)　き裂先端で $r^{-\frac{1}{2}}$の応力の特異性を表現できる特異要素を使用する．

エネルギ法　弾性体におけるき裂の伝播に伴うエネルギ開放率$\mathcal{G}$とK値は式(7)の関係で結ばれる．一方 δA のき裂伝播に伴うひずみエネルギの変化を δU とすれば

$$\mathcal{G}=-\frac{\partial U}{\partial A}\ \text{(変位拘束の場合)},\ \text{または}\ \mathcal{G}=\frac{\partial U}{\partial A}\ \text{(外力一定の場合)} \qquad (8)$$

と表わすことができる．したがって有限要素法の結果から式(8)により$\mathcal{G}$が求まれば，これと式(7)の関係から応力拡大係数を求めることができる．有限要素法により$\mathcal{G}$の値を求める場合，次に述べる2通りの方法がある．

(1)　き裂面積がAおよび $A+\delta A$ の2種類の問題について，それぞれ弾性解析を行い，両者のひずみエネルギの差 δU を求める．

(2)　き裂伝播量を一節点分とせず，き裂先端の座標を適当にずらすことによってき裂を伝播させる．この操作によって変化する剛性はき裂先端を囲む要素のみであるから，消去法により連立一次方程式を解く場合には，前進消去の過程にこのき裂伝播の操作を組み入れることにより，一回の解析で δU を求めることができる（VCE 法）．

Barsoum の特異要素　2次元問題において普通の8節点アイソパラメトリック要素では図6(a)に示すように辺の中点に節点がある．この要素において節点1,8,4 を1点に合体させるとともに節点5,7をそれぞれ辺の4分の1の位置へずらすことにより，$r^{-\frac{1}{2}}$ と r^{-1} のひずみの特異性を同時に持つ要素をつくることができる．したがってこの要素は弾性体および加工硬化のない完全塑性体に応用できる．このアイソパラメトリック要素はプログラム段階では特別の工夫を必要とせず，データを準備する段階で図6に示すように節点と座標を選ぶだけであるから，広く用いられている汎用プログラムをそのままの形で使用できる利点がある．なお3次元問題においては2次の形状関数を持つ20節点アイソパラメトリック要素に対して同様の操作を行えばよい．この要素を提案者の名をとって Barsoum の特異要素という．

4.　3次元表面き裂の応力拡大係数

4.1　影響関数法

線形破壊力学は手法としては確立したものの，現場の設計技術者にとっては従来からある材料力学的手法ほど気軽に使える道具とはなり得ていない．その理由の1つとして，実構造部材に存在するき裂が主として表面き裂等の3次元的形態をしており，そのK値の解析には複雑な3次元応力解析を必要とすることが挙げられる．特にき裂は切欠き部，溶接部等に存在するこ

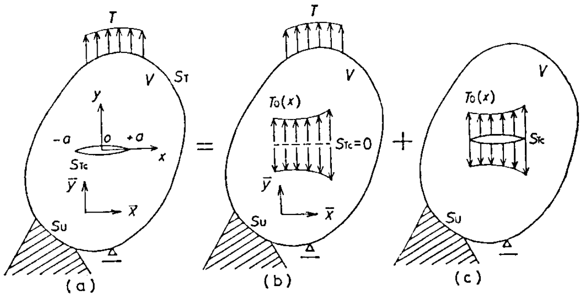


図7　重ね合わせの原理

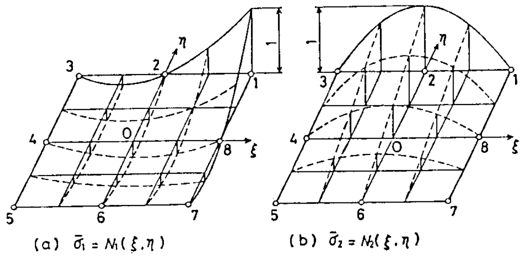


図8　単位分布力

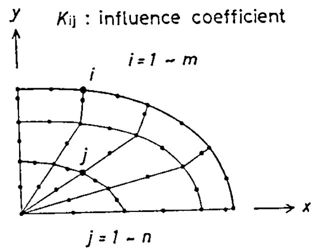


図9　影響係数 K_{ij} の定義

とが多く，また熱負荷や遠心力を含め外力形態も多様である．このように多様な個々の問題に対して，き裂のK値のデータが現場の技術者に使い易い形で整備されていない点に1つの問題がある．近年発展してきた影響関数法の手法は，このようなニーズに応えるべく生れてきたものである．この手法は最初 Besuner[6]により提案されたもので，彼は境界要素法を用いると，任意分布力を受ける問題に対してき裂前縁のK値の平均値が簡単に求められることを示した．米国ではこの手法を基にしてK値の汎用解析コード BIGIF (Boundary-Integral-equation-Generated Influence Function) が開発されている．これに対して著者ら[7]の提案した方法は，き裂前縁の各点におけるK値の評価が可能であり，より汎用性がある．以下にその概要を述べる．

本手法の基礎は図7に示す重ね合わせの原理に基づいている．すなわち図7(a)に示すような任意の外力Tを受けるき裂を有する弾性体の問題（熱応力や残留応力の問題も含む）は，同図(b)に示すき裂のない弾性体が外力Tを受ける問題と，(b)の仮想き裂面に生じる分布力 T_0 と等値逆符号の $-T_0$ なる分布力をき裂面 S_{TC} に受けるき裂材の問題（同図(c)）の和として与えられる．したがって(a)で示される問題のK値は(c)で示される問題のK値と等しく，き裂面上で任意分布力を受けるき裂材のK値を求める手法を開発しておけば十分である．

著者らの提案した影響関数法によれば，上記問題を以下の手順で効率的に解析することができる．

(1)　き裂面に形状関数で表わされる単位分布力を負荷した場合のK値のリスト K_{ij} を予めつくっておく．この単位分布力はき裂面上の1つの要素に注目した場合，図8に示す分布を持ち，これを式で表わせば

$$\bar{\sigma}_j(\xi,\eta)=N_j(\xi,\eta) \tag{9}$$

となる．ただしK値の解析には2次の形状関数を持つ20節点アイソパラメトリック要素で構成される3次元有限要素法プログラムを使用し，式(9)の $N_j(\xi,\eta)$ はこの要素の1つの面上における2次元の形状関数である．この単位分布力の概念を用いると，き裂面上のある要素の面に分布する任意分布力は

$$\sigma(\xi,\eta)=\sum_{j=i}^{\infty}N_j(\xi,\eta)\sigma_j \tag{10}$$

で近似できる．ここに σ_j は任意分布力の節点 j における値である．一方 K_{ij} は図9に示すようにき裂面上の節点 j に単位分布力を作用した場合のき裂前縁の節点 i におけるK値を表わし，これをKの影響係数と呼ぶ．

(2)　き裂のない部材の応力解析を行い，仮想き裂面上の応力分布を求める．この解析により式(10)の σ_j が求められる．

(3)　上記(1)で求めた影響係数 K_{ij} のリストと(2)で求めた σ_j のリストから，き裂面上で任意に分布する表面力を受ける問題のK値は

$$K_i=\sum_{j=1}^{n}K_{ij}\sigma_j \tag{11}$$

で与えられる．ここにnはき裂面上の節点の数である．

上記手法によれば，予め(1)の操作により影響係数 K_{ij} のリストが作られていれば，(2)以下の操作は熱応力，体積力あるいは残留応力等を含む任意荷重の問題に簡単に適用できる．また上記(1)のステップにおいては，き裂面上の節点数をnとすれば，剛性方程式における荷重ベクトルがn個存在することになり，一般には連立一次方程式をn回解く必要がある．しかし

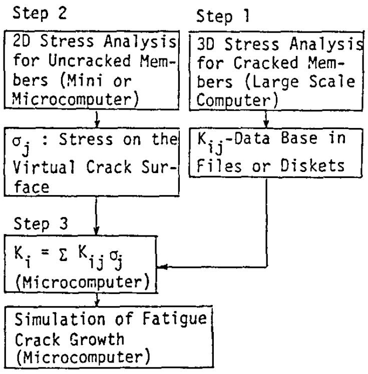


図10 影響関数法の計算の流れ

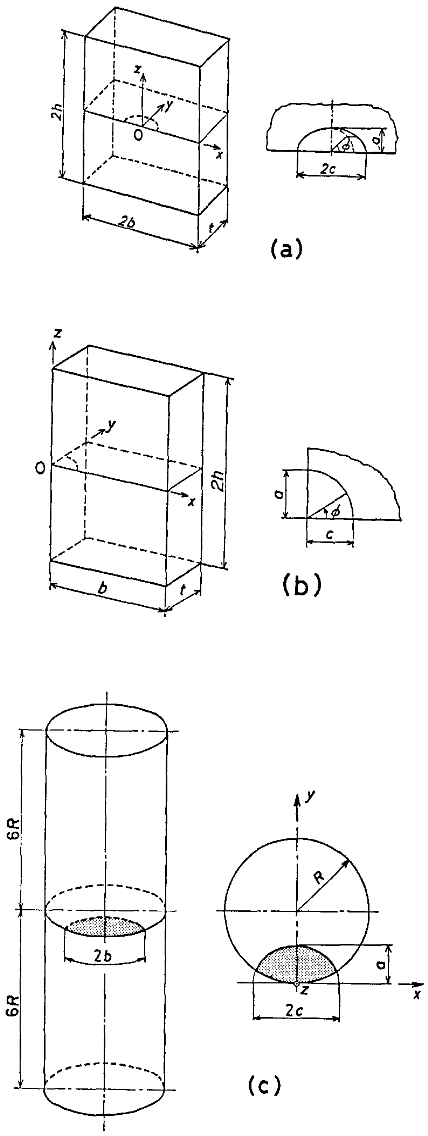


図11 試験片形状

（a） 半楕円表面き裂を持つ平板
（b） 4分の1楕円表面き裂を持つ平板
（c） 半楕円表面き裂を持つ丸棒

系全体の剛性マトリックスは荷重ベクトルによらず不変であるため，前進消去過程（Wave Front 法を用いている）は1回のみで良く，荷重ベクトルが n 本あることによる計算時間の増加は微小である．ここに開発したプログラムにおいては，荷重ベクトルを最大100本まで並べて，一度の前進消去により同時に100種類までの荷重に対して解で得られるように工夫した．これを式で表わせば

$$\{F_1, F_2, \cdots, F_j, \cdots, F_n\} = [K]\{\delta_1, \delta_2, \cdots, \delta_j, \cdots, \delta_n\} \tag{12}$$

ここに $\{F_j\}$ はき裂面上の節点 j における単位分布荷重に対する等価節点力ベクトル，$\{\delta_j\}$ は $\{F_j\}$ に対応する節点変位ベクトルである．また $[K]$ は系全体の剛性マトリックスである．上式から $\{\delta_j\}$ $(j=1\sim n)$ が求まれば，$\{\delta_j\}$ のうちのき裂面上の変位成分を用いて変位法と外挿法の組み合わせにより $\{F_j\}$ に対応するき裂前縁の節点 i における応力拡大系数の値 K_{ij} を求めることができる．

上に述べた計算の流れをまとめると**図10**のようになる．図において Step 1～3 はそれぞれ上記 (1)～(3) の各ステップに相当する．実際には K_{ij} のデータは次節で示すような荷種類かの代表的なき裂形状に対してのみ求められるので，任意寸法のき裂（き裂深さ比 a/t およびアスペクト比 a/c が任意の値を持つき裂）に対しては，すでに得られている K_{ij} のデータから線形補間により K_i が求められるよう工夫されている．このように任意分布力を受ける任意寸法のき裂に対してパソコン上で K の分布が簡単に求められるので，これを用いれば疲労き裂伝播寿命予測のシミュレーション等を行うことができる．

4.2 影響係数 K_{ij} データベースの作成

本手法において最も手間のかかる部分は上記(1)の影響係数 K_{ij} を求める作業である．したがって主たるき裂形状に対して予め K_{ij} のリストを求め，これがデータベースとして簡単に利用できる形に貯えられていれば，後の(2)および(3)の作業はミニコンあるいはマイコン程度のコンピュータで簡単に行うことができる．本節では著者らが開発した3次元有限要素法プログラム（CRACK 3D）を用いて，主たるき裂形状に対して K_{ij} のデータベースを作成した結果について述べる．

解析の対象としたのは**図11**に示す平板中の半楕円表面き裂，4分の1楕円コーナき裂，および丸棒中の半楕円表面き裂の3種類である．前2者の場合は

$$c/b=0.2, \quad c/h=0.2$$

を一定に保ち，き裂深さ比 a/t およびアスペクト比 a/c を

$a/t=0.1,\quad 0.2,\quad 0.4,\quad 0.6,\quad 0.8$

$a/c=0.2,\quad 0.4,\quad 0.6,\quad 1.0,\quad 2.0$

のように変化させ，それぞれ25通りの解析を行った．一方丸棒中の半楕円表面き裂の場合は

$a/R=0.1,\quad 0.2,\quad 0.4,\quad 0.6,\quad 0.8,\quad 1.0$

$a/c=0.2,\quad 0.4,\quad 0.6,\quad 1.0$

の24通りの解析を行った．解析に供した材料定数は鋼を想定して

縦弾性係数　$E=2.06\times10^5[MP_a]$

ポアソン比　$\nu=0.3$

とした．

解析の結果得られる K_{tj} のデータは膨大な量となり，これを直接図表の形で示すことは不可能であり，また意味がない．これらのデータはマイコンのディスケット上に収められており，必要に応じてとり出すことができる．き裂面上の代表的な分布力に対して，式(11)のアルゴリズムにより合成されたKの分布が文献(7,8,9)に示されている．

5. 疲労き裂伝播のシミュレーション

5.1 計算の流れ

疲労き裂伝播の解析は Paris 則

$$\frac{da}{dN}=C(\Delta K)^m \tag{13}$$

を積分することによって行う．ここに C, m は材料定数，ΔK は

$$\Delta K=\begin{cases}K_{\max}-K_{\min} & (K_{\min}>0)\\ K_{\max} & (K_{\min}\leqq 0)\end{cases} \tag{14}$$

により与えられる応力拡大係数範囲である．$K_{\max}$ および $K_{\min}$ はそれぞれ荷重1サイクル中の最大応力および最小応力に対応する応力拡大係数の値である．

半楕円表面き裂の場合，“進展するき裂形状は常に半楕円形状を保つ”ことを仮定し，き裂深さ方向と幅方向の進展を考えた．すなわち式(13)から

$$\begin{aligned}&\text{深さ方向に対して}\quad \Delta a=C(\Delta K_a)^m\Delta N\\ &\text{幅方向に対して}\quad \Delta c=C(\Delta K_c)^m\Delta N\end{aligned} \tag{15}$$

上式を用いてき裂伝播解析は以下のように行われる．

(1) 材料定数（C, m値），初期き裂寸法（a_0, c_0），板厚t（丸棒の場合は軸半径R），応力分布（$\sigma_{\max}$, $\sigma_{\min}$），ΔN 等の入力．

(2) 与えられた応力分布に対して，影響関数法によりK値の表を作成する．これにより前節で解析した代表的な寸法のき裂に対して $K_{\max}$ と $K_{\min}$ の表ができる．

(3) 与えられたき裂寸法(最初は a_0, c_0)に対して ΔK_a, ΔKc を求める．これは上記の表のデータを線形補間することにより得られる．

(4) 式(15)により与えられる ΔN に対して $\Delta a, \Delta c$ が求まるので

$N=N+\Delta N,\quad a=a+\Delta a,\quad c=c+\Delta c$

によりき裂を伝播させる．

(5) (3)，(4)，を繰り返すことにより $a-N$ 曲線，$c-N$ 曲線が求まる．パソコン上ではこれをディスプレイ上に図形出力し，刻々の変化を追えるように工夫した．

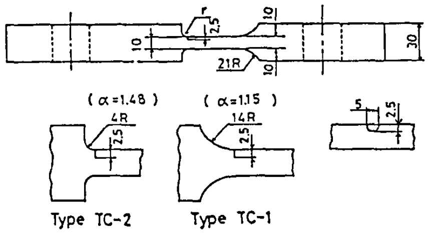


図12　表面き裂を持つ段付板

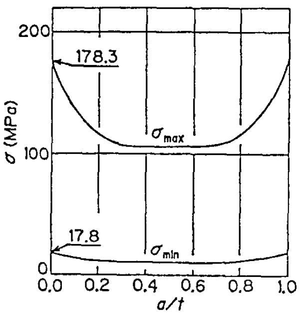


図13　仮想き裂断面上の応力分布

5.2 段付部に発生した表面き裂部材の寿命評価

安藤ら[10]は HT80 材の平滑材（引張りおよび曲げ）および段付材（引張り）における表面き裂の進展曲線を実験により求めている．ここでは複雑な応力場に対する解析例として段付板の表面き裂を考え，安藤らの実験結果と比較した．試験片形状は図12に示す段付板で，フィレット部に $a_0=2.5$mm, $2c_0=5$ mm の表面き裂を入れて，ピン荷重で片振り引張り（応力比$R=0.1$）を負荷して，疲労によるリーク寿命（表面き裂が板厚を貫通するまでの寿命）を求めている．Type TC-2 の場合，き裂がない場合の仮想き裂断面上の応力分布は2次元解析により簡単に求められ，図13のようになる．この応力分布に対して，すでに述べた影響関数法の手法を用いれば，任意寸法の半楕円表面き裂に対して簡単にK値（$K_{\max}$ および $K_{\min}$）が求められるので，前節で述べた手続きにより疲労寿命の予測が

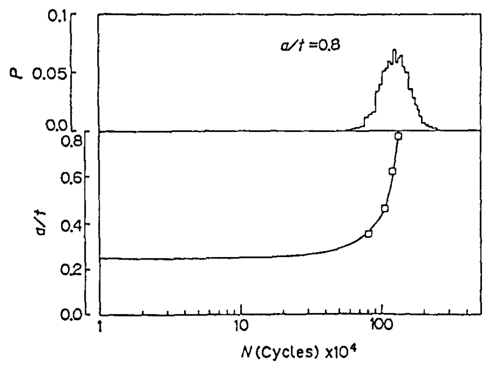


図14 き裂進展曲線と，$a/t=0.8$となる寿命の分布

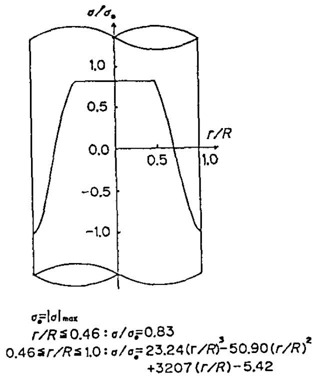
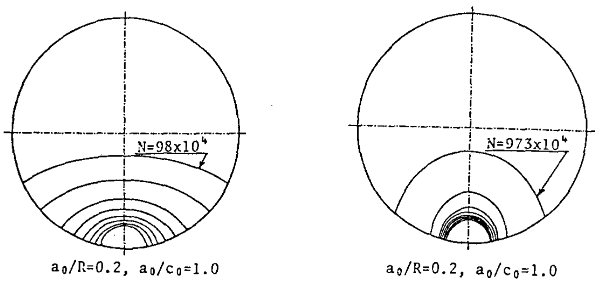


図15 残留応力分布



（a） 残留応力なし　　（b）残留応力あり

図16 回転軸における表面き裂の進展

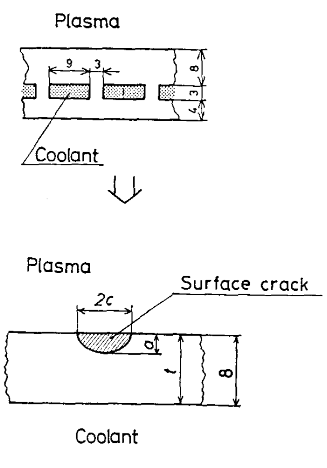


図17 リブ型核融合炉第一壁とそのモデル化

可能となる．

解析に供した材料定数は，安藤らの実験結果から

$$m=3.14,\quad C=2.68\times10^{-12}\ \text{(SI 単位)}$$

とし，特にCについては材料のばらつきを考慮して，標準偏差$\sigma=0.24$を持つ対数正規分布を仮定して乱数を発生させ，表面き裂のリーク寿命に対するモンテカルロシミュレーションを行った．

図14にシミュレーション結果を示す．図の上半分は$a/t=0.8$に達した場合の寿命の確率密度分布を表わし，これはモンテカルロシミュレーションにおいて，3000回の試行により求めた結果である．一方，図の下半分において□印は安藤らが実験によって求められたき裂伝播曲線であり，実線は3000回の試行のうち代表的なシミュレーション曲線である．

5.3 回転軸中の表面き裂

丸棒に表面き裂を想定し，これに繰返し回転曲げ負荷を与えたときのき裂進展解析を行った．丸棒中には予め**図15**に示すような焼入れ残留応力がある場合とない場合の2種類について解析を行い，残留応力の影響について考察した．解析に供した試験片寸法，応力，材料定数等の諸元は以下のように与えた．

外径　$2R=50\text{mm}$

$\sigma_0=100\text{MP}_a,\quad \sigma_b=150\text{MP}_a$

$m=3.91,\quad c=2.40\times10^{-13}$ (SI 単位)

ここにσ_0は図15における残留応力の最大値の絶対値，σ_bは最大曲げ応力を表わす．**図16**はシミュレーション結果を示すが，表面近傍の圧縮残留応力の影響が顕著にあらわれているのがわかる．

5.4 高熱負荷を受ける核融合炉第一壁における表面き裂伝播のシミュレーション

トカマク型核融合炉においては，プラズマディスラプションを想定した第一壁の強度評価が重要な課題となる．ここでは特にディスラプションによる高熱負荷を繰返し受けた場合に，プラズマ側に発生する表面き裂の伝播挙動について考察した．

次期核融合炉 *FER* において現在考えられている第一壁の構造は**図17**に示すようなリブ型をしており*，これを板厚8mmの板で近似した．プラズマディスラプションによりプラズマ側に瞬間的な高熱負荷が作用すると，第一壁のプラズマ側表面は膨張して降伏応力を越える大きな圧縮応力を受け，その後は冷却により収縮して引張り応力を受ける．この高熱負荷による弾塑性の熱応力分布は未だ解析されていないが，ここで

*原研資料　JAERI-M, 83-216 (1984) による．

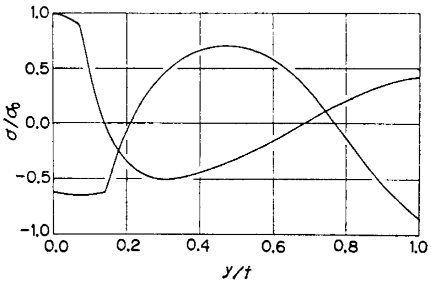


図18 熱衝撃負荷による壁面の熱応力サイクル（仮定）（σ_0=260 $\mathrm{MP_a}$）

は Watsonら[11]の行ったベリリウムリミタに対する熱衝撃解析結果を参考にして，図18のような分布を仮定した．ここに横軸の y はプラズマ側表面から板厚方向に向う距離である．材料定数はステンレス鋼を考えて

$$m=2.95,\quad C=3.122\times10^{-9}\ (\mathrm{SI}\ 単位)$$

とした．

図19に代表的なシミュレーション結果を示す．図18の応力分布から予想されるように，き裂は $a/t≒0.4$ 程度になるとそれ以上深さ方向へは進展せず，幅方向に急激に拡がっていくのがわかる．

6. まとめ

以上，線形破壊力学の基本的な考え方と，それに基づく破壊，特に疲労き裂伝播のシミュレーションについて，著者の行った研究を中心にして紹介した．大型構造物においては，予め実機をいくつもつくってそれを種々の条件の下に実験的に壊してみるなどということは経済的にも不可能であり，信頼性の高いシミュレーション手法の開発が望まれる所以である．

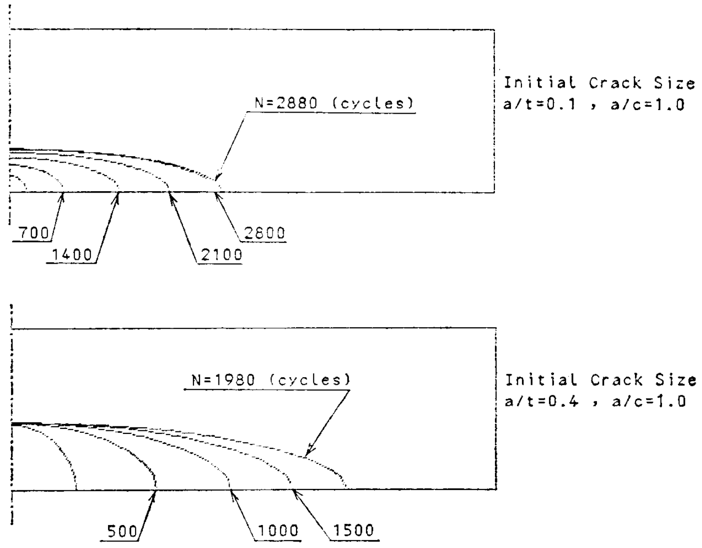


図19 第一壁における表面き裂の進展

参 考 文 献

1) F. A. McClintock and G. R. Irwin: Fracture Toughness Testing and its Applications, ASTM STP 381 (1965)

2) G. R. Irwin: Handbuch der Physik, VI, Springer, Berlin (1958)

3) T. G. F. Gray: Fracture Mechanics in Engineering Practice, P. Stunley ed., Applied Science Publishers, London (1977)

4) H. M. Westergaard: Journal of Applied Mechanics, **24**, Trans. ASME, 361 (1957)

5) 白鳥，三好，松下：数値破壊力学，実教出版社 (1980)

6) P. M. Besuner: Mechanics of Crack Growth, ASTM STP 590 (1976)

7) 白鳥，三好，谷川：日本機械学会論文集，**52**-474，A，390/398 (1986)

8) 白鳥，三好：日本材料学会第3回破壊力学シンポジウム講演論文集，82/86 (1985)

9) 白鳥，三好，酒井：日本機械学会論文集，投稿中

10) 安藤，ほか3名：日本機械学会論文集，投稿中

11) R. D. Watson and J. B. Whitley: Trans. of 8th International Conference on SMiRT, **N**, N4/4 (1985)