

《小特集》

生体・医用における逆問題

加 川 幸 雄*

1. は し が き

逆問題 (inverse problems) が近年盛んに研究されるようになった背景には、コンピュータの高性能化によって、多量の数値・情報の処理が高速かつ容易になったためであると思われる。逆問題は逆解析 (inverse analysis) あるいは単にインバージョン (inversion) などとも呼ばれ、本稿のタイトルである生体・医用の分野だけでなく、大規模な対象としては、地球・天体物理学などの分野でも種々の利用が試みられているようである。逆問題は、遠隔・間接的な計測データに基づく広い意味での非破壊検査、入力/システム同定問題であるということが出来る。

逆問題の嚆矢は、Lord Rayleigh が弦の振動の様子から弦の質量密度分布を推定したことに始まるといわれる。またベルの音からベルの形状を推定する研究 (Shuster), 半無限媒質上の電位分布から深さ方向の導電率分布を推定する研究 (Slichter, Langer) などがこの種の問題の嚆矢として知られているようである¹⁾。

日本機械学会では、1987年、本特集にもご執筆の田中正隆教授 (信州大学工学部) を中心に「逆問題のコンピュータ手法とその応用調査研究分科会 P-SC111」²⁾ を設け、学際分野への応用を対象とする調査研究活動を行っている。さきにその分科会で、「電気工学・音響工学で現れる逆問題について」と題するレビューを行う機会が与えられた。そこでは筆者らが手掛けて来た心電図逆問題、インピーダンス・プレチスモグラフィのシミュレーションを中心に、電流、電磁波、音波等による逆問題について解説を試みた³⁾。数理科学が前年すでに「逆問題」特集号を組んでいるのをその後知ったのであるが、逆問題に対する筆者の理解が必ずしも見当違いではなかったこと、多方面ですでに高度の研究が行われていることを認識したのであった。

本稿のタイトルは「生体・医用における逆問題」であるが、上の数理科学「逆問題」特集号には田中 博助教授 (現在浜松医科大学医療情報部) による「医学における逆問題」⁴⁾と題する解説が載っており、逆問題の本質、逆問題の分類、逆問題の問題点、医学の分野で現れる応用とその原理が精緻な用語で詳しく解説されている。生体・医用関連の逆問題といえはまず X 線 CT, MRI, 超音波 CT などであるが、これらについては上述の田中助教授の解説があるのでそれ以上はつけ加える必要もないと思われ、ここでは、さきのレビューを敷衍し、上の解説ではとりあげていない生体・医用分野の 2, 3 の応用例を紹介することで義務をはたしたい。

2. 逆問題とその応用分野

現在逆問題が利用されている分野、また近い将来実用化される分野を筆者なりにまとめてみたのが図 1 である。逆問題は、(1)計測・観測されたデータからその源となっている入力を推定する、(2)加えられた入力に対する応答出力を計測して対象とするシステムを同定する 2 つの問題に分けることができる。田中⁴⁾はこれらをそれぞれ遠隔計測型 (remote sensing), 遠隔探査型 (remote probing) の逆問題と呼んでいる。逆問題は空間的に拡がっているシステム (場) を対象とするものが多いが、図 1 では、場の物理が静的 (準静的), 動的 (波動など) のどちらのモデルで表わされるかによって分けてある。このうち生体・医学的応用に係わるものにはアンダー・ラインを引いてある。

はしがきでもふれたように、このうち最も広く実用に供されているものは各種 CT であろう。X 線 CT は X 線が直進する性質を利用して、対象に各方向から照射したときの X 線の透過強度の投影像を作り、これを次に逆投影して対象断面の X 線減衰分布を作るものである。逆投影にはフィルタ補正が行われる。演算にはフーリエ変換、ラドン変換が利用される。その他 MRI (magnetic resonance imaging), PET (positron emission tomography) 等が実用化されてい

Inverse Problems in Biomedical Applications. By Yukio Kagawa
(Dept. of Electronic and Information Engineering, Toyama University).

*富山大学工学部電子情報工学科

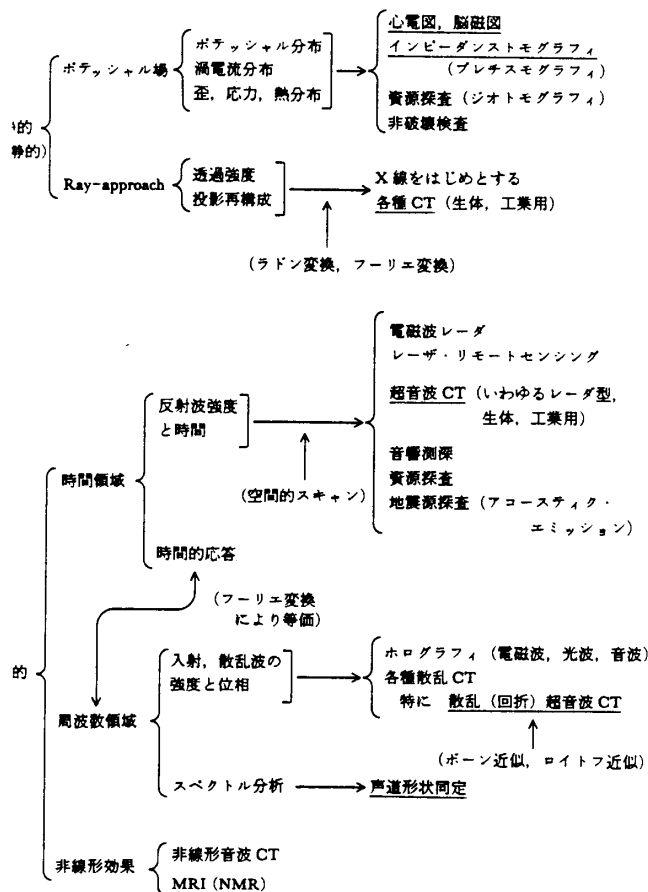


図1 逆問題の対象となる分野

るが、これらの開発はよく知られているように、HounsfieldによるX線CTの画期的成功がきっかけになっている。超音波CTも医療診断技術として重要な位置を占めるにいたっているが、CTとは称しても現在実用化されているものはいわゆるレーダー型の原理に属するものであって、パルス反射法(B-scan, Bモード法)を採用している。すなわち送信された超音波パルスの対象からの反射の大きさと送受間に要する時間から対象断面の密度分布(あるいは音響インピーダンス密度分布)を可視化するものである。これに対してX線CTと同様の原理に基づく透過法がある⁵⁾。この方式は、生体・医用への応用としてはまだ実用化の域に達していない様であるが、ハイパーサーミアなど温熱療法における体内温度非侵襲計測のための試みもなされている⁶⁾。X線と同様のアルゴリズムが利用できる反面、超音波は本質的に波動であるから、媒質による伝播速度の違いや回折効果による画像のゆがみ、アーティファクト(artefacts)の出現など(これはパルス反射法でも同様であるが)の問題が残っている。したがってこの手法は、厳密には、波動性の効果を組

入れた散乱CTとして捉えられなければならない。

不均質媒体内の散乱場を厳密に扱うことは一般に容易でなく、多くの場合Born近似、Royfov近似が利用される⁷⁾。Bates等はfull-wave CTなる概念を提唱している⁸⁾。

X線CTにおけるX線の直進性が波動としては光波の周波数に属するためであると考えれば、その反対の極にあるものにインピーダンスCTがある。これは入力として準直流(低周波)を利用するもので、対象(導電体)表面境界に設けた多数の電極間で計測された自己・伝達インピーダンスから内部の導電率分布を同定する手法である⁹⁾。電極から流入した電流は拡散する傾向を示すから本質的に良好な解像力を期待することは出来ないが、装置が簡便、安価である等の利点がある。肺部体積、血管断面積の推定、声帯の運動の計測¹⁰⁾などに利用されている。これらはインピーダンス・プレチスモグラフィ(impedance plethysmography)と呼ばれることが多い。これはさきのSlichter, Langerを嚆矢とする問題の1つの展開であると言うことができ、資源探査の分野では、レジスティブ・トモグラフィなどと呼ばれて、ジオ・トモグラフィの1つの技術として古くから利用されている。

声道形状同定問題は、口唇から発せられる音声の周波数スペクトルから声道形状を同定する問題である。声道は1つの音響フィルタであると考えられるから、計測されたスペクトルは声道を駆使する声帯振動のスペクトルの声道フィルタによる重みづけの結果である。したがってこの場合駆動波のスペクトルは判明しているものとしなければならない。これは、さきにふれたRayleigh, Shusterの提起した問題の1つの展開であると考えることが出来る。この種の問題に関しては成書¹¹⁾も刊行されている。

以上概観してきた問題はすべて、加えた入力に対する応答から対象システムを同定する問題(遠隔探査型)である。これに対して心電図、脳磁図逆問題などと呼ばれるものは、システムの状態(特性、形状など)が知られているものとして入力(源)の分布を同定する問題(遠隔計測型)である。心電図による診断は通常、体表面上に選ばれた数点で計測された心電波形の時間的変化に基づいて行われる。それに対してここで言う心電図は、体表面上の多数の点で計測された電位分布から心臓内の電氣的活動(電位・電流源分布)あるいは心外膜上の電位分布を同定するものである。時間的波形のみならずその空間的情報を併せて得ることによ

って、現象の理解だけでなく診断の精度向上に資するものと考えられ、実用に供されつつある。この種の逆問題については筆者の解説¹²⁾もあるのでここでは割愛する。

3. 伝達システム・モデルによる逆問題

対象となる生体は形状が複雑で不均質である。数理的には連続系/分布定数系と考えてよいであろうから、その場は微分方程式で表わされる。これに対応する積分型表現は、入力（駆動源） $a(\omega, \Gamma)$ 、出力（計測、応答） $b(\omega, \Gamma)$ に対して

$$b(\omega, \Gamma) = \int K(\omega, \Omega, \Gamma, \Gamma') a(\omega, \Gamma') d\Gamma' \quad (1)$$

の形で与えられる。ここで積分核 K は a, b 間を結ぶ 1 つの影響関数とみることができる。 ω は角周波数であるが、場が非定常の場合はラプラス変換、フーリエ変換された場を考えていることになる。 Γ, Γ' は対象領域 Ω の境界で、駆動源、計測点は 1 つの境界をなしていると考えている。(1) 式を解析的に解くことは順問題でも容易でない。逆問題では更に無限自由度となるから一意の解は存在しない。そこで離散化モデルを考え数値演算を採用することになる。

3.1 離散化モデルとインバージョン

対象場を有限要素法、境界要素法などの手法により離散化された近似モデルを考えることにすれば、伝達型表現

$$b(\omega) = H(\omega, \Omega) a(\omega) \quad (2)$$

が得られる。ここで a, b はそれぞれ入、出力ベクトル、 H は伝達マトリックスである。電気的には、連続場が入、出力に多端子を持つ等価回路網でモデル化されたことに相当する（図 2 参照）。

遠隔計測型逆問題では、出力 b を計測して入力を求める問題であるから

$$a = H^{-1} \hat{b} \quad (3)$$

となる。ここで $\hat{b}$ は計測値を示す。この場合、システム（伝達）マトリックスが既知であるから、これは容

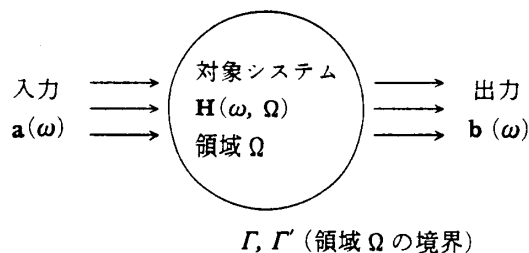


図 2 空間に拡がるシステムの入出力応答

易に求められるようにみえる。 H はいつでも正方とは限らないが計測点を増やせば正方にすることが出来る。ところがその場合でもこの種の問題では逆マトリックス H^{-1} が特異的であることが多く、不適切問題 (ill-conditioned) となる。したがってこの点をどのように処理するかが工夫のしどころとなる¹³⁾。

遠隔探査逆問題では、加えられた入力 a に対する計測 $\hat{b}$ からシステム・マトリックス H を同定する問題である。計測結果は H の状態によって定まるから、 T を 1 つの変換操作とすれば、 $\hat{b} = T(H)$ 。 H はまた対象場の分布 f によって決定されるから、結局

$$\hat{b} = T(f) \quad (4)$$

の形に書ける。ここで T は変換マトリックスで、投影 (forward projection) に対応する。したがって逆問題は

$$f = T^{-1}(\hat{b}) \quad (5)$$

となる。これは X 線 CT 等の逆投影 (back projection) の過程に対応している。

(4) 式の過程が線形であれば、(2) 式は各成分に関して一次結合

$$\hat{b}_i = \sum_{j=1}^n H_{ij} a_j \quad (6)$$

で表わせるから、駆動 a_j を 1 点づつ与えるようにしてそれぞれに対する応答 $\hat{b}_i$ を計測するようにすれば H の成分はすべて求められる。これはモーダル解析におけるシステム同定の手法であり、X 線 CT の手法に類似でもある。

しかし一般には、インピーダンス CT を含めて H は f の関数ではあるが (4) 式の過程が線形ではない。したがって (5) 式の線形インバージョンは厳密には正しくない。1 つの手法としては想定された $\hat{f}$ に対して順問題を解き、得られた解 $\hat{b}$ と対象システムに関して計測された結果 $\hat{b}$ との距離（目的関数）が最小となるような f を繰り返し演算で求めることである。すなわち

$$\text{minimize } J(f) \quad (7)$$

ここで $J(f) = |\hat{b} - \hat{b}|^2$, $\hat{b} = T(\hat{f})$ 。

図 3 にこれらの関係をまとめて示す。

3.2 逆問題の問題点

逆問題に関連して常に問題となるのは次の点である¹⁴⁾。

1) 解の存在と一意性 2) 解の安定性、収束性 3) 解の精度、不適切性 などである。

1) は個々の問題について議論されているが、一般的な

	数 理 モ デ ル	離 散 化 モ デ ル			主として医用への応用
		入 力 a	システム H	出 力 b	
場 の 問 題	微分方程式 (積分方程式)	駆動条件, 初期条件	伝達系 (空間領域, 領域境界)	応答	
順 問 題	場の応答問題 (演繹)	既 知	既 知	未 知	
逆問題	遠隔計測型	駆動条件, 初期条件の同定	未 知 (入力)の同定	既 知 (計測)	聴診, 心電図, 脳波図 逆問題
	遠隔検査型	微分方程式の係数の同定 (周波数領域, 時間領域, 空間周波数領域)	既 知 (駆動)	未 知 (システムの同定)	既 知 (計測)
					打診, インピーダンス, ブスチモグラム, 声道形 状同定, 各種 CT

図3 離散化伝達モデルと同定問題

結論は得られていない様である。多くの逆問題では、データの計測が対象とする領域の境界あるいは表面で与えられる2次元量であるのに対して、未知なのは内部の3次元量である。これは「次元落ちの写像」と呼ばれている。このような場合厳密には一意の解が得られないが、通常、連続系を離散化系（有限個のパラメータ系）に変換して、そのうえで一意の解が得られるようにすることで対処される。2), 3)は逆問題の実際を考える場合重要である。現実計測されるデータは有限個であり、しかも必ず測定誤差が含まれているから、データに対応する解が安定に収束性が保たれるとは限らない。逆問題では多くの場合、インバージョンの過程が不適切問題となり、したがって誤差に関する解の感度が大きく、僅かの誤差で推定解が著しく変動する。そのためには、最尤推定法、正則化法、特異値分解法などによる適切化処理の利用が欠かせない。

3.3 逆問題と最適設計問題

工学における設計問題はすべて、広い意味での逆問題である。より正確には、最適設計問題はというべきかもしれない。

ところが我々が通常設計のために利用する数式や方程式は多くの場合、物理学の法則から演繹的に導かれたものが普通であって、したがって通常設計と呼ばれる行為は、条件を想定して結果を求める解析の繰り返して行われる。すなわち演繹解析を通して方向を逆に遡り、仕様を最適に満たす条件をみつける事になる。結果が仕様を満たしているかどうかの判定と設計パラメータの変更は設計技術者の役割であり、腕の観せどころでもある。人間の経験や勘がどの様にしてこの一連のプロセスを行っているかは判然としないが、これらの過程を人間を介することなく機械的に行うことが出来れば便利である。解析の手順を試行錯誤的に

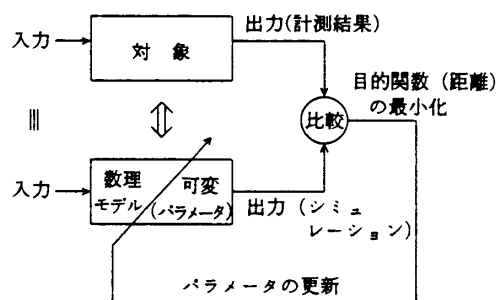


図4 逆問題と最適化

繰り返して仕様（目的）を満たす条件をさがす手法を採用するとして、設計パラメータをどちらの方向へどれだけ変更されるべきかの指針が与えられなければならない。そのためには最適化（optimization）の手法として、リニアプログラミングを始め、最適制御で開発されている手法が利用できると思われる。次章で紹介する例では、さきにふれたように目的関数の最小化の技法を採用している。

逆問題と最適設計問題は即同一というわけではないが、逆問題を解く過程で、同定判定に最適化の技法が利用されると考えることができる。図4にそのプロセスを示す。

4. 応 用 例

図1で分類した静的、動的場の例としてそれぞれインピーダンスCTと声道形状同定問題を取りあげ、以下紹介する。いずれも遠隔探査型逆問題に存するものである。

4.1 インピーダンスCT

さきにも述べたように、インピーダンスCTは、本質的に高い解像力を期待できるわけではないが、装置が簡単・安価であることから、近年、多くの研究が報告されている^{15)~19)}。地中探査の技術としては古く

から利用されており、古くて新しい技術といえる。生体・医用としてはモニター用途としての応用から始ったと考えられる。

インピーダンス CT は境界におけるインピーダンス計測（電位分布）から内部の導電率分布を同定する問題であるが、一意の解の存在については、ある種の制約下であれば保証されることが証明されている²⁰⁾。

ここに紹介するのは *Barber, Brown* に依るものである²¹⁾。

導電率は、よく知られているように、電位 V に関して、ポアソン方程式に支配される：

$$\nabla \cdot (C \nabla V) = 0 \quad (8)$$

C は一般には導電率テンソルで、位置の関数である。順問題では、 C が与えられ、境界条件として $V, \partial V / \partial n$ が境界で規定されれば解かれる。

導電率が均一であれば、これはラプラス方程式となる：

$$\nabla^2 V = 0 \quad (9)$$

導電率が不均一であっても等方性と考えてよい場合は、(8)式は次のように表わされる：

$$\nabla^2 V + \frac{1}{C} \nabla C \cdot \nabla V = 0 \quad (10)$$

導電率の代りに抵抗率を採用するものとすれば、(10)式はつぎのように書ける：

$$\nabla^2 V = \nabla V \cdot \nabla R \quad (11)$$

ただし対数抵抗率として $R = -\ln C$ を定義する。

右辺は 1 つの空間的な駆動項である。

解法には、投影、逆投影に関して幾何学的再構成法 (algebraic reconstruction technique) と称する手法を採用し、反復演算を行っている。はじめに導電率を想定して（例えば均一分布）投影を行い（場の問題を解き）、境界値 b_0 を求める。これを計測結果 $\hat{b}$ と比較し、その差から導電率分布を書きかえる。これを用いて再投影を行い境界値 b が $\hat{b}$ に一致するまで繰り返す。一致したときの導電率分布 f がインバージョンである。

図 5 にインピーダンス CT によるイメージの例を示す。図 (a) は腕の断面の模式図であり、(b) がこれに対応する部位での CT（導電率分布図）である。これは、腕を直径 80 mm の塩水タンク内挿入した場合でタンク壁が見えている。電位分布（インピーダンス）はタンク壁に設けられた 16 個の電極によって計測される。即ち 1 対を駆動電流端に選び、各隣接電極間の電位が計測された。ここでのイメージの再構成はつぎの様にされた。計測された電位差は、場が均一である

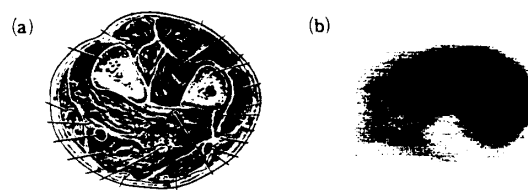


図 5 インピーダンス CT の例 (*Barber and Brown* による²¹⁾)

(a) 腕の断面様式図

(b) 対応する部位の CT イメージ

(腕は直径 80 mm の塩水タンクに挿入したタンク壁に電極 16 個を配置)

とした場合（この場合腕を抜いて計ればよい）に得られる電位差で規準化し、その対数値を用いて等電位になっている電極間で逆投影を行う。この手順を駆動対を変えて繰り返す。すべての駆動対に対して行うのは大変であるから、隣接対だけに限っている。各駆動対について逆投影イメージを求め、それらを加え合せ、フィルタ補正を行って全体のイメージが構成された。

インピーダンス CT は、対象表面に電極を接触させる必要があることから、適切な電極の選定、電流の組織への影響、組織の線形性など解決すべき問題が多く残されている。

4.2 声道形状の同定

母音の発声は、中心周波数の異なる 3 又は 4 個のバンドスペクトル ($F_1 \sim F_4$, これをフォルマントと呼ぶ) の組合せによって行われる。声帯振動は幅広い周波数スペクトルを含んでいる。声道はその形状を変化させることによって入力スペクトルを適宜取捨選択する 1 つの音響フィルタであって、その出力は口唇より放射される。これを調音器官という。

図 6 は声道形状の境界要素モデルであって、右半分

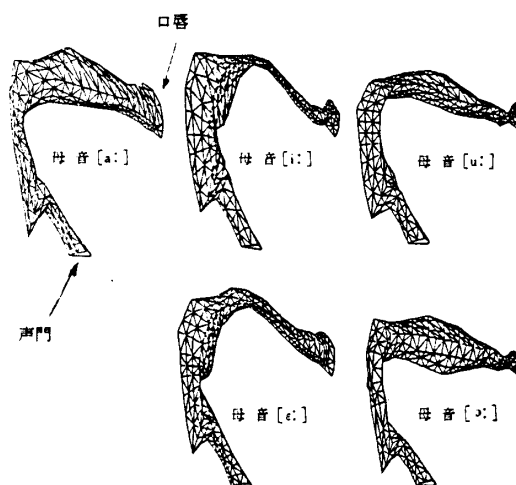


図 6 声道形状鳥かん図 (境界要素モデル)²²⁾

だけを鳥かん図的に示してある²²⁾。これらのモデルはX線写真をもとに作られたものである。入力 v_g (声門部定速度駆動), 出力 p_0 (口唇部音圧) 間の伝達特性

を口唇からの放射を含めてシミュレーションした結果を図7に示す。各図の上部に矢印で示してあるのは、計測されたフォルマントの位置や範囲を示してある。

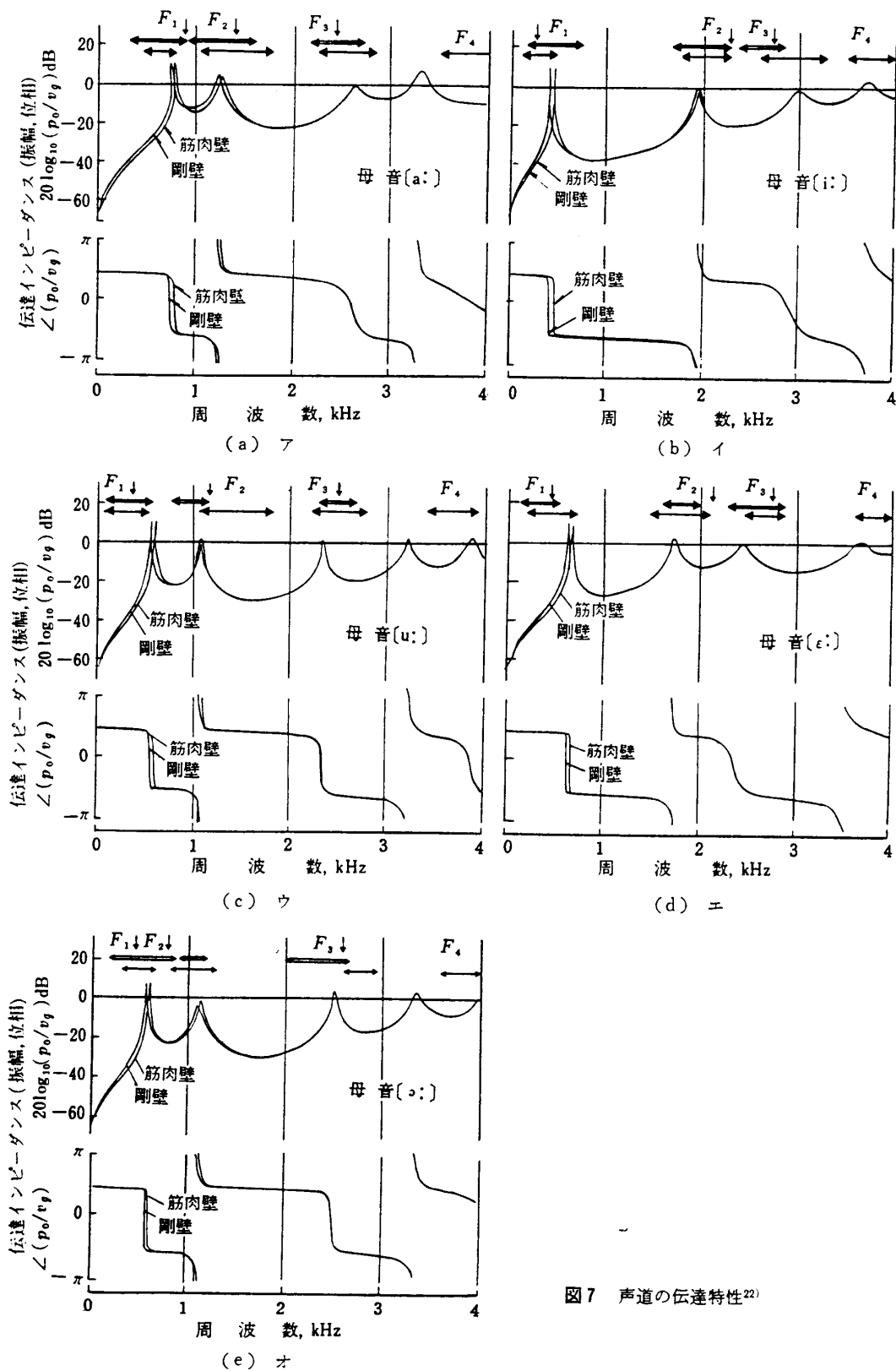


図7 声道の伝達特性²²⁾

シミュレーションされた伝達特性の応答ピーク部がこれらとよく合っている。周波数スペクトルと声道形状はこのように1つの対応関係にある。

調音器官は複雑な形状をしており、しかも1つの母音からもう1つの母音に“わたる”ときには複雑な動きをする。図8に示すのは声道の断面で調音モデルと呼ばれている。鼻腔も描かれているが母音に対しては口蓋帆部で閉じている。調音モデルは器官の動きとその特性の関係を本質を失うことなくモデル化したものと云うことができ、図に矢印で示してあるような各部の動き(変位)によって特徴づけられる。調音器官としての声道は、長さが約17 cm、平均直径がせいぜい数 cm であるから、対象周波数を最高4 KHzと考へても内部を伝播する音波はほぼ平面波と考へて大差はない。したがって声道を直線状に伸し、断面積が図8に示す声道の横断面に対応する1次元音響フィルタ・モデルで置き換えることができよう。図9に示すのがそれで、図8の各部の動きと図8の各セクションの断面積の変化は1対1で対応している。これが我々の対象とする逆問題のためのモデルである。

我々が直接計測出来るのは音波としての音声であり、そのスペクトル分析も容易である。これに対して声道形状の観測は簡単ではない。これを音声スペクトル分布から推定出来れば都合がよく、発声メカニズムの理解のみならず音声認識の手段としても役立つと考えられる。

ここに紹介するのは白井克彦教授(早稲田大学理工学部)によるものである²³⁾。

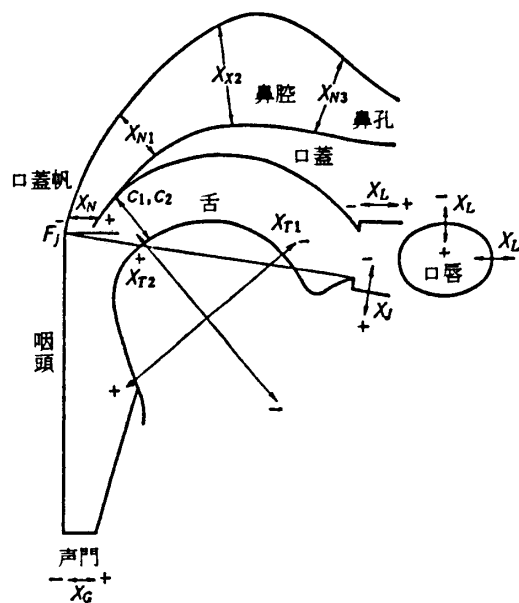


図8 調音モデル(白井による²³⁾)

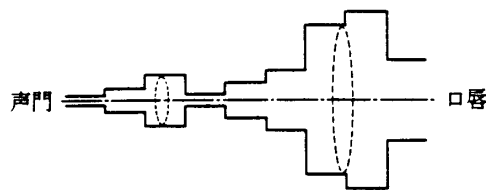


図9 声道面積(1次元音響フィルタ・モデル平面波近似、長さに対して断面形状の変化を拡大に示してある)

声道各部の動きからなるベクトル $\mathbf{x} = [X_{T1} X_{T2} X_J X_L X_G X_N]$ (X は変位) を調音パラメータと呼ぶ。これを与えられれば声道断面積は決定され、声道伝達特性が求められる(順問題)。音声のスペクトル $\mathbf{y}$ は声道形状すなわち調音パラメータの関数であるから

$$\mathbf{y} = \mathbf{T}(\mathbf{x}) \quad (12)$$

と表わされる。逆問題は $\mathbf{y}$ が計測されたものとして

$$\mathbf{x} = \mathbf{T}^{-1}(\mathbf{y}) \quad (13)$$

を求めることである。さきに示した様に、これを直接解くことは出来ないので、想定した $\bar{\mathbf{x}}$ に対して順問題 $\bar{\mathbf{y}} = \mathbf{T}(\bar{\mathbf{x}})$ を解き計測されたスペクトルとの距離(目的関数が最小になる $\mathbf{x}$ をみつける。白井は目的関数として

$$J(\mathbf{x}) = |\bar{\mathbf{y}} - \mathbf{y}|^2 + |\mathbf{x}|^2 + |\mathbf{x} - \mathbf{x}_1|^2 \quad (14)$$

を採用している。第1項は(7)式と同一である。第2

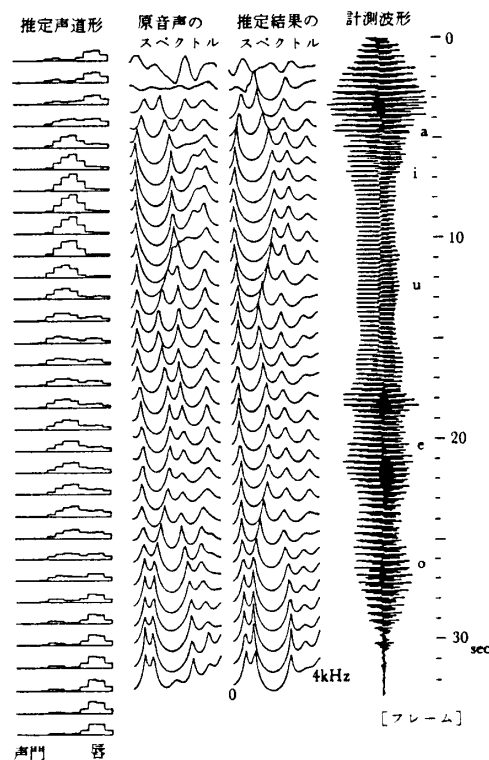


図10 /aiueo/に対する推定結果(白井による²³⁾)

項は調音パラメータが中立位置からあまり離れないように制限する項、第3項は調音パラメータが連続的な動きをするように設けたもので、 x_i は前のフレームの調音パラメータである。計算は当然反復演算となるが、第2フレーム以下は前のフレームの値を出発値としている。図10は、/aiueo/を連続発声（右端波形）したときに推定された調音パラメータから作られた声道形状（左端）である。

5. AI とニューロコンピューティング

以上、逆問題の生体・医用への応用分野を概観し、2, 3の応用例を紹介した。

我々が持っている数理工学的技術は多くの場合、演繹・解析的である。これに対して逆問題は帰納的側面を持つ合成型問題であり、そのため探索空間が非常に広く、時には跳躍的論理が導入されなければならないこともある。AIは人間の持つ経験的知識をデータベースに持つ1つの支援ツールであり、一意の解への収束を保証し、探索空間を縮小してインバージョンの効率化を図るためには、その利用は有力な手段となろう。本特集号にAIの応用が一編加えられているのも故なしとしない。

ところで、最近、ニューロ・コンピューティングの研究とその応用が盛んである。その1つにニューラル・ネットワークがある。これは階層的な自己組織ネットワークからなる1つの伝達系であるが、そこで学習と呼ばれるものは、ネットワークの出力と正解との間の距離（誤差の2乗平均値）を最小化するようにネットワーク内の結合を変化させるものである²⁴⁾。これは遠隔探査型逆問題の解法そのものである。

逆問題の技術はまだ緒についたばかりである。これからはこの方面への展開も望まれるところです。

最後になったが、日頃ご指導ご鞭撻を賜る本学会会長 川井忠彦教授にお礼申しあげる。

参 考 文 献

- 1) 安達、宇野：電磁波における逆散乱問題，電子通信学会誌，69-10，966/1000（1986）
- 2) たとえば，シンポジウム—逆問題のコンピュータ手法とその応用—講演論文集 日本機械学会 No. 890-34平成元年7月10日-12日長野市
- 3) 加川幸雄：電気工学，音響工学で現れる逆問題について—レビュー，日本機械学会逆問題のコンピュータ手法とその応用調査研究分科会資料（1987）
- 4) 田中 博：医学における逆問題，数理科学，特集逆問題，No. 274，38/44（1986）
- 5) J. F. Greenleaf: Computerized Tomography with Ultrasound, Proc. IEEE, 21, 330/337（1983）
- 6) 富川，沼田，山田，中村：超音波CTによる内部温度計測，電子情報通信学会超音波研究会 US-87-33，41/48（1987）
- 7) たとえば S. X. Pan and A. C. Kak: A Computational Study of Reconstruction Algorithms for Diffraction Tomography: Interpolation versus Filtered Backpropagation IEEE Trans, ASSP-31-5, 1262/1275（1983）
- 8) R. H. T. Bates: Full-Wave Computed Tomography Pt. 1: Fundamental Theory, IEE Proc. 131, Pt. A, 8, 610/615（1984）
A. D. Seager and R. H. T. Bates: Full-Wave Computed Tomography Pt. 2: Resolution Limits, IEE Proc., 131, Pt. A, 8, 616/622（1984）
- 9) L. R. Price: Electrical Impedance Computed Tomography (ICT): A New Imaging Technique, IEEE Trans. NS-26-2, 2736/2739（1979）
- 10) A. M. Smith and D. G. Childers: Laryngeal Evaluation Using Features From Speech and the Electroglottograph, IEEE Trans. BME-30-11, 755/759（1983）
- 11) G. M. L. Gladwell: Inverse Problems in Vibrations, Dordrecht: Martinus Nijhoff（1986）
- 12) 加川幸雄：生体工学・通信工学における計算力学の応用，コンピュータロール，8，87/100（1984）
- 13) 村井，加川：心電図逆問題に伴う悪条件の適切化の一手法，電子通信学会論文誌，J65-C-5，359/366（1982）
- 14) 加川幸雄：逆問題，最適化問題とその問題点，B-40，（招待講演）117/118（1986）
- 15) K. A. Dines and R. J. Lytle: Analysis of Electrical Conductivity Imaging, Geophysics, 46-7, 1025/1036
- 16) Y. Kim, J. G. Webster and W. J. Tompkins: Electrical Impedance Imaging of the Thorax, Jour. Microwave Power, 13-3, 245/257（1983）
- 17) A. Wexler, B. Fry and M. R. Neuman: Impedance Computed Tomography Algorithm and System, Applied Optics, 24-23, 3985/3992（1985）
- 18) T. Murai and Y. Kagawa: Boundary Element Iterative Techniques for Determining the Interface Boundary Between Two Laplace Domains—A Basic Study of Impedance Plethysmography as an Inverse Problem, Int. Jour. Numerical Methods in Engineering, 23, 35/47（1986）
- 19) T. J. Yorkey, J. G. Webster and W. J. Tompkins: Comparing Reconstruction Algorithms for Electrical Impedance Tomography, IEEE Trans. BME-34-11, 843/852（1987）
- 20) R. Kohn and M. Vogelius: Determining Conductivity by Boundary Measurements, Communications on Pure and Applied Mathematics, XXXVII, 289/298（1984）
- 21) D. C. Barber and B. H. Brown: Applied Potential Tomography, Jour. Physics E: Sci. Instrum. 17, 723/732（1984）
- 22) 加川幸雄：FEM/BEMの音響問題解析への応用，先端領域における計算力学，機械の研究，特集欄，41—1，131/140（1989）
- 23) 白井克彦：調音と音声，数理科学，No. 253，77/83（1984）
- 24) ラルフ・リンスカー：マシンビジョンのためのアルゴリズム，ニューコンピューティングへの挑戦（相磯，甘利監修），93/109，三田出版会（1989）