

《小特集》

テニスにおけるインパクトのシミュレーション

川 副 嘉 彦*

ABSTRACT There are a number of unclarified points regarding impact phenomenon between a ball and a racket as well as regarding optimum design of rackets. The performance of tennis racket with the coefficient of restitution (COR) is closely related to the impact phenomena. In this paper, the distribution of the coefficient of restitution of tennis racket considering racket vibrations is predicted using a simple nonlinear impact model and an experimentally identified vibration model of tennis racket on the basis of the idea that the COR can be derived from the energy loss during ball-racket impact. The calculated COR considering the main source of energy loss such as the impact between a ball and strings, the rotation of racket during the impact and the vibrations of racket-frame can explain the experimental results very well.

1. はじめに

スポーツ用具は、素材の複合化により設計・製造の自由度が大きくなり、身体的条件や技術的条件の異なる使用者との整合を考慮したきめの細かい設計を目指す段階に至っている。最近では、理論武装したテニスラケットも現れ始めた。しかし、人間系と機械系（用具系）が複雑に絡んでいるためにラケットの性能やインパクト現象については不明な点が多い。

ラケットの性能は、ボールとラケットの衝突現象と密接に関連している。

ラケットの外形寸法・質量分布・フレームの剛性分布・ガットの張力・ボールの復原力特性などの物理特性に対して、ボールがある速度とある角度でラケットに衝突した瞬間から離れるまでの間（接触時間）にラケットがどのように挙動するか、また、ボールの速度とスピンのようになるかが明らかになればラケットの性能が評価できることになる。

しかし、ボールとラケットの衝突現象は、瞬時（インパクトの時間は約 6 ms～3 ms）の大変形をともなう複雑な非線形現象であり、解析はきわめてやっかいである。

従来の多くの実験もインパクトの複雑さを示しているだけで、ストリングスとフレームとボールの相互作用については、ほとんど解明されていない¹⁾。

本稿では、テニスのインパクトの本質を明らかにすることをめざして、ボールとラケットの非線形衝突現象の本質に関与する支配的な諸因子を考慮して、しかもパソコンでも解析可能なできるだけ簡単な近似モデルを考える。大変形をともなうボールとストリングスは実験に基づいて非線形として扱い、振幅の小さいラケット・フレームの振動モデルは線形系として実験的に同定する。インパクトにおけるボールとラケットの衝突力と接触時間などの衝突諸量および同定したラケットの振動モデルを用いて、ラケットの応答を予測する。さらに、ボールとストリングスの衝突によるエネルギー損失、衝突におけるラケットの回転によるエネルギー損失、フレームの振動によるエネルギー損失からラケットの反発係数を予測する方法と予測例を紹介する。ただし、ボールの回転（スピン）は無いものとする。

2. 衝突モデルのポイント

ボールとラケットの衝突現象の厳密な解析はきわめてやっかいである。

インパクト現象を複雑にしているのは、変形量が増大するほど急激に硬くなるというボールとストリングスの非線形性と腕によるスイングをラケットの境界条件としてどう与えるかということである。

ラケットを支える支持条件とボールは一定だとして、おもにラケットの物理特性が反発性能にどのように影響するのかを明らかにする目的で、以下のような実験的事実を考慮すると、現象の本質を失わないでパソコンでも計算できるモデリングが可能になる。

Simulation of Impacts in Tennis. By Yoshihiko Kawazoe (Dept. of Mechanical Engineering, Saitama Inst. of Technology).

*埼玉工業大学機械工学科

ボールとラケットとの衝突実験²⁾およびインパルス・ハンマによるラケット・ストリングス面の打撃実験において、ラケット・フレームの剛性あるいは振動がボールとストリングスとの接触時間（衝突時間）およびハンマとストリングスの接触時間におよぼす影響が小さいという事実に着目して、衝突力や衝突時間の解析には振動を無視したラケット・フレームを想定する。

さらに、ストリングス周りのフレームを固定したストリングスにボールを衝突させた場合は、通常の衝突速度の範囲では、反発係数はストリングス張力と衝突速度にほとんど依存しないという事実を考慮する。

ボールとラケットとの衝突の瞬間を示す高速ビデオ写真において、衝突速度が非常に大きい場合を除けば、衝突時のボールはストリングスと接触している片側のみ主に変形しているように見える。したがって、インパクトにおいて、中心に質量を集中させたボールがストリングスに接触する片側だけ変形すると仮定する。

上記の仮定のもとで、ボールとストリングスの非線形復原力特性を持った1自由度モデルとフレームの剛体モデルが衝突するとして、等価的衝突力と接触時間を計算し、求めた力積と接触時間を用いて現実に近い衝突力波形を近似する。次に、実験的に同定したラケットの振動モデルに、上記の衝突力波形を適用し、インパクトにおけるラケットの振動を予測する。

衝突におけるラケット・フレーム振動によるエネルギー損失を考慮することにより、フレームが振動する場合の反発性能を評価することができる²⁾。

3. インパクトを支配する主要な因子

3.1 ボールとストリングスの衝突におけるエネルギー損失と反発係数

図1は、ストリングス周りのラケット・ヘッドを固定してボールをストリングスに衝突させた場合の反発係数（ボールの跳ね返り速度/入射速度） e_{BG} の測定結果²⁾である。

ボールの入射速度が14 m/sと25 m/sの実験範囲（通常のストロークにおける衝突速度）では反発係数 e_{BG} の値はほとんど一定である。また、ストリングスの張力が30 lbのときと60 lbのときの値もほとんど同じであり、どちらが反発が良いともいえない。すなわち、ボールを壁に衝突させた場合は、反発係数は衝突速度の増大とともに減少するが、ストリングス周りのフレームを固定したストリングスにボールを衝突させた場

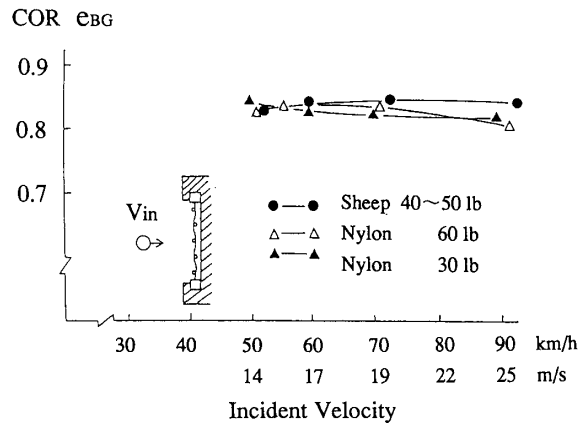


図1 ストリングス周りのフレームを固定した場合のボールの反発係数（跳ね返り速度/入射速度）実測値

合は、通常の衝突速度の範囲では、反発係数は張力と衝突速度にほとんど依存しないことを示している。

ストリングス周りのフレームを固定した場合の反発係数約0.83というこの実験結果は、従来の多くの文献³⁾の結果ともほぼ一致しており、ガラス、アルミ、木などのラケット素材の違いによる差異もほとんど無い。

この反発係数を、フレーム質量が無限に大きい場合の、ボールとストリングスという素材の間の衝突における固有の反発係数とみなし、ボールとストリングスの衝突におけるエネルギー損失を反発係数 e_{BG} として考慮すると、衝突の解析が格段に容易になる。

3.2 ボールとストリングスの非線形復原力特性

中心に質量を集中させたボールが衝突においてストリングスに接触する片側だけ変形すると仮定すると、荷重実験の実測値に基づいて、ボールの復原力特性 F_B 、ストリングスの特性 F_G 、ボール・ストリングス複合系の復原力特性 F_{GB} は図2のようになる。また、復原力 F_G 、 F_B 、 F_{GB} の変位 X に関する微分、すなわち

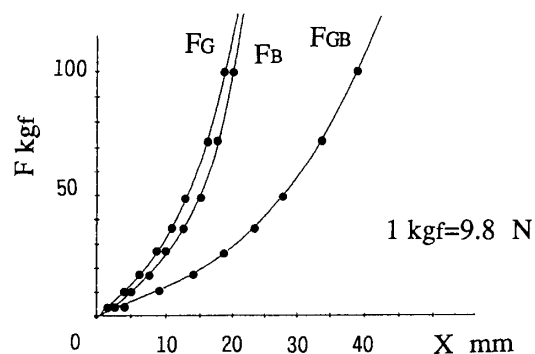


図2 ボール、ストリングス、ボール・ストリングス複合系の非線形復原力特性

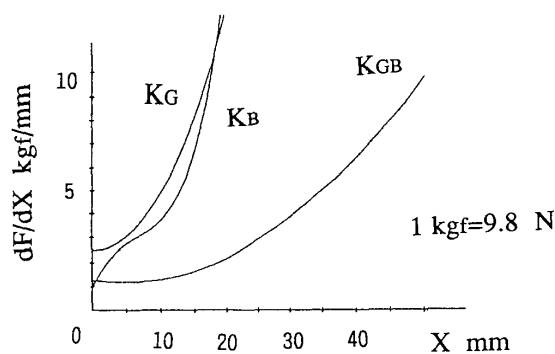


図3 ボール、ストリングス、ボール・ストリングス複合系の非線形ばね剛性

ばね剛性 K_G , K_B , K_{GB} は図3 のようになる²⁾。

ボールもストリングスも変形量の増大にともなってばね剛性が増大する非線形特性を示し、ボールとストリングスの合計の変形量が約20 mm を越えると、ボールとストリングスの複合ばねは急激に硬くなる。

3.3 ラケットの回転によるエネルギー損失と換算質量

ボールとラケットとの衝突において、ラケットが回転するために、ボールを弾くことに関与するラケットの質量はラケット全体の質量とは異なる。ラケットの回転に使われるエネルギー損失を衝突点に集中した換算質量として考慮し、ボールを質量と非線形ばねをもつ1自由度系に近似すると、ボールとストリングスの非線形ばねを間に挟んで、集中質量をもつボールと換算質量を持つラケットが正面衝突すると考えることができる。フレームの剛性は、衝突におけるフレームの振動エネルギー損失として考慮する。

衝突の瞬間にグリップ位置を支点としてラケットが回転する(打撃点が縦の中心線上にある)場合は、ラケットの打撃点に換算した換算質量²⁾は、ラケット支点(グリップ位置)まわりの慣性モーメントに比例し、ラケット支点と打撃点の距離が小さいほど大きい。また、縦の中心線まわりにラケットが回転する(打撃点が中心から横に外れた)場合は、換算質量はラケットの縦の中心線まわりの慣性モーメントに比例し、打点がラケットの縦の中心線に近いほど大きい。

4. 衝突諸量の計算法

以下の3つの条件を使うと、衝突速度が与えられた場合の等価的な衝突力 F_{MEAN} とボール・ストリングス複合系の復元ばね剛さ K_{GB} が決まり、 K_{GB} が求まると、衝突速度に対する接触時間 T_c も決まる²⁾。

(1) ボールとラケットの衝突における運動量保存則

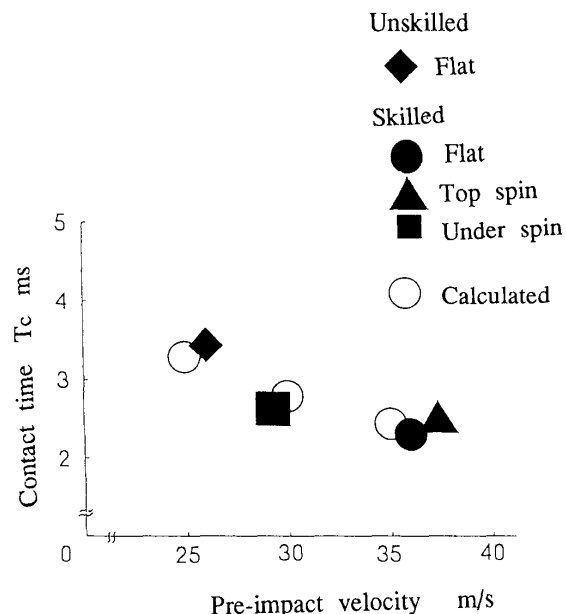


図4 実打における接触時間の実測値と計算値の比較

と反発の式を使う。

(2) 接触時間は、ボールの質量、ラケットの換算質量およびボール・ストリングス複合系の非線形ばね剛性の関数であり、接触時間の間一定の大きさの等価的な力が作用するような力積を想定し、等価的力に対応するばね剛性を考える。

(3) ボール・ストリングス複合系の復元力およびばね剛性の変形量に関する特性から、復元力とばね剛性の関係を求める。

図4は、フォアハンド・ストローク実打における接触時間の実測値(5000コマ/秒)⁴⁾と計算値を比較したものである。衝突速度26.1 m/s(未熟練者のフラット)のとき接触時間の実測値は3.4 ms、衝突速度36 m/s(熟練者のフラット)のとき2.3 msであり、計算値と良く合っている。

5. インパクトにおけるラケットの応答変位振幅の予測

5.1 ラケットの振動特性の同定

コンピュータ援用による実験モード解析⁵⁾に基づいて、ラケット面上の任意の点に単位力が作用した場合の任意の点の変位を周波数領域で求めておく⁶⁾。インパクトにおけるボールとストリングス間に作用する衝突力波形を実フーリエ変換し、周波数領域における衝突力を与えてやれば、打点と衝突速度に対するラケット面上の任意の点の応答変位を計算することができる。ラケット応答の減衰振動も予測できるが、反発性

能はインパクトの瞬間の挙動で決まるから、ここではインパクト直後のフレームの最大振幅分布を求め、フレーム振動によるエネルギー損失を計算する。

ラケットをグリップ自由の（柔らかいクッションに横たえた）状態およびグリップを手でしっかり持って支えた状態でラケットの振動特性を同定し、両モデルの応答の比較も試みた。この結果は次章に示す。

5.2 衝突力波形近似

ラケットの振動には、力積と接触時間のほかに、衝突力の波形が影響するから、力積および接触時間の値は変えないで、ボールとストリングス間に作用する衝突力波形を実測波形に近い図5左半のような正弦半波パルスで近似すると、その実フーリエ変換（ f は振動数 Hz）は図5右半のようになる。

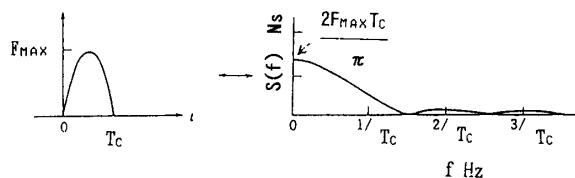


図5 ボールとラケットの衝突における力波形とスペクトラム

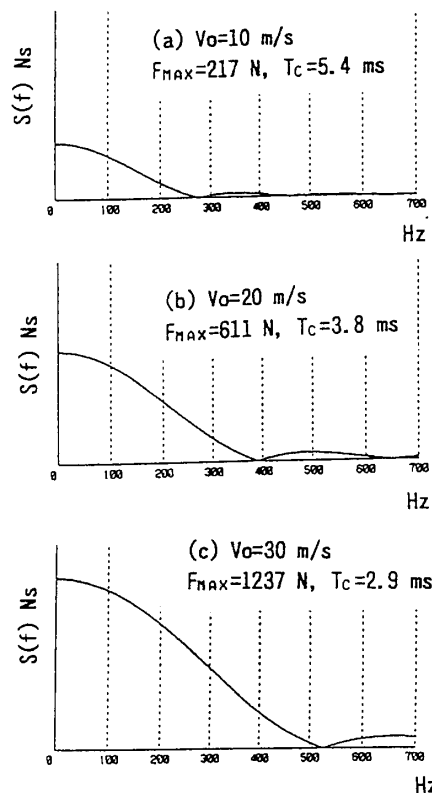


図6 衝突速度と衝突力のスペクトラム

図6は、ラケット面のセンターで衝突したときの衝撃力スペクトル計算値（(a)衝突速度10 m/s, (b)20 m/s, (c)30 m/sの場合）である。ラケット質量は360 g, グリップ位置はグリップ端から70 mmであり、ストリングスの張力は標準値55 lbである。衝突速度が増すと、衝撃力が増大するとともに高い振動数成分を含むようになる。衝突力の周波数スペクトルとラケットの固有振動数および振動モード（振動の形）との関連でラケットの振幅の大きさが決まる。

したがって、ラケット面上の打点と衝突速度を与えれば衝撃力の波形を得るので、ラケットの任意の点の応答変位をシミュレーションでできることになる⁶⁾。

5.3 ラケットの応答変位振幅の予測

図7は、グリップ自由（解放）の場合とグリップを手で支えた場合のラケット応答の比較である⁷⁾。ラケット面の極端な先端に速度30 m/sでボールが衝突したときの衝突直後の変位振幅のシミュレーション結果である。グリップ手持ちの場合の方が先端部で振幅がやや大きい。グリップを手で支えた場合とグリップ自由の応答変位振幅はよく似ている。図7の下半は、グリップ自由の場合とグリップを手で支えた場合のラケットの基本振動モード（振動の形）を示す。白と黒の境界が振動の節を表す。節にボールが当たった場合はフレーム振動は非常に小さい。手で支えた場合は振動数が少し低くなるが、振動モードはグリップ自由の場合とよく似ており、グリップを万力などで固定した場合に現れる片持ち梁の基本的振動モードは現れ

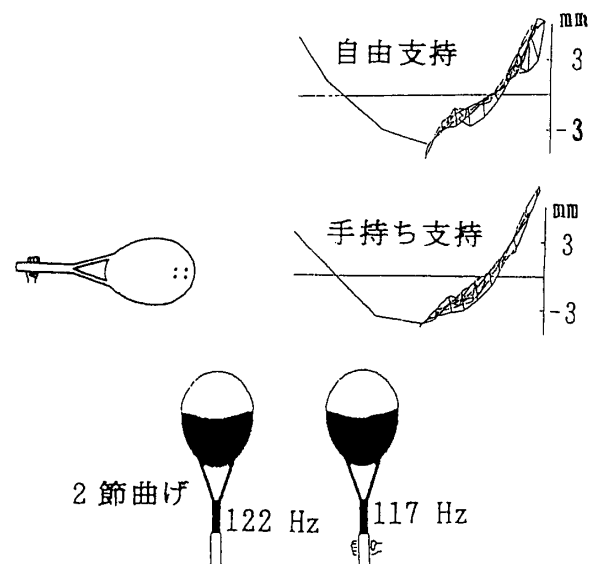


図7 グリップ解放（自由）の場合と手持ちの場合のラケット応答変位振幅の比況（衝突速度30 m/s, 先端打撃）

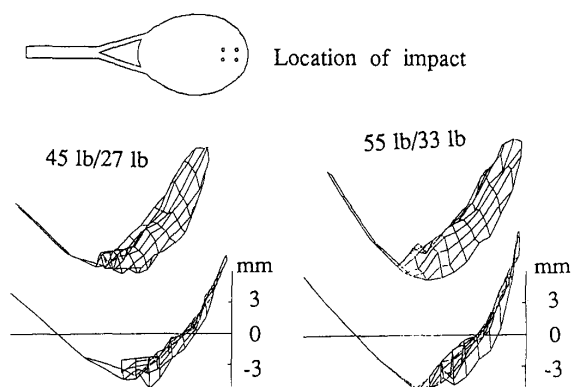


図8 スtrings張力の異なるラケットの応答変位振幅の比較（衝突速度30 m/s, 先端打撃）

ない。

図8は、Strings張力の異なるラケットのインパクトにおける応答変位振幅シミュレーション結果である。衝突速度は30 m/sであり、打点はラケット面の極端な先端である。Stringsを強く張ったラケットの方の振幅が大きい。ラケットは、質量：366 g、打球面の面積：110 in²、重心位置：グリップ端より約325 mm、2節曲げ固有振動数：132 Hz、Strings張力：縦55 lb/横33 lbおよび縦45 lb/横28 lbである^{7),8)}。

6. フレームの振動を考慮した反発係数の予測

ラケットの任意の打点（A～H）にボールが衝突した瞬間のフレームの応答速度振幅分布を求め、フレームの長さ方向の質量分布を一樣とみなせば、フレーム振動による損失エネルギー ΔE_1 を求めることができる。

図9は、グリップ端から70 mmの位置を支えた静止ラケットにボール（速度30 m/s）が衝突した場合の

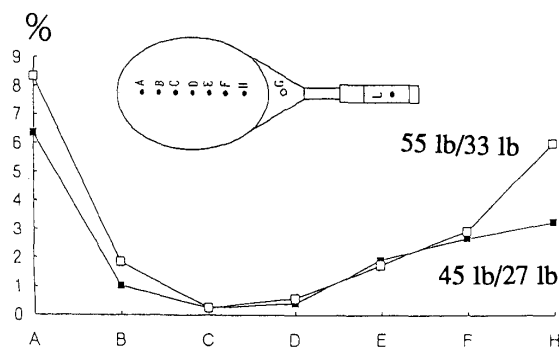


図9 フレームの振動によるエネルギー損失と打点（Strings張力の異なるラケットの比較）

フレームの振動による損失エネルギーを示す。損失エネルギー ΔE_1 とボールの衝突前のエネルギーの比（%）で示してある。ラケットは図8と同じである。打撃点が中心をはずれるほど、また張力が大きいほどエネルギー損失は大きい。

ボールとStringsの間の衝突によるエネルギー損失は反発係数 e_{BG} として考慮してあるので、衝突においてフレーム振動を考慮した場合の全エネルギー損失 ΔE は、ラケットの回転による損失エネルギー ΔE_2 とフレーム振動による損失エネルギー ΔE_1 との和となり、これがフレームの振動を考慮した場合の反発係数に対応する。

衝突による全エネルギー損失 $\Delta E (= \Delta E_2 + \Delta E_1)$ と対応する相対速度に関する反発係数 e_r 、あるいは静止したラケットにボールを衝突させた場合のボールの跳ね返り速度と入射速度の比として通常定義される反発係数 e も求めることができる。

図10は、上記のラケット（Strings張力：縦55 lb/横33 lb）についてフレーム振動を考慮した場合の反発係数を衝突速度に対して予測した結果である。反発係数はラケット面の根元側ほど大きく、先端と根元側（オフセンターの打撃）では、衝突速度の増大とともに反発係数が微妙に低下する。ラケット面の中心では、衝突速度が大きくなっても反発係数はほとんど低下しない。

図11は、グリップ解放のノーマル・ラケットにボールを衝突させたときの、打点と反発係数の関係について

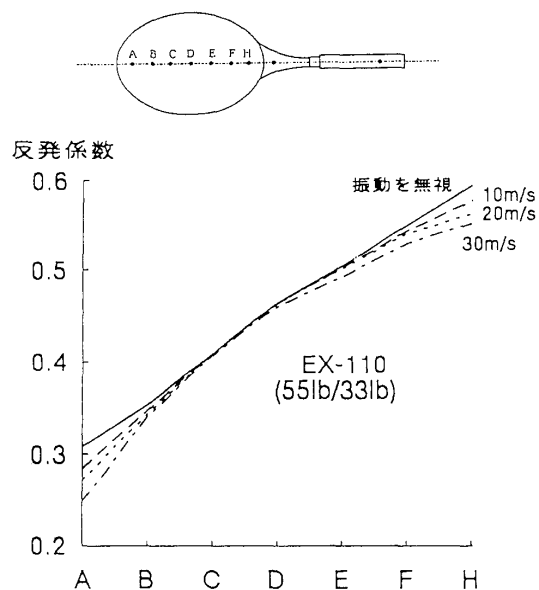


図10 フレーム振動を考慮した反発係数の計算値（衝突速度と打点の影響）

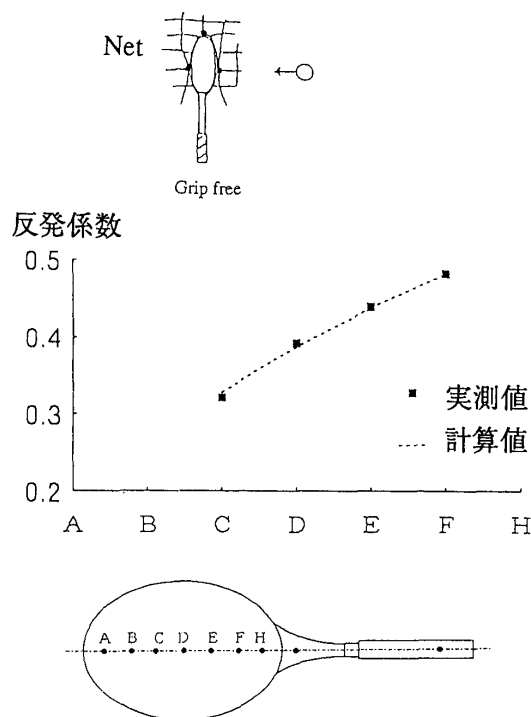


図11 ノーマル・ラケットのグリップ解放（自由）における反発係数の計算値（衝突速度30 m/s）と実測値（衝突速度26.4 m/s）の比較

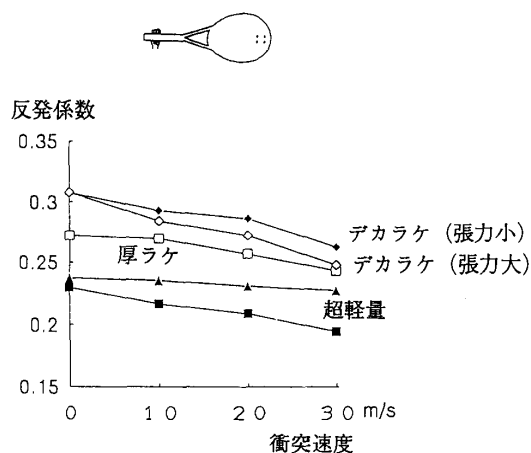


図12 先端打撃における反発係数の計算値（厚ラケ、デカラケ、超軽量、テンションの異なるラケット5種の比較）

て予測値（衝突速度30.0 m/s）と実測値（衝突速度26.4 m/s）を比較したものである。計算値と実測値はきわめてよく合っている。

図12は、フレーム剛性、ガット張力、打球面積、質量バランスなど、タイプの異なるラケット5種について、ラケット面の極端な先端で衝突した場合の反発係数を予測したものである。先端ではストリングスを緩

く張ったデカラケ、やや強めに張ったデカラケ、剛性の高い厚ラケ、重心を先端側にシフトして軽量化した超軽量ラケット、ノーマル（標準的）ラケットの順で反発係数は大きい。衝突速度が増すと反発係数は低下するが、30 m/sの範囲では、厚ラケと超軽量ラケットの先端打撃における反発係数はあまり低下しない。ラケット面の根元側での衝突における反発係数は、衝突速度の増大とともに、高い方からストリングスを緩く張ったデカラケ、剛性の高い厚ラケ、やや強めに張ったデカラケ、ノーマル（標準的）ラケット、重心を先端側にシフトして軽量化した超軽量ラケットの順になる。これらの反発係数の計算結果は、実測値や経験的な感応テストの結果とよく一致している^{7),8)}。

7. む す び

ボールとラケットの非線形衝突現象に支配的に影響する諸因子を考慮した近似モデルと実験的に同定したラケットの振動モデルを用いて、フレームの振動モードを考慮した反発係数を予測した。ボールとストリングスとフレームの相互作用のメカニズムは従来ほとんど不明であったが、予測結果は、素朴なモデルであるにもかかわらず、経験的あるいは実験的事実をよく説明する。

反発係数はラケット面の根元側ほど高いが、スイングにおけるラケットの速度は先端ほど速い。すなわち、衝突直前のボールの速度が非常に遅くてラケット速度が速い場合は、先端側で打撃した方が打球は速い。逆に衝突前のボールの速度が非常に速くてラケットの速度が小さい場合（例えばボレー）は、根元側で打撃した方が打球は速い。ボールとラケットの衝突前の速度がともに速い場合は、センターで打撃した方が打球は速い。しかもセンターで打撃した場合は手に伝わる振動も非常に小さい。

したがって、ボールの飛びに関するラケット選びには、ストロークの種類やプレイ・スタイルも関連してくるため、さらに、身体運動を考慮した解析が必要である。

おわりに一部資料の提供をいただいたヤマハ㈱スポーツ事業部の諸氏、日頃ご討論いただいている日本スポーツ産業学会スポーツ工学分科会、精密工学会スポーツ用具のダイナミクス専門委員会および日本テニス研究会の諸氏に厚くお礼申し上げます。また、実験にご助力いただいた埼玉工大の卒研生諸君に深く感謝する。

参 考 文 献

- 1) J. L. Groppe, I. S. Shin, J. A. Thomas and G. J. Welk: The Effects of String Type and Tension on Impact in Midsized and Oversized Tennis Racquets, Inter. J. Sport Biomech., 3, 40/46 (1987)
 - 2) 川副：衝突現象を考慮したテニスラケットのCAE, 日本機械学会論文集C編, 58-552, C編 (1992) (掲載予定)
 - 3) 浅見・宮下・渡辺編：現代体育・スポーツ大系, 第7巻, 講談社, 277
 - 4) 永田：テニスの動きのウルトラ・アイー動作分析一, J. J. Sports Sci., 2-4, 245/259 (1983)
 - 5) 川副：テニスラケットの動力学とコンピュータ援用設計, 日本機械学会論文集, 56-526, C編, 1511/1517 (1990)
 - 6) 川副：テニスラケットの実験的同定と衝突現象のモデリング, 日本機械学会第69期全国大会講演集C, 910-53, 187/189 (1991)
 - 7) 川副：テニスラケットの性能予測, 精密工学会春季大会シンポジウム資料, 14/18 (1992)
 - 8) 川副：ボール・ストリングス系の非線形性とフレーム振動モードを考慮したテニスラケットの反発係数分布の解析, 日本機械学会 Dynamics & Design Conference シンポジウム講演論文集, 77/81 (1992)
-