

《展望・解説》

構造物のシステム同定

小 松 敬 治*

ABSTRACT In this paper, structural system identification techniques are reviewed. Although the finite element method is a matured technique, accurate modelling is still an art based on experience and not a science. Therefore the analytical finite element model is modified or created by performing tests prior to any dynamic response analysis. The most promising approaches to obtain useful models will be methods to modify design parameters of the finite element model by using test data.

1. ま え が き

システム同定とは制御の分野で用いられる用語で、広義には、「動的モデルに含まれる不確定要素（パラメータ）を対象に関する実験データにより同定すること」と定義されるが、もっと端的に言えば動的システムの数学モデルを作ること（モデリング）である。同定されたモデルを用いて様々なシミュレーションが可能となる^{1)~4)}。大規模な化学プラントのような場合には動的モデルについて理論モデルを構築することは困難で、内部をブラックボックスとして入出力関係だけで表現する。動的モデルとしては差分方程式として記述された時系列モデルが採用されることが多い。このような系に対してのシステム同定とは時系列モデルの差分式の係数や次数を同定することである。一方、系が構造物のように振動系であることがあらかじめわかっている場合には、システム同定とは構造物のMKCを同定することとなる。ここに、 M , K , C はそれぞれ構造物の質量、剛性、減衰特性である。

図1にシステム同定法の概略を示す。この図の中のシステムの内部をブラックボックスとして扱う同定法は制御技術者の担当であり、システムの内部がある程度判明している系についてはそれぞれの専門分野の技術者がモデリングを担当することになる。図では構造物の動的モデリングを例にとっており、モーダルパラメータの評価までの実験的手法は振動試験法の分類⁵⁾と一致する。このモーダルパラメータを用いてシステム同定を行い、構造物のMKCを得る。利用者が構

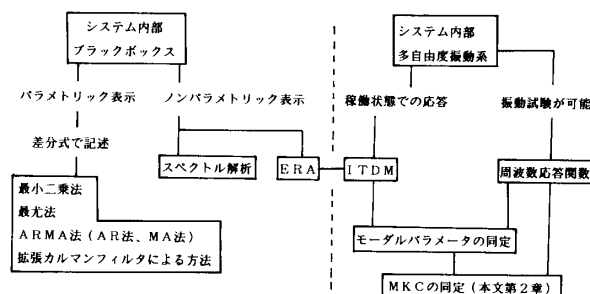


図1 システム同定法の体系

(ARMA³³⁾: Auto Regressive Moving Average
 (ERA³⁴⁾: Eigensystem Realization Algorithm
 (ITDM³⁵⁾: Ibrahim's Time Domain Method

造の分野であればこのMKCを用いて種々の動的応答解析が実行でき、制御の分野であれば系の内部構造が明らかとなっているので現代制御理論が適用できることになる。図1の分類の仕方は便宜的なもので一義的ではない。たとえば、系をブラックボックスとして扱うARMAモデルでもシステムが n 自由度の振動系であることがあらかじめわかっておれば次数が決定できる^{注1)}。図1の左側の方法については文献¹⁾に詳しい。

本稿では、図1の右側の構造物のシステム同定について解説する。構造物の動的モデルのパラメータを決定することをstructural parameter estimationと呼ぶが、ここでは先に述べたように数学モデル、すなわち有限要素モデルの特性行列（MKCマトリックス）を作成、あるいは修正する方法を紹介する。内容は図1で構造のモーダルパラメータや周波数応答関数を同定した後の段階の話である。

Structural System Identification. By Keiji Komatsu (National Aerospace Laboratory, Structural Mechanics Division).

*航空宇宙技術研究所構造力学部

注1) 観測ノイズのない場合 $(2n, 2n-1)$ 次の、ある場合 $(2n, 2n)$ 次のARMAモデルとなる³³⁾。

2. システム同定法のアルゴリズム

モード解析の中で最も使われているのはモード重畳法で、試験結果のモーダルパラメータか、試験によって確認/修正された計算結果のモーダルパラメータを利用する。モード重畳法では、解析すべき供試体の形態（形状および境界条件）とモード試験での形態が一致していなければならないが、モード座標系で話を進めるため実用的な手法である。ここではモード重畳法のようなモード座標系でのモデリングでなく、物理座標系でのモデリングを扱う。以下にその代表的な手法を説明する。

2.1 数値的に MKC を作る方法

ここで紹介する方法は数値的に MKC を作る方法でモーダルパラメータから求めるのが(a)、計測された周波数応答関数から求めるのが(b)である。 $[M]$, $[K]$, $[C]$ は有限要素法から作られるようなバンド形のマトリックスではなく正方行列となる。

(a) モーダルパラメータから MKC を作る方法⁶⁾⁷⁾

モーダルパラメータから作る方法では基礎運動方程式を

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\} \quad (1)$$

とする。ここでモード座標系を導入して

$$\{x\} = [\Phi]\{q\} \quad (2)$$

とする。ここに $\{q\}$ がモード座標系で、 $[\Phi]$ が固有モードベクトルを並べて作られるモードマトリックスである。式(2)を式(1)に代入し、さらに左側から $[\Phi]^T$ をかけると

$$[\tilde{M}]\{\ddot{q}\} + [\tilde{C}]\{\dot{q}\} + [\tilde{K}]\{q\} = [\Phi]^T\{f\} \quad (3)$$

となる。ここに

$$\begin{aligned} [\tilde{M}] &= [\Phi]^T[M][\Phi], \quad [\tilde{C}] = [\Phi]^T[C][\Phi], \\ [\tilde{K}] &= [\Phi]^T[K][\Phi] \end{aligned} \quad (4)$$

となる。 $[\tilde{M}]$ と $[\tilde{K}]$ は対角行列であり、 $[C]$ に比例減衰を仮定すれば、 $[\tilde{C}]$ も対角行列となり、それぞれの対角成分は m_i , k_i , $2\omega_i m_i \zeta_i$ である。ここに、 ω_i , ζ_i は固有角振動数と減衰比、 m_i , k_i はモーダルマスとモード剛性で、 $k_i = \omega_i^2 m_i$ の関係がある。試験において得られるのは m_i , k_i , ω_i , ζ_i と $[\Phi]$ であるので、 $[M]$, $[K]$, $[C]$ を求めるには式(4)の逆変換

$$\begin{aligned} [M] &= [\Phi]^{-T}[\tilde{M}][\Phi]^{-1}, \\ [C] &= [\Phi]^{-T}[\tilde{C}][\Phi]^{-1}, \\ [K] &= [\Phi]^{-T}[\tilde{K}][\Phi]^{-1} \end{aligned} \quad (5)$$

を行えばよい。ここで問題となるのは計測値から得られる $[\Phi]$ は一般に正方行列ではないことで、逆行列

には擬逆行列を採用することになる。基本式は式(5)で、この基礎式に様々な工夫⁶⁾⁷⁾がなされているが、これらの方法では、マトリックスの自由度はたかだかモード計測数、あるいはモード計測点数で、後者の場合、得られた特性行列は非正則となる。高次モードに計算結果を加えることにより特性行列の正則性を保持する方法も提案されている。

(b) 周波数応答関数から MKC を作る方法^{8)~13)}

まず、直接同定法と呼ばれている手法から説明する。式(1)において角振動数 ω の正弦波加振を行うと

$$([K] - \omega^2[M] + j\omega[C])\{x\} = \{f\} \quad (6)$$

となる。対象としている周波数領域で k 点の ω_i を選ぶと

$$[K][X] - [M][X][\Omega^2] + j[C][X][\Omega] = [F] \quad (7)$$

と表示できる。ここに

$$[X] = [\{x_1\}, \{x_2\}, \{x_3\} \cdots \{x_k\}]$$

$$[F] = [\{f_1\}, \{f_2\}, \{f_3\} \cdots \{f_k\}]$$

であり、 $\{x_i\}$, $\{f_i\}$ は $\omega = \omega_i$ のときの応答と外力で $[\Omega^2]$, $[\Omega]$ は対角成分をそれぞれ ω_i^2 , ω_i とする対角行列である。ここで $[X]$, $[F]$, $[\Omega^2]$, $[\Omega]$ は既知であるので、 $[M]$, $[K]$, $[C]$ の成分を未知数とする連立1次方程式に変換できる。 $\{z\}$ を同定すべき未知数、 $\{p\}$ を条件とすると、

$$[A]\{z\} = \{p\} \quad (8)$$

と書ける。ここで $[A]$ は $[X]$, $[\Omega^2]$, $[\Omega]$ の成分から作られ、 $\{z\}$ は $[M]$, $[K]$, $[C]$ の成分を、 $\{p\}$ は $[F]$ の成分をベクトルに並べ変えたものである。 n を系の自由度とすると、未知数は特性行列の対称性を考慮すれば $3n(n+1)/2$ であるので連立1次方程式を最小二乗法的に解くとして $k \geq 3n(n+1)/2$ でなければならない。

以上がこの方法の基本的な考え方⁸⁾で、この改良版⁹⁾もある。アルゴリズムは別物であるが同種の方法として Thoren の方法¹⁰⁾や ISSPA 法^{11)~13)}などの方法がある。どちらかというところこれらの方法では MKC を数値的に同定して更に固有値解析を行って固有振動特性を求める方に主眼が置かれており、アルゴリズムから明らかなように大自由度の MKC を同定するには適さない。モデル化の困難な部分構造に小自由度の MKC を同定し、部分構造法の中に取り込むという使用法は可能である。また、これらの方法では、最終的に膨大な数値(特性行列のすべての成分が出力される)でしか結果が得られないので、物理的意味を失い、う

まくいったとしても他の形状の構造物への適用類推が困難となるし、フィードバック量（モーダルパラメータ）以外の量についての情報は得られない。大きな弱点は周波数応答関数の計測誤差の影響をまともに受けることである。

2.2 有限要素モデルを試験結果により修正する方法 モード解析に関して次のような格言がある。

“No one believes the analysis except the engineer who performed the calculation. Everyone believes the data except the engineer who performed the tests.”¹⁴⁾

さて、試験を行って結果がでるとそれに対してどの程度有限要素モデルを合わせ込んでいくかが問題となる。前節で述べた方法(a)(b)では試験結果が正しいということが前提となっている。現実問題として試験結果に大なり小なりの誤差は必ずあるという立場に立てば、複雑な構造物にそれらの方法を適用するに当たっては、それなりの覚悟が必要である。さらに、様々な境界条件を想定すれば動的モデルとして有限要素モデルにまでさかのぼっておいた方が有利である。その理由をあげれば次のようになる。

1. 有限要素モデルからの方がより詳しい情報を得ることができる。例えば、ひずみエネルギー分布が有限要素モデルを使って得られる。
2. ひとたび有限要素モデルが作られれば、試験が困難な作動状況の評価ができる。
3. 設計変更の事前評価ができる。
4. 設計者にその後の設計に有益な情報が蓄積される。

ここでは有限要素モデルが既に作られているとして、試験結果によりこのモデルを修正する方法をとりあげる。

(c) 有限要素モデルの MKC を数値的に修正する方法^{15)~20)}

n 自由度系の特性行列を同定する場合、未知数は対称性を考慮して一つのマトリックスについて $n(n+1)/2$ である。与えられる条件はモーダルパラメータの場合、 n_r 組の固有振動数、減衰比、モーダルマスと固有モード (n_m 点でモードを計測) である。よって、MKC の同定については未知数が $3n(n+1)/2$ 、条件が $n_r(n_m+3)$ となる。先の(b)の方法では条件の数を未知数と同じかそれより多くして最小二乗法で未知数を求めた。条件としては周波数応答関数でのデータを用いている。別の考え方として、最初に有限要素モデルを作っておき、最小の修正量で試験結果に近くなるようにする同定法がある。その一つ¹⁵⁾を以下に紹介する。

基礎式は式(8)であるが、 $\{p\}$ としては試験によって得られたモーダルパラメータでもよいし、(b)の方法のような周波数応答関数の中のデータでもよい。 $[A]$ は $\{z\}$ と $\{p\}$ に応じて既に得られているものとする。 $\{z\}$ と $\{p\}$ の次数は一般に一致しないので $[A]$ は正方行列ではない。 $\{z_A\}$ を初期解析モデルとして式(8)の両辺から $[A]\{z_A\}$ を引くと

$$[A](\{z\} - \{z_A\}) = \{p\} - [A]\{z_A\} \quad (9)$$

となる。ここで重みの対角行列 $[W]$ を導入する。 $[W]$ は解析者が設定することとして

$$[A][W]^{-1}[W](\{z\} - \{z_A\}) = \{p\} - [A]\{z_A\} \quad (10)$$

となり、 $[A][W]^{-1}$ の擬逆行列を $([A][W]^{-1})^+$ とし

$$\{z\} = \{z_A\} + [W]^{-1}([A][W]^{-1})^+ \times (\{p\} - [A]\{z_A\}) \quad (11)$$

を得る。この解は擬逆行列の性質から重みをかけた $[W](\{z\} - \{z_A\})$ を最も小さくする解である。 $\{z\}$ と $\{p\}$ に何を採用するかで多くのバリエーションが存在する。これらについては文献^{16)~20)}を参照されたい。

(d) 有限要素法の設計変数に試験結果をフィードバックする方法^{21)~27)}

ここでいうところの設計変数とは、物理的な意味を持ち、それをもとにして、要素剛性マトリックス、質量マトリックスが計算できるものであれば何でもよい。例えば、各要素における板厚、ヤング率、曲げ剛性でもよいし、それらの分布を与えたときの多項式の係数でもよい。この方法では、基本的には有限要素モデルを主体に考える。この方法の特徴は最後まで物理的な意味を保持していることであり、試験結果と整合する有限要素モデルを用いて非計測量までの情報が得られる。フィードバックの方法は経験と勘によって試行錯誤で行ってもよいが、次に示すような計算法もある。基礎計算式は次のように与えられる。

$$\{\lambda_p\} = \{\lambda_p\} + [T](\{r\} - \{r_p\}) \quad (12)$$

$\begin{matrix} n \\ n \end{matrix}$
 $\begin{matrix} n \\ n \end{matrix}$
 $\begin{matrix} n \times m \\ n \times m \end{matrix}$
 $\begin{matrix} m \\ m \end{matrix}$
 $\begin{matrix} m \\ m \end{matrix}$

ここに n はモーダルパラメータの数、 m は設計変数の数であり

- $\{r\}$: 真の設計変数
- $\{r_p\}$: 初期計算に使った設計変数
- $\{\lambda_p\}$: $\{r_p\}$ で計算したモーダルパラメータ
- $\{\lambda_r\}$: 試験で得られたモーダルパラメータ
- $[T]$: $\partial\lambda/\partial r$ を成分とする感度行列、計算法は次節に示す

である。上式において未知数は $\{r\}$ だけであるので

$$\{r\} = \{r_p\} + [T]^+ (\{\lambda_e\} - \{\lambda_p\}) \quad (13)$$

として真の設計変数が得られる。ここに、 $[T]^+$ は $[T]$ の擬逆行列であり、つぎのように定義される。

$n < m$ のとき

$$[T]^+ = [T]^T ([T][T]^T)^{-1} \quad (14a)$$

$$n = m \text{ のとき } [T]^+ = [T]^{-1} \quad (14b)$$

$$n > m \text{ のとき } [T]^+ = ([T]^T [T])^{-1} [T]^T \quad (14c)$$

ここで、試験にも解析にも全幅の信頼性はおけないとして、試験結果の $\{\lambda_e\}$ や、初期設計変数 $\{r_p\}$ に不確定性²¹⁾²²⁾や重み²⁷⁾を織り込んで

$n < m$ のとき

$$\begin{aligned} \{r\} = \{r_p\} + [S_n][T]^T ([T][S_n][T]^T \\ + [S_{ee}]^{-1} (\{\lambda_e\} - \{\lambda_p\})) \end{aligned} \quad (15)$$

$n > m$ のとき

$$\begin{aligned} \{r\} = \{r_p\} + ([T]^T [W][T])^{-1} [T]^T [W] \\ \times (\{\lambda_e\} - \{\lambda_p\}) \end{aligned} \quad (16)$$

となる。ここに

$[W]$: 重み行列

$[S_n]$: $\{r\}$ の共分散行列

$[S_{ee}]$: 計測誤差による共分散行列

であるが、重みや共分散として何を入れるかという客観的な根拠がないので、実際問題としては基本式(13)を使ったほうがよい。 $\{r\}$ が決定できれば $\{r\}$ から $[M]$ 、 $[K]$ が計算される。

この方法は有限要素法を基本としているので減衰特性 $[C]$ については無力である。本来、動的応答解析では同定された $[M]$ 、 $[K]$ により固有値解析を行ってモード座標系で計算を行うので、実験によって得られた減衰比を用いるのがよいが、 $[C]$ マトリックスの形で減衰特性が必要な場合、 $[M]$ に関する $\{\phi\}$ の直交性から導かれる関係式

$$[\phi]^{-1} = [\tilde{M}]^{-1} [\phi]^T [M] \quad (17)$$

を用いて、試験から得られた減衰比をそのまま採用し

$$[C] = [M][\phi][\tilde{M}]^{-1} [\tilde{C}][\tilde{M}]^{-1} [\phi]^T [M] \quad (18)$$

と計算できる²⁸⁾。

フィードバックするモダルパラメータの量は試験と計算で対応のつく量であれば何でもよいが、計測精度のよくない量を採用すると解が収束しないこともある。複雑な構造物の振動試験では、固有振動数については3桁目、固有モードについては2桁目、減衰比・モダルマス・モード剛性については1桁目の数値が怪しくなることが経験されており、固有振動数のみをフィードバック量に採用するのが無難である。ただし、この場合、設計変数に比べてモダルパラメータの数が少なくなるので、固有モードのかわりとして

それから計算された運動エネルギー分布をフィードバック量にすることも提案されている²⁷⁾。

2.3 感度行列の計算法

前節で紹介した有限要素法の設計変数にフィードバックする方法は、アルゴリズムを考えると感度解析、構造変更シミュレーション²⁹⁾と本質的に同じものである。これらに共通の感度行列の計算法を示す。感度行列 $[T]$ は設計変数の微小変動に対してモダルパラメータ(モード特性)がどの程度の変動を示すかによって次式によって定義される。

$$\{\Delta \lambda\} = [T] \{\Delta r\} \quad (19)$$

ここに $[T]$ は形式的に

$$[T] = [\partial \lambda / \partial K, \partial \lambda / \partial M] \begin{bmatrix} \partial K / \partial r \\ \partial M / \partial r \end{bmatrix} \quad (20)$$

と書き表せる。システム同定においてこの感度行列をいかに計算するかが重要であるが、初期有限要素モデルからの摂動を考えているので、変動量が大い時には固有値解析をやり直さなければならない。減衰を無視した系の固有値問題を考えると

$$([K] - \omega_i^2 [M]) \{\phi_i\} = \{0\} \quad (21)$$

が成立する。 $\{\phi_i\}$ は第 i 次の固有モードである。式(21)の各量に微小変化量を考えると

$$\begin{aligned} ([K + \Delta K] - (\omega_i^2 + \Delta \omega_i^2) [M + \Delta M]) \\ \times \{\phi_i + \Delta \phi_i\} = \{0\} \end{aligned}$$

となる。1次の微小量の釣り合いから

$$\begin{aligned} ([\Delta K] - \omega_i^2 [\Delta M] - \Delta \omega_i^2 [M]) \{\phi_i\} \\ + ([K] - \omega_i^2 [M]) \{\Delta \phi_i\} = \{0\} \end{aligned} \quad (22)$$

を得る。この式の左側から $\{\phi_i\}^T$ をかけると、第2項は0となって

$$\begin{aligned} \Delta \omega_i^2 = (\{\phi_i\}^T [\Delta K] \{\phi_i\} \\ - \omega_i^2 \{\phi_i\}^T [\Delta M] \{\phi_i\}) / m_i \end{aligned} \quad (23)$$

である。固有モードの変動 $\{\Delta \phi_i\}$ は直交関数展開により

$$\{\Delta \phi_i\} = \sum_{k=1}^{\infty} a_{ik} \{\phi_k\} \quad (24)$$

と表示できるので、式(22)に代入して左側から $\{\phi_k\}^T$ をかければ

$$\begin{aligned} a_{ik} = \{\phi_k\}^T ([\Delta K] - \omega_i^2 [\Delta M] \\ - \Delta \omega_i^2 [M]) \{\phi_i\} / (k_i - \omega_i^2 m_k) \end{aligned} \quad (25)$$

を得る。 $i=k$ のとき上式は分母が0となるので別に誘導する。モダルマスの定義から

$$\{\phi_i\}^T [M] \{\phi_i\} = m_i \quad (26)$$

m_i が一定になるように変分を考えると

$$2\{\phi_i\}^T [M] \{\Delta \phi_i\} = -\{\phi_i\}^T [\Delta M] \{\phi_i\}$$

となり、この式の左辺に式(24)を代入すれば

$$a_{ii} = -\{\phi_i\}^T [\Delta M] \{\phi_i\} / (2m_i) \quad (27)$$

を得る。

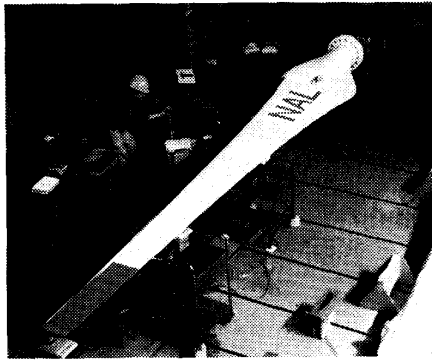


図2 振動試験中の風車翼

設計変数に微小変動を与えるとそれから $[\Delta M]$, $[\Delta K]$ が計算でき, その変動によるモーダルパラメータの変化量が固有振動数について式(23), 固有振動モードについて式(24)で与えられ, 感度行列が計算されたことになる. 上に示した方法とは別に, 文献²¹⁾では式(20)の右辺の行列を個別に計算している.

3. 応用例

3.1 数値的に MKC を作成/修正する方法の応用例

この節では第2章の(a)(b)(c)の方法に関する応用例を紹介する. これらの方法に関しては理論の方が先行していて, 理論の確認程度の実験室レベルの適用例はあるものの, 実際構造への応用例はほとんど報告されていないのが現状である. (a)(b)の方法はモデリングの困難な部分構造法の一部として使うのが实际的であろう. Thoren¹⁰⁾はサターン V 型ロケット 2 段の液体酸素タンクの正弦波掃引試験で MKC を同定し, その MKC を用いて周波数応答関数を計算して試験結果の周波数応答関数とよく一致することを示している. 数学モデル (有限要素モデル) があれば(c)の方法を使うのがより多くの情報を利用するという点から望ましい. Chen ら³⁰⁾は Viking Orbiter Propulsion Module の衛星内タンクのスロッシングの数学モデルをマススプリングモデルで12自由度のモデルで与えている. また Berman ら¹⁶⁾は Long Duration Exposure Facility の508自由度の有限要素モデルを, 101点でモード計測した19組のモーダルパラメータで修正している.

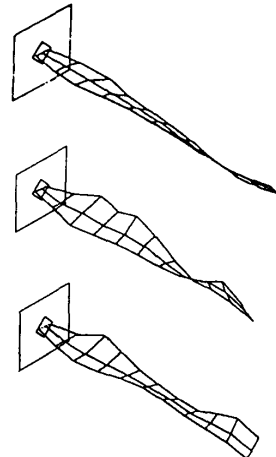
3.2 有限要素法の設計変数にフィードバックする方法の応用例

(d)の方法については(a)(b)(c)の方法に比較し, 応用例が多く報告されており, 有力な方法と考えられるので少し詳しく説明を行う.

風車翼への応用例: まず, 2.2節で示したアルゴリズム

表1 風車翼の振りの固有振動数

試験前解析	試験結果	同定後解析
42.8Hz	36.8Hz	35.0Hz
78.6	63.9	58.3
118	76.4	83.2

図3 試験による振りのモード
(上から36.8 Hz, 63.9 Hz, 76.4 Hz)

ムの具体的な計算法を風車翼 (図2) を例題として示す³¹⁾. 本風車翼はグラスファイバー製で上下2分割で作られ, 長手方向に繊維を連ねたため, 剛性分布 (特にねじり剛性) の見積もりが困難であった. このため, モード試験を行って, 試験に一致する有限要素モデルを作り, 動的応答解析に利用することとした. システム同定は曲げとねじりのモードについて行ったが, ここではねじりのモードについてとりあげる.

モード試験結果³²⁾を表1に示す. 試験法によっても試験結果が若干異なるが, ここでは1点ランダム加振法による結果を採用した. 試験で得られた振動モード図を図3に示す. モード図の節点で面外方向の加速度を計測している. 有限要素モデルとしては25個のビーム要素 (長手方向に等分割) を用いた. 初期計算結果と試験結果とを比較して表1に示す. 式(12)を具体的に記述すれば, 次のようになる.

$$\begin{Bmatrix} \frac{1}{36.8^2} \\ \frac{1}{63.9^2} \\ \frac{1}{76.4^2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{42.8^2} \\ \frac{1}{78.6^2} \\ \frac{1}{118^2} \end{Bmatrix} + [T] \left\{ \begin{array}{l} \text{真の} \\ \text{ねじり} \\ \text{剛性分布} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{ねじり} \\ \text{剛性分布} \\ \text{の初期値} \end{array} \right\}$$

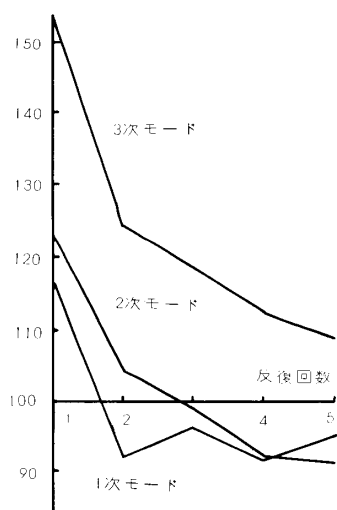


図4 同定過程における固有振動数の収束状況
(試験結果を100としたときの同定値)

$\{\lambda\}$ としては3つの固有振動数のみを採用し、固有モードは計算と試験との対応に利用した。同定する設計パラメータはねじり剛性分布である。

実際の計算においては、感度行列 $[T]$ が正確に求められないことによって、反復法により収束させていく。1回の反復の中で設計変数の変更は10%以下になるよう制御している。解の収束の状況を図4に示す。試験結果に誤差があることがわかっているので、試験結果と有限要素計算結果とを完全に一致させることはしていない。反復を5回で打ち切った時の剛性分布の同定値を初期値と重ねて図5に示す。この例題では条件が固有振動数の3に対し、変更できる設計パラメータは25あるので解は唯一ではない。設計変数を減らすには曲げ/ねじり剛性分布を低次の多項式で近似することも考えられる。また、ビームとして有限要素モデル化しているが、板や3次元体としてモデル化すれば曲げとねじりを分離して扱う必要はなくなる。また、高次モードをビームとして扱うのであればチモシェンコビーム要素を用いるなど、さまざまな対応が考えられる。

その他の応用例：有限要素法の設計変数にフィードバックする方法では設計変数の数は少ないほどよい。複雑な構造物でも大局的にみると（そもそも低次の振動は大局的である）簡単な構造としてモデル化できる。このようなシステム同定例として宇宙構造物については28個のビーム要素でモデル化したサターンロケットV型²¹⁾がある。大自由度モデルをGuyanの縮約を使って1000自由度以下にしてシステム同定を行った例として、スペースシャトルオービターの1/4モデル(124自由度)²²⁾、Viking Orbiter (667自由度)²³⁾、

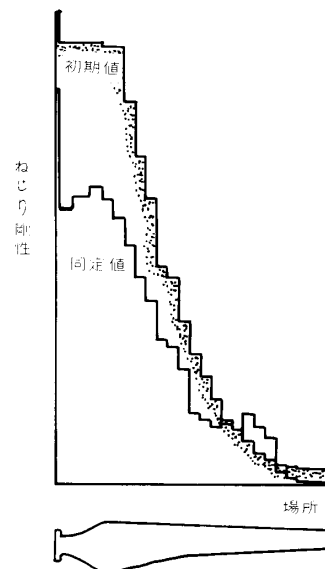


図5 同定された風車翼の振り剛性分布

Galileo Spacecraft (162自由度)²⁷⁾がある。宇宙分野での研究はJPL (Jet Propulsion Laboratory, Caltech.)が進んでいる。

航空機では全機地上振動試験で得られたデータは初期解析モデルにフィードバックされ、必要に応じて解析モデルが修正されて、空力弾性問題に対する安全性の検討が行われる。この手順は風洞模型についても行われ、例として、無人機のフラッターモデルに関するシステム同定が詳しく報告されたもの²⁴⁾がある。その他、海洋構造物にも応用²⁶⁾が試みられている。

4. あとがき

構造物の動的モデルに関してのシステム同定法とその応用例について述べた。方法としては試験結果から直接MKCを作成する方法(a)(b)と有限要素法モデルを試験結果により修正する方法(c)(d)がある。単純な構造物は有限要素モデリング誤差や試験誤差は入りにくいのでそもそもシステム同定の対象にする必要はない。システム同定の対象となる複雑な構造物では計算にも試験にも確信はもてないとする計算モデルと試験結果の両方の情報を利用すべきであろう。こういう観点から考えると(a)(b)の方法の実際問題への適用範囲は限られよう。(c)(d)の方法では摂動法や反復法を使うため、初期計算値と試験値とがかなりの精度で一致していることが前提にある。このため、両者が一対一の対応をしていない場合とか、数値のずれがひどい場合には、昔ながらの直感的な修正をまず施してやらねばならない。また、手法の基本的特性として、解の一意

性はないので、解析者のかなりの判断を必要とする。それらの問題点があるものの、実用的なシステム同定法として、特に汎用性から(d)の方法が推奨できる。

いずれにしても多くの論文に見られるような数値シミュレーションや簡単な構造の試験でアルゴリズムがうまく働くことの確認は実用になることの第1段階である。本来のシステム同定の対象である複雑な構造物へ適用/比較評価してみなければ真価がわからないが、実際問題への応用例の報告が少なく、各方法の評価が定まっていないのが現状である。

参 考 文 献

- 1) 相良節夫, 秋月影雄, 中溝高好, 片山 徹: システム同定, 計測自動制御学会 (1981)
- 2) H. G. Natke (editor): IDENTIFICATION OF VIBRATING STRUCTURES, Springer-Verlag (1982)
- 3) 田中基八郎, 三枝省三: 振動モデルとシミュレーション, 応用技術出版 (1984)
- 4) A. Berman: System Identification of Structural Dynamic Models-Theoretical and Practical Bounds, AIAA Paper 84-0929 (1984)
- 5) 小松敬治, 佐野政明: モーダル試験法と数学モデルの検証について, 日本航空宇宙学会誌, 31-354, 353/362 (1983)
- 6) N. P. Rodden: A Method for Deriving Structural Influence Coefficients from Ground Vibration Tests, AIAA J., 5-5, 991/1000 (1967)
- 7) R. G. Ross, Jr.: Synthesis of Stiffness and Mass Matrices from Experimental Vibration Modes, SAE Paper 710787 (1971)
- 8) J. M. Leuridan, D. L. Brown and R. J. Allemang: Direct System Parameter Estimation of Mechanical Structures with Application to Modal Analysis, AIAA Paper 82-0767 (1982)
- 9) 大熊政明, 長松昭男: 特性行列の実験的決定による系の同定 (第1報) 日本機械学会論文集 (C編), 51-464, 719/728 (1985)
- 10) A. R. Thoren: Derivation of Mass and Stiffness Matrices from Dynamic Test Data, AIAA Paper 72-346 (1972)
- 11) M. Link and A. Volland: Identification of Structural System Parameters from Dynamic Response Data, Z. Flugwiss. Weltraumforsch., 2-3, 165/174 (1978)
- 12) M. Link: Theory of a Method for Identifying Incomplete System Matrices from Vibration Test Data, Z. Flugwiss. Weltraumforsch., 9-2, 76/88 (1985)
- 13) M. Link: Application of Method for Identifying Incomplete System Matrices Using Vibration Test Data, Z. Flugwiss. Weltraumforsch., 9-3, 178/187 (1985)
- 14) R. J. Allemang: Experienced Experimentalists, Sound and Vibration, August, 5 (1985)
- 15) A. Berman and W. G. Flannely: Theory of Incomplete Models of Dynamic Structures, AIAA J., 9-8 1481/1487 (1971)
- 16) A. Berman and E. J. Nagy: Improvement of a Large Dynamical Model Using Ground Vibration Test Data, AIAA Paper 82-0743 (1982)
- 17) M. Baruch: Optimal Correction of Mass and Stiffness Matrices Using Measured Modes, AIAA J., 20-11, 1623/1626 (1982)
- 18) M. Baruch: Optimization Procedure to Correct Stiffness and Flexibility Matrices Using Vibration Tests, AIAA J., 16-11, 1208/1210 (1978)
- 19) S. R. Ibrahim: Dynamic Modelling of Structures from Measured Complex Modes, AIAA Paper 82-0770 (1982)
- 20) S. Y. Chen and J. S. Fuh: Application of the Generalized Inverse in Structural System Identification, AIAA J., 22-12, 1827/1828 (1984)
- 21) J. D. Collins, G. C. Hart, T. K. Hasselman and B. Kennedy: Statistical Identification of Structures, AIAA J., 12-2, 185/190 (1974)
- 22) L. T. Lee and T. K. Hasselman: Dynamic Model Verification of Large Structural Systems, SAE Paper 781047 (1978)
- 23) J. C. Chen and J. A. Garba: Analytical Model Improvement Using Modal Test Results, AIAA J., 18-6, 684/690 (1980)
- 24) J. C. Robinson: Application of a Systematic Finite Element Model Modification Technique to Dynamic Analysis of Structures, AIAA Paper 82-0730 (1982)
- 25) D. T. Grossman: An Automated Technique for Improving Modal Test/Analysis Correlation, AIAA Paper 82-0640 (1982)
- 26) K. D. Blakely and M. W. Dobbs: System Identification Using Sinusoidal Test Data, SAE Paper 821460 (1982)
- 27) J. C. Chen, L. F. Peretti and J. A. Garba: Spacecraft Structural System Identification by Modal Test, AIAA Paper 84-1051 (1984)
- 28) R. H. Clough: Analysis of Structural Vibrations and Dynamic Response, Recent Advances in Matrix Methods of Structural Analysis and Design (edited by R. H. Gallagher, Y. Yamada and J. T. Oden), University of Alabama Press, 441/486 (1971)
- 29) 長松昭男: モード解析, 培風館, 251/274 (1985)
- 30) J. C. Chen and J. A. Garba: Determination of Propellant Effective Mass Properties Using Modal Test Data, Shock and Vibration Bulletin, 45-3-5, 15/23 (1975)
- 31) 小松敬治: 構造物のシステム同定, 日本航空宇宙学会第16期年会講演集, 198/201 (1985)
- 32) 甲斐高志ほか: 風車翼の強度試験 (I), 航空宇宙技術研究所資料 TM-537 (1984)
- 33) W. Gersch: On the Achievable Accuracy of Structural System Parameter Estimates, J. Sound and Vibration, 34-1, 63/79 (1974)
- 34) R. S. Pappa and J. N. Juang: Galileo Spacecraft Modal Identification Using an Eigensystem Realization Algorithm, J. Astronautical Sciences, 33-1, 15/33 (1985)
- 35) S. R. Ibrahim: Random Decrement Technique for Modal Identification of Structures, J. Spacecraft, 14-11, 696/700 (1977)