《論　文》

論 8-8

フェライトを用いたマイクロ波移相器の空間回路網法による電磁界解析†

久々津 直 哉*・吉 田 則 信*・深 井 一 郎*

ABSTRACT At present, magnetized ferrites have been applied to such nonreciprocal microwave or millimeter wave devices as isolators, circulators, and phase shifters. So a significant amount of research and many analyses have been carried out to develope such devices. To obtain more exact evaluations of the properties of these devices with their complicated structures and the medium conditions, involving the tensor permiability of the ferrite, it is necessary to be analyzed in three-dimensional space. Also, by the recent development of the high-speed digital technology, it becomes important to analyze the electromagnetic fields on time domain. However, most of the conventional studies for these devices have been performed by the steady state and two-dimensional analyses. The authors have been proposed a new-method, that is, the spatial network method, for the transient analysis in three-dimensional space. The method is based on the equivalent circuit of Maxwell's equation and the formulation by Bergeron's method. By applicating the method to the magnetized ferrite, this paper presents the electromagnetic properties of the twin ferrite plates type phase shifter of the rectangular waveguide.

1. まえがき

現在，マイクロ波，ミリ波を用いた回路においてフェライトはアイソレータ，サーキュレータ，移相器などの非可逆回路デバイスの基本的な材料として広く用いられている．これらの回路素子は，回路の小型化や特性の向上を目指し，材料特性の改良や新構造の開発が進められてきた．また，そのためにはこのような素子に対する詳細な解析が必要となってきている．しかし，従来のこれらの素子に対する解析手法は，ほとんどのものが伝搬軸や構造の対称性を利用した定常状態での2次元的なものであった．しかし，フェライトの媒質条件を表す透磁率はテンソルであり，複雑な電磁界分布を生ずる．さらにデバイスの高集積化，高性能化に伴うこれらの素子の特性を知るためには，フェライトの特性及び個々のデバイス形状のみでなく導波路や他の素子をも含めた厳密な系全体の3次元解析が必要である．また，近年の高速ディジタル技術の進歩に伴う超高速パルスに対する特性の解析のためには電磁界を時間軸上で解析することが必要となってきている．時間応答解析は，ある時刻での電磁界の様子を明らかにできるだけでなく，定常状態を生ずる構造各部の波動に及ぼすメカニズムを知るうえでも有効である．しかし，従来このような3次元的な構造や媒質条件を考慮に入れた系全体の時間軸上での統一的な解析は，非常に複雑であったが，最近のスーパーコンピュータに代表されるディジタルコンピュータの超高速化，大容量化の急速な進展に伴い，数値解析手法を用いることにより，このような問題の解析が可能となってきた．そこで筆者らはこれまで，種々の問題に適用し，その特徴を明らかにしてきた空間回路網法すなわち電磁界の等価回路表示とその Bergeron 法による波動伝搬の時間軸上での定式化を利用した節点方程式による手法[1)]をフェライトに適用し，その定式化と基本的問題に対する有効性を示してきた[2)~7)]．

本論文では，E 面と平行に2枚のフェライト板を対称に装荷し，それぞれに相反する方向の直流磁界をかける形式のフェライト装荷導波管型移相器についての電磁界の3次元時間応答解析を行った．この移相器は，現在フェーズド・アレー・レーダなどに広く用いられているトロイド型移相器の基本となる構造を有し

Analysis of Electromagnetic Field in Microwave Phase Shifter with Ferrite by Spatial Network Method. By *Naoya Kukutsu*, *Norinobu Yoshida* and *Ichiro Fukai* (Faculty of Engineering, Hokkaido University).
*北海道大学工学部
†1988年10月26日受付

ている．また，このような移相器はそれを構成する各セクション毎の位相を変化させるため飽和磁化の方向を変えるスイッチング動作を伴う．このため，厳密な解析には通常の断面内の2次元解析のみでなく，軸方向の構造やパラメータ変化，さらにはセクション各部の相互の影響を考慮した3次元での過渡応答をも含めた時間応答解析が不可欠である．本解析ではそのような3次元時間応答解析に対する空間回路網法の基本的妥当性の検討のため，上述のモデルを用いて，定常状態において従来の手法による結果[8]とよく一致することを確かめ，次に，電界，磁界やポインティングベクトルの時間的変化の様子から導波管内の電磁界分布やエネルギーの流れを明らかにしている．

以下，第2章において空間回路網法におけるフェライトの取り扱いについて説明し，第3章で移相器を構成するフェライト装荷導波管の解析モデルおよび境界条件を考慮に入れた等価回路を示し，第4章では，前章で示した解析モデルを用いて解析を行った結果と考察を述べることとし，第5章をまとめとする．

2. 空間回路網法におけるフェライトの取り扱い

最初に，解析手法である空間回路網法について簡単に説明する．本手法において電磁界は図1に示すような3次元立方格子網の等価回路として表示される．その立方格子における各枝は1次元伝送線路として，格子点は各線路が接続された節点として扱われる．各1次元線路は格子網の1辺に等しい微小長さΔdを持ち，それぞれの方向に平面波が伝搬している．電磁界成分は各線路の両端の節点でMaxwell方程式を満足するように各節点に配置され，電圧あるいは電流として回路変数表示される．本手法では，各節点のうちで電界を電圧関数とする節点を電気的節点，磁界を電圧関数とする節点を磁気的節点と呼ぶ．このとき，後者の節点では電圧電流の物理的意味が電気回路における電圧電流の意味と双対であるので＊印を付けて区別している．ここで電磁界成分と等価回路変数の対応はそれぞれ電気的節点については**表1**(a)に，磁気的節点については表1(b)に示す．表中の節点名の英字は，図1の各節点名に対応している．**図2**にy方向に磁化されたフェライトを考慮に入れた単位立方格子網の等価回路表示を示す．図2のA点に接続された各1次元線路に対するBergeron表示式は，他端である磁気的節点に直列接続されたジャイレータを考慮に入れ，次式のように表される．

$$V_y(l,m,n,t)+z_0I_{z1}(l,m,n,t)$$
$$=I^*_{z2}(l,m,n-1,t-\Delta t)+z_0V^*_x(l,m,n-1,t-\Delta t) \quad (1)$$

$$V_y(l,m,n,t)-z_0I_{z2}(l,m,n,t)$$
$$=I^*_{z1}(l,m,n+1,t-\Delta t)-z_0V^*_x(l,m,n+1,t-\Delta t) \quad (2)$$

$$V_y(l,m,n,t)+z_0I_{x1}(l,m,n,t)$$
$$=I^*_{x2}(l-1,m,n,t-\Delta t)+z_0V^*_z(l-1,m,n,t-\Delta t) \quad (3)$$

$$V_y(l,m,n,t)-z_0I_{x2}(l,m,n,t)$$
$$=I^*_{x1}(l+1,m,n,t-\Delta t)-z_0V^*_z(l+1,m,n,t-\Delta t) \quad (4)$$

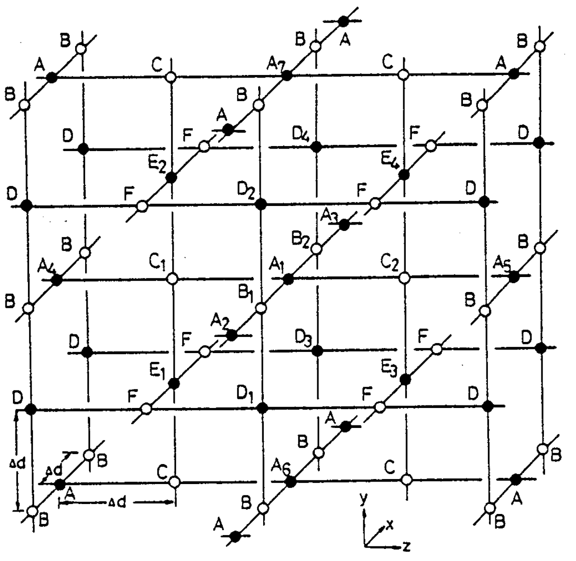

図1 3次元立方格子網

表1(a) 回路変数，回路定数と電磁界変数および媒質定数との対応（電気的節点）

	電気的節点 マクスウェルの方程式	電気的節点 変数の対応
An	$\frac{\partial Hx}{\partial z}-\frac{\partial Hz}{\partial x}=\varepsilon_0\frac{\partial Ey}{\partial t}$	$Vy = Ey$
	$-\frac{\partial Ey}{\partial z}=-\mu_0\frac{\partial Hx}{\partial t}$	$Iz = -Hx$
	$\frac{\partial Ey}{\partial x}=-\mu_0\frac{\partial Hz}{\partial t}$	$Ix = Hz$
Dn	$\frac{\partial Hz}{\partial y}-\frac{\partial Hy}{\partial z}=\varepsilon_0\frac{\partial Ex}{\partial t}$	$Vx = Ex$
	$\frac{\partial Ex}{\partial z}=-\mu_0\frac{\partial Hy}{\partial t}$	$Iz = Hy$
	$-\frac{\partial Ex}{\partial y}=-\mu_0\frac{\partial Hz}{\partial t}$	$Iy = -Hz$
En	$\frac{\partial Hy}{\partial x}-\frac{\partial Hx}{\partial y}=\varepsilon_0\frac{\partial Ez}{\partial t}$	$Vz = -Ez$
	$\frac{\partial Ez}{\partial y}=-\mu_0\frac{\partial Hx}{\partial t}$	$Iy = -Hx$
	$-\frac{\partial Ez}{\partial x}=-\mu_0\frac{\partial Hy}{\partial t}$	$Ix = Hy$
誘電率	$C_0 = \varepsilon_0/2$	
透磁率	$L_0 = \mu_0/2$	
分極率	$\Delta C = \varepsilon_0 \chi e/2\cdot\Delta d$	
導電率	$G = \sigma/2\cdot\Delta d$	

表 1 (b) 回路変数，回路定数と電磁界変数および媒質定数との対応（磁気的節点）

	磁気的節点	
	マクスウェルの方程式	変数の対応
Fn	$\frac{\partial Ex}{\partial z} - \frac{\partial Ez}{\partial x} = -\mu_0 \frac{\partial Hy}{\partial t}$	$Vy^* \equiv Hy$
	$-\frac{\partial Hy}{\partial z} = \varepsilon_0 \frac{\partial Ex}{\partial t}$	$Iz^* \equiv Ex$
	$\frac{\partial Hy}{\partial x} = \varepsilon_0 \frac{\partial Ez}{\partial t}$	$Ix^* \equiv -Ez$
Bn	$\frac{\partial Ey}{\partial x} - \frac{\partial Ex}{\partial y} = -\mu_0 \frac{\partial Hz}{\partial t}$	$Vz^* \equiv Hz$
	$\frac{\partial Hz}{\partial y} = \varepsilon_0 \frac{\partial Ex}{\partial t}$	$Iy^* \equiv -Ex$
	$-\frac{\partial Hz}{\partial x} = \varepsilon_0 \frac{\partial Ey}{\partial t}$	$Ix^* \equiv Ey$
Cn	$\frac{\partial Ez}{\partial y} - \frac{\partial Ey}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial Hx}{\partial t}$	$Vx^* \equiv -Hx$
	$\frac{\partial Hx}{\partial z} = \varepsilon_0 \frac{\partial Ey}{\partial t}$	$Iz^* \equiv Ey$
	$-\frac{\partial Hx}{\partial y} = \varepsilon_0 \frac{\partial Ez}{\partial t}$	$Iy^* \equiv -Ez$
誘電率	$L_0^* = \varepsilon_0/2$	
透磁率	$C_0^* = \mu_0/2$	
磁化率	$\Delta C^* = \mu_0 \chi_m/2 \cdot \Delta d$	
磁流導電率	$G^* = \sigma^*/2 \cdot \Delta d$	

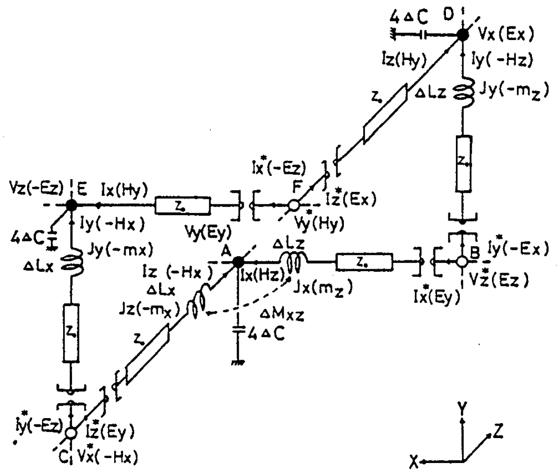

図 2 y 軸方向に磁化されたフェライトを含む電磁界の3次元等価回路

上式において z_0 は線路の特性インピーダンスであり，その節点の空間位置を x, y, z 各方向に対してそれぞれ l, m, n なる離散点番号で表し，時刻を t で表す．これらの式より現時刻の電磁界を1離散時間前の値より求めることができる．上述のように，本手法は各時刻，個々の位置での電磁界の値を直接求めることができる．また，格子網の各々の節点で電圧変数及び各々の方向の電流変数が与えられているという特徴があるため，フェライトのジャイロ異方性をもたらす磁界間の結合を相互結合項として扱うことができる．このような特徴は他のベクトル解析手法であるFD-TD法 (Finite Difference Time Domain Method)，TLM法 (Transmission Line Matrix Method) などの各々の節点で1変数しか与えていない方法では実現が困難であると考えられ，本手法の大きな特徴となっている．

次に，本手法におけるフェライトの定式化について述べる．本手法は時間応答解析手法なので異方性もそれを生ずる磁気ダイポールモーメントの基本運動方程式を用いた時間軸上での定式化を行わなければならない．本定式化では，フェライト中の磁気ダイポールモーメントの運動方程式をギルバートの公式で与え，この運動方程式から時間に関する2階の運動方程式を求め，続いてこれを時間に関して2度台形近似を繰り返し差分表示し，上述の電磁界波動伝搬に対するBergeron 表示式と結び付けることにより空間回路網法としてのフェライト中の電磁界の時間軸上での定式化を行った．詳細な式変形は省略する[5]．

次に得られた等価回路について説明する．本論文では，直流印加磁界方向を y 軸方向としたため，A点にこのときのジャイロ異方性の特徴であるテンソル透磁率の磁界 H_x と H_z の相互結合項が z および x 方向電流の相互誘導項で与えられる．すなわち，図2のA点において各線路に直列に接続されているインダクタンスは，自己インダクタンス ΔL_x, ΔL_z が定常状態におけるテンソル透磁率の対角項を，また相互インダクタンス ΔM_{xz} が非対角項に相当するものをそれぞれ示している．また，節点に並列に接続されているコンデンサ $4\Delta C$ は誘電率に相当するものである．その他の電気的節点であるD点，E点では，それぞれ x 方向または z 方向の伝送線路がないため対角項のみとなり，全体として図2のような等価回路表示となる．

3. 解析モデル

解析に用いたフェライト装荷矩形導波管型移相器の解析モデルを図3に示す．各部の寸法は，導波管の幅

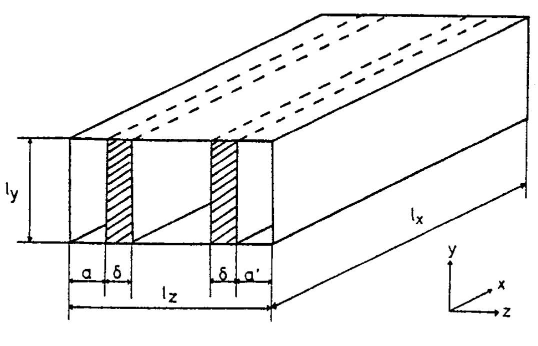

図 3 矩形導波管型移相器の解析モデル

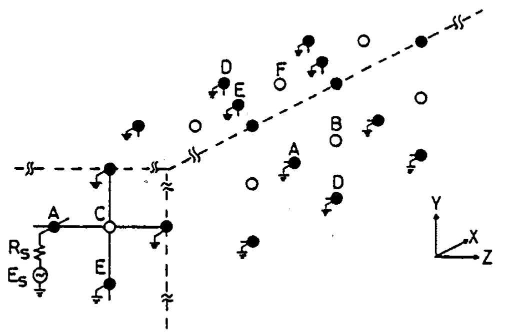

図4　導波管境界面での等価回路

$l_x=46\Delta d$，高さ $l_y=22\Delta d$，長さ $l_z=100\Delta d$，フェライト板の厚さ $\delta=2\Delta d$ とし，管壁とフェライト板との距離を a および a' とした．ここで，Δd は本手法による単位離散空間間隔であり，$1\Delta d=0.05$ cm を想定した．フェライト部分には前章で述べた磁化フェライト等価回路を用いている．なお，z 方向に対して左側のフェライト板に y 方向の正の直流磁界を，右側のフェライト板に y 方向の負の直流磁界を加えた場合を正の位相定数とし，逆に，左側のフェライト板に y 方向の負の直流磁界を，右側のフェライト板に y 方向の正の直流磁界を加えた場合を負の位相定数とした．導波管の管壁は完全導体とし，xz 面は DEF 面，xy 面は ABD 面とした．完全導体の境界条件は，xz 面を例にとると，D, E 点では，表1より電圧がそれぞれ接線成分である E_x，および E_z に対応しているので電圧零の短絡点となる．また，F 点では電圧が法線方向の磁界 H_y に対応し，x 方向と z 方向の電流がそれぞれ接線方向の電界 E_z，E_x と対応しており，すべての値が零となるので孤立点表示となる．xy 面についても同様に考える．また，入力面は，ACE 面とし，入力を TE_{10} モードと想定しているため A 点に導波管の特性インピーダンス R_s を通して電圧線 E_s を接続し，E_y 励振を行っている．また，E 点には，特性インピーダンス R_s のみを接続し，整合をとっている．終端は，導波管の特性インピーダンス R_s を A, E 点に接続し，無反射条件を実現している．以上の条件を用いると境界面での等価回路は図4のようになる．

4. 解析結果

前章で述べた解析モデルを用いて矩形導波管型移相器の3次元時間応答解析を行った．従来の定常解析[8]と比較するため，入力波は初期位相が零の正弦波とし，周波数を 9 GHz とした．媒質定数は，比誘電率 $\varepsilon_r=10.0$，直流磁界 $H_0=1000$ Oe，飽和磁化 $4\pi M_s=3000$ G とし，観測面は導波管の中央の xz 断面とした．以上の入力及び媒質条件のもとで解析を行った．

はじめに，フェライト板の位置 a, a' を変えたときの位相定数の変化を図5に示す．β_+, β_- はそれぞれ x 方向に対しての進行波，後進波の位相定数を表している．●印は本手法による結果であり，実線は解析解の結果[8]である．この図より本解析の結果が従来のものとよく一致していることが確かめられた．

続いて，移相器は通常の位相特性としては，正負の位相差が大きい状態での使用が望ましいため，以下，図5において正負の位相定数の差が大きいところである $a=a'=5\Delta d$ (≒0.25 cm) のときの電磁界の特徴について論じている．はじめに，1周期毎の瞬時値を示す．以下の図で T は周期を示す．まずはじめに正及び負に対する位相定数の場合の電界 E_y の瞬時空間分布を図6に示す．この図より，観測開始時間 $t_0=0$ より1周期後では，さほどそれぞれの位相定数の場合の波形に差異はない．しかし，時間を追うごとに波形の違いが現れてきている．4周期後以降は，同様の波形となり，定常状態となったと考えられるため，これ以後の時刻の図は省略する．この波形の yz 面分布は，従来の解析結果[8]と一致している．続いて，xz 面内の磁界ベクトルの様子を図7に示す．この図から両者の位相定数の場合に対する導波管内の磁界の渦の形の違いがよくわかる．正の場合は，比較的きれいな磁界の渦ができているが，導波管部分全体の磁界の大きさは

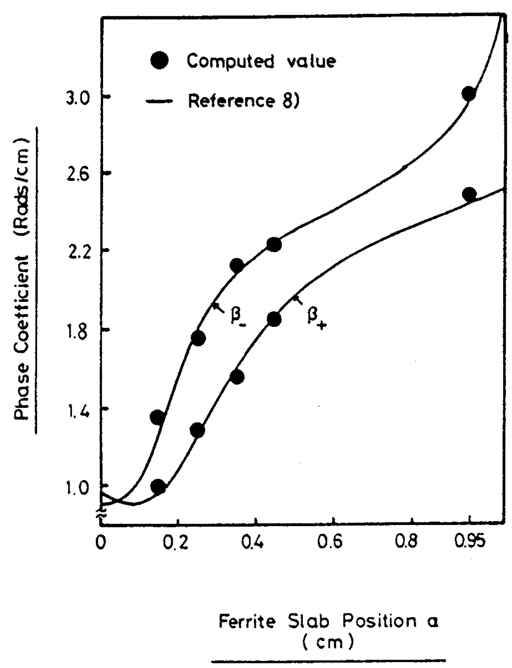

図5　フェライト板の位置による位相定数の変化

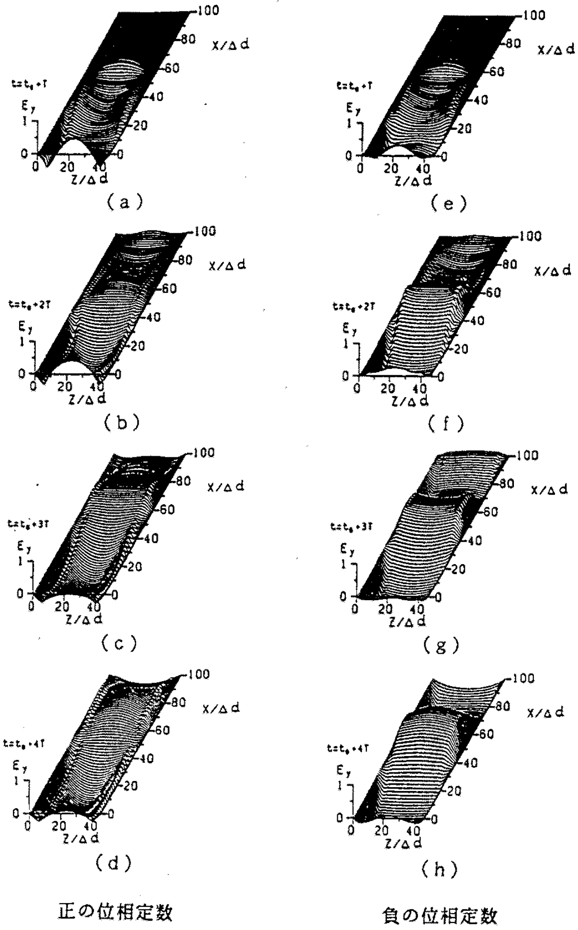

図6　電界 E_y の1周期毎の分布

小さく，フェライト板に磁界が集中していることがわかる．一方，負に対する場合は磁界の渦が x 方向につぶれ，z 方向の磁界が強くなっていることがわかる．また，前者に比べ導波管部分の磁界の値が大きくなっている．これらのことより，負の位相定数の場合のほうが，正の場合に比べ，大きなエネルギーが x 方向に伝わっていると考えられる．このことを確かめるために，さらにエネルギーの流れを示すポインティングベクトルの様子を図8に示す．この図から，負の場合の導波管内の伝搬エネルギーが，正の場合に比べ大きくなっていることがわかる．このことは，移相器としては好ましくない特性と思われる．

5. むすび

以上，本論文において空間回路網法による2枚のフェライト板を装荷した矩形導波管型移相器の解析を行った．解析結果より，本手法によるフェライトの取り扱いの妥当性が示され，さらに移相器内の空間的及び

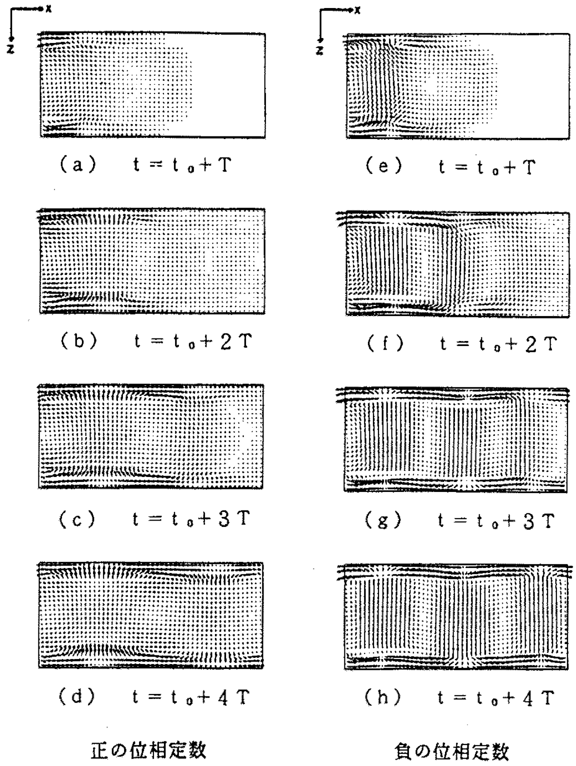

図7　xz 面内の磁界ベクトル H_{xz} の1周期毎の分布

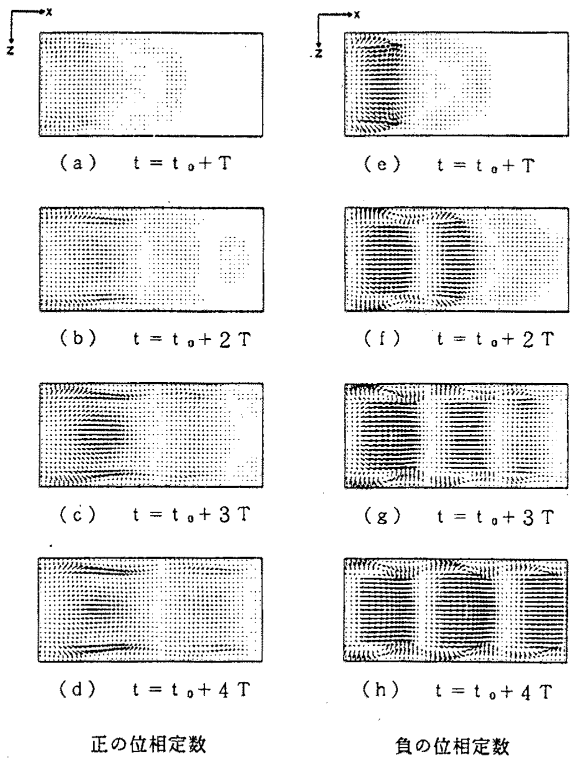

図8　xz 面内のポインティングベクトルの1周期毎の分布

時間的な電磁界分布，エネルギーの流れの様子が示された．本論文では，このような移相器の基本的特性を述べたが，本手法は，容易に損失を考慮に入れることができるので，誘電及び磁性損失をも含めたさらに詳細なフェライトを用いた非可逆デバイスの解析を行っていきたい．

参考文献

1) 吉田 他：電磁波問題の基礎解析法，第5章，130/164，信学会編（1987）
2) 久々津，柏，吉田，深井：Bergeron 法を用いた異方性媒質の基本的扱い，信学論（C），J69–C，12，1557/1559（1986）
3) 久々津，吉田，深井：MIC 型サーキュレータの3次元時間応答解析，信学技報，MW87–38（1987）
4) N. Kukutsu, N. Yoshida and I. Fukai: Transient analysis of ferrite in three-dimensional space, IEEE Trans., Microwave Theory & Tech., MTT–36, 114/125（1988）
5) 久々津，吉田，深井：フェライトを含む導波管の空間回路網法による解析，電学会電磁理論研資，EMT88–14（1988）
6) 久々津，吉田，深井：フェライトを用いたマイクロ波回路素子の空間回路網法による電磁界解析，日本シミュレーション学会第9回計算電気・電子工学シンポジウム，II–23, 301/306（1988）
7) 久々津，吉田，深井：マイクロストリップ線路用接合型サーキュレータの3次元時間応答解析，信学論（C），J71–C, 6, 894/905（1988）
8) B. Lax, K. J. Button and L. M. Roth: Ferrite Phase Shifters in Rectangular Waveguide, J. Appl. Phys., 25, 1413/1421（1954）