

株価変動とカオス†

海蔵寺大成*

ABSTRACT The purpose of this paper is to develop models that explain the reasons why phenomena such as chaotic dynamics of prices, Bubble, and crash occur in the stock market. To begin with, a simple deterministic model of stock prices adjustment processes is presented and sufficient conditions for dynamics of stock prices to lead to chaos are demonstrated. Then, stochastic version of the model is formulated and the results of computer simulation of the stochastic model are shown in figures. Finally, intuitive accounts of bubble, crash, chaotic behavior of average stock prices and so on are given.

1. はじめに

ロンドン、ニューヨーク、東京など主要な株式市場では、1982年頃から株価が高騰し、いわゆるバブルの発生といった現象が伺われ始めた。この強気相場は1987年頃まで続き、1987年10月17日にニューヨーク証券取引所で起きた暴落（Black Monday）をきっかけに世界中の証券市場で連鎖的な暴落が起きた。この暴落以後、ファイナンスの分野において、株価の non-linear dynamics とりわけ、chaotic dynamics に大きな関心が寄せられるようになった¹⁾。これは、「株価変動が正規分布に従う」という従来のランダム・ウォーク仮説では、株式市場のバブルとそれに続く暴落のような大きな株価変動を十分説明することができないという認識が広く一般に浸透しはじめたためであると思われる。しかしながら、株価変動をカオスの数理を使って解明しようとする試みはようやくはじまったばかりであり、十分な研究成果が得られているとは言えないのが現状である。

この論文の目的は、株価変動を説明する動学モデルを定式化し、どのような状況下でカオスが発生するのかを調べることである。最初に、なぜ株式市場では価格変動が絶えず発生するのかを考えてみよう。市場に参加する投資家は現在時点で入手可能な情報を集めて、各証券の将来収益を主観的に予想する。各投資家は、この主観的な将来収益の予測に基づいて最適なポ

ートフォリオを組むと考えられる。このとき、将来収益の予想は、各投資家ごとに異なっているだろう。すなわち、同じ情報に対しても、証券を売ろうとする投資家と買おうとする投資家がいる。これが株式市場が成立する本質的な理由である。その結果、株式の需給に影響を与える情報が入ってくるたびに株式市場は需給不均衡状態に置かれる。この需給不均衡が調整される過程で株価変動が引き起こされる。以上が、株価変動のメカニズムに対する一般的な説明である。2節と3節では、このような考え方に基づいて、株価変動モデルが定式化される。2節では、決定論的モデルが取り扱われ、株価変動のカオスが発生するための十分条件が調べられる。3節では確率論的モデルが取り扱われる。4節では3節の確率論的モデルのコンピュータ・シミュレーションが行われ、株価と景気循環の関係、カオティックな株価変動、バブル、暴落などの現象がどのような状況下で起きるかが説明される。

2. 決定論的モデルから現れるカオス

多数の投資家が自己の所有する証券を持って取引に参加する証券市場を考えよう。市場には、証券が n 銘柄あり、各証券を番号 $i=1, 2, \dots, n$ をつけて表す。 t 期の証券 i の価格を $p_i(t)$ 、 t 期の証券 i の超過需要 (= 需要-供給) を $x_i(t)$ で表す。また、投資家が現在時点で入手可能な情報を $e(t)$ で表す。証券 i の超過需要変動 $\hat{x}_i(t)$ (すなわち、 $t-1$ 期から t 期への超過需要量の対数変化) を各証券の価格変動 $\hat{p}_i(t)$ と情報変動 $\hat{e}(t)$ の線形関数として次のように定義しよう²⁾。

$$\hat{x}_i(t) = \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} \hat{p}_j(t) + \beta_i \hat{e}(t) \quad (i=1, \dots, n) \quad (1)$$

Stock Price Dynamics and Chaos. By Taisei Kaizouji (Dept. of Economics, Univ. of Tokyo).

*東京大学経済学研究科

†1992年9月2日受付 1992年9月30日再受付

ただし^{注3)},

$$\hat{x}_i(t) = \log x_i(t) - \log x_i(t-1)$$

$$\hat{p}_i(t) = \log p_i(t) - \log p_i(t-1),$$

$$\hat{e}(t) = \log e(t) - \log e(t-1).$$

つぎに, 市場の価格調整メカニズムを超過需要変動 $\hat{x}_i(t)$ と価格変動 $\hat{p}_i(t)$ の関数としてつぎのように定式化しよう.

$$\hat{p}_i(t+1) - \hat{p}_i(t) = aF_i(\hat{p}_1(t), \hat{p}_2(t), \dots, \hat{p}_n(t), \hat{x}_i(t)) \quad (2)$$

a は正の価格調整速度である. $F_i(\cdot)$ は証券 i の価格調整関数であり, R^n 上で連続, 微分可能であると仮定する.

一般に, 市場の価格調整メカニズムは, 超過需要が増加している証券の価格を引き下げ, 超過需要の減少している証券の価格を引き上げるように働くと考えられる. また, ある期にすべての証券価格が全く変化しなければ, つぎの期にも価格調整は行われまいだろう. これらの条件を形式的に書くと次のようになる.

(定理2.1):

- (1) $\hat{x}_i(t) > 0$ かつ $\hat{p}_i(t) = (\hat{p}_1(t), \hat{p}_2(t), \dots, \hat{p}_n(t)) \neq 0$ のとき $F_i(\cdot) > 0$,
- (2) $\hat{x}_i(t) = 0$ のとき $F_i(\cdot) = 0$,
- (3) $\hat{x}_i(t) < 0$ かつ $\hat{p}_i(t) \neq 0$ のとき $F_i(\cdot) < 0$,
- (4) $\hat{p}_i(t) = 0$ のとき $F_i(\cdot) = 0$ である.

以下では, 分析の単純化のために情報変動は時間を通じて一定であると仮定する. すなわち,

$$(\text{定理2.2}): \hat{e}_{t+1} = \hat{e}_t = \bar{e} = 0.$$

さらにつぎの仮定を置く.

(仮定2.3): 仮定2.2のもとで, 方程式体系(1)には一意の解, $\hat{p}^* = (\hat{p}_1^*, \hat{p}_2^*, \dots, \hat{p}_n^*)$, が存在する.

(1)式を(2)式に代入して整理し, (2)式をベクトル記号で表すとつぎのように書ける.

$$\hat{p}(t+1) - \hat{p}(t) = aF(\hat{p}(t); \bar{e}) \quad (3)$$

ただし, $F = (F_1, \dots, F_n)^T$.

仮定2.1(4)は $\hat{p}(t) = 0$ が均衡価格であることを示している. この仮定と仮定2.3から, 価格調整方程式(3)には2つの均衡点 \hat{p}^* と 0 が存在することがわかる. 各均衡点でのヤコビ行列式 $\det DF(\hat{p}^*)$, $\det DF(0)$ はゼロでないと仮定しよう.

$$(\text{定理2.4}): \det DF(\hat{p}^*) \neq 0, \det DF(0) \neq 0.$$

以上の仮定のもとで, つぎの定理が成立する.

定理2.1

仮定2.1, 2.2, 2.3, 2.4が成立するとき, ある正の値 \hat{a} が存在して, 価格調整速度 a が \hat{a} を越えると, 価格調整方程式(3)の価格変動が Li-Yorke の意味でカオ

ス^{注4)}になる.

(定理2.1の証明): 定理2.1は畑の定理⁴⁾を使うことによって容易に証明することができる.

一例としてつぎのような価格調整方程式を考えよう.

$$\hat{p}_i(t+1) - \hat{p}_i(t) = a|\hat{p}_i(t)| \left(\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} \hat{p}_j(t) + \beta_i \bar{e} \right) \quad (i=1, \dots, n.) \quad (4)$$

(4)式が上記の諸仮定を満たすことは容易に確かめられる. $B = (\beta_1 \bar{e}, \dots, \beta_n \bar{e})$, $A = [\alpha_{ij}]$, $O = (0, \dots, 0)$ と定義しよう. 上記の仮定より, $B \neq 0$, $\det A \neq 0$ なので, 差分方程式(4)には2つの均衡点 O と $A^{-1}B = (\hat{p}_1^*, \hat{p}_2^*, \dots, \hat{p}_n^*)$ が存在することがわかる. さらに, 簡単な計算から, $H'(O) = a^n \beta_1 \beta_2 \dots \beta_n$, また, $H'(A^{-1}B) = a^n |\hat{p}_1| |\hat{p}_2| \dots |\hat{p}_n| \det A$ であることがわかる. したがって, $\beta_1 \beta_2 \dots \beta_n \neq 0$, かつ, $|\hat{p}_1| |\hat{p}_2| \dots |\hat{p}_n| \neq 0$ であれば, (4)式に対して, 定理2.1の結論が成立する.

3. 確率論的モデルから現れるカオス

前節では, α_{ij} , β_i をすべて一定のパラメーターであると考えた. この節では, これらパラメーターを確率変数であるとする. 証券に対する需要, 供給は投資家心理のような不確定要因によっても左右されるので, この仮定はむしろ自然な仮定であると考えられる. さらに, α_{ij} , β_i は次の条件を満たす確率変数であると仮定する.

(仮定3.1): (1) α_{ij} はすべて互いに独立で, 同一の確率分布をもつ. (2) β_i はすべて互いに独立で, β_i は同一の確率分布をもつ. α_{ij} , β_i とは独立である^{注5)}.

また, $\hat{p}_i(t)$ をつぎのように定義し直す.

(仮定3.2): $\hat{p}_i(t)$ はすべて互いに独立な確率変数であり, 次のような2値をとる変数であると仮定する^{注6)}.

$$\hat{p}_i(t) = \begin{cases} +1, & \log p_i(t) - \log p_i(t-1) > 0 \text{ のとき} \\ -1, & \log p_i(t) - \log p_i(t-1) \leq 0 \text{ のとき} \end{cases}$$

値上がり銘柄数 n_+ から値下がり銘柄数と値動きなしの銘柄数の和 n_- を引いて全銘柄数 n で割った値, すなわち, $\hat{p}_i(t)$ の算術平均

$$\hat{p}(t) = \sum_{j=1}^n \hat{p}_j(t) / n$$

を株価変動指数 $p(t)$ と呼ぶことにしよう. $\sum_{j=1}^n \alpha_{ij}$ の平均値は, α_{ij} がすべて独立であるという仮定から, $\alpha = E[\sum_{j=1}^n \alpha_{ij}] = nE[\alpha_{ij}]$ となる. β_i の平均値は, $\beta = E[\beta_i]$ である. 以上より, 平均超過需要変動 $x(p(t), \bar{e})$ を,

$$x(p(t), \bar{e}) = E[\hat{x}_i(t)] = \alpha p(t) + \beta \bar{e} \quad (5)$$

のように書くことができる。αをバンドワゴン係数、βを情報変動係数と呼ぶことにしよう。

株価変動指数 p(t) の時間変動についてつぎのように仮定しよう。

(仮定3.3)：株価変動指数 p(t) は次のような遷移確率速度をもつマルコフ連鎖によって表される。

$$\begin{aligned} \kappa g_{-+}(x(p(t), \bar{e})) + 1 & \text{から} -1 \text{への遷移確率速度} \\ \kappa g_{+-}(x(p(t), \bar{e})) - 1 & \text{から} +1 \text{への遷移確率速度} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、κは価格調整速度である。また、遷移確率速度は平均超過需要変動の関数であると仮定されている。株価変動指数の確率分布を、

$$f = f(p(t)) \quad (7)$$

と定義する。これはサンプルとして選ばれた証券市場が t 期に株価変動指数 p(t) の状態にいる確率を示している。この関数は次の条件を満たしている。

$$\sum_{p(t)=-1}^{+1} f(p(t)) = 1 \quad (8)$$

確率分布 f(p(t)) の時間発展は遷移確率速度(6)を用いて、次のような確率方程式 (the master equation) に書くことができる。

$$\begin{aligned} f(p(t+1)) - f(p(t)) & \\ = W_{+-}(p(t) - \varepsilon) f(p(t) - \varepsilon) & \\ - W_{+-}(p(t)) f(p(t)) + W_{-+}(p(t) + \varepsilon) & \\ \times f(p(t) + \varepsilon) - W_{-+}(p(t)) f(p(t)) & \quad (9) \end{aligned}$$

$$W_{+-}(p(t)) = 0.5\kappa n(1 - p(t))g_{-+}(x(p(t)))$$

$$W_{-+}(p(t)) = 0.5\kappa n(1 + p(t))g_{+-}(x(p(t)))$$

ここで、ε ≡ 2/n。W₋₊、W₊₋ は市場全体の株価変動指数に対する遷移確率速度である。確率分布 f(p(t)) が唯一の鋭い極大を持つと仮定しよう。このとき、p(t) のアンサンブル平均値 <p(t)> の時間発展を表す、つぎのような差分方程式を導くことができる^{註7)}。

$$\langle p(t+1) \rangle - \langle p(t) \rangle = \kappa F(\langle p(t) \rangle) \quad (10)$$

ただし(6)式から、

$$\begin{aligned} F(\langle p(t) \rangle) = (1 - \langle p(t) \rangle) g_{-+}(x(p(t))) & \\ - (1 + \langle p(t) \rangle) g_{+-}(x(p(t))) & \end{aligned}$$

この差分方程式を平均株価変動指数方程式と呼ぶことにする。前節と同様に、つぎのような仮定を置く。

(仮定3.4)：F(·)は R 上で連続、微分可能な関数である。

(仮定3.5)：平均株価変動指数方程式(10)には2つの(均衡点 p* と p** が存在する。

このとき、つぎの定理が成立する。

定理3.1

仮定3.4と3.5の下で、ある正の値 k̂ が存在して、価格調整速度 k が k̂ を越えると、平均株価変動指数方程式(10)の解が Li-Yorke の意味でカオスになる。

定理3.1が成立することは定理2.1から明らかである^{註8)}。

一般的に、平均超過需要が増加するとき g₊₋(x(p(t), ē)) は上昇し、g₋₊(x(p(t), ē)) は下降すると考えられる。逆に、平均超過需要が減少するとき g₊₋(x(p(t), ē)) は下降し、g₋₊(x(p(t), ē)) は上昇すると考えられる。

このような特徴を持った遷移確率速度として次のような型のものを考えよう (図1)。

$$g_{+-}(x(p(t), \bar{e})) = \mu + \exp(\alpha p(t) + \beta \bar{e})$$

$$g_{-+}(x(p(t), \bar{e})) = \mu + \exp[-(\alpha p(t) + \beta \bar{e})] \quad (11)$$

μ は定数項である。

バンドワゴン係数 α、情報変動係数 β はそれぞれ次のような意味を持っている。

バンドワゴン係数(α)

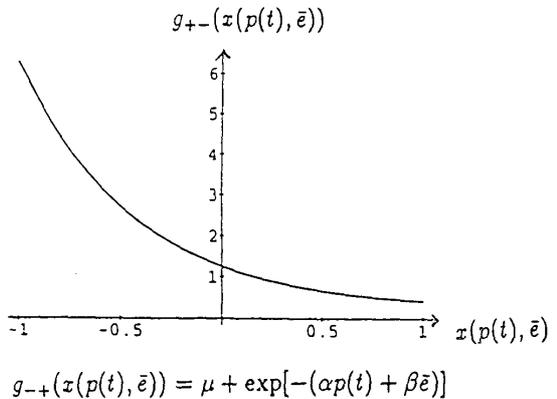
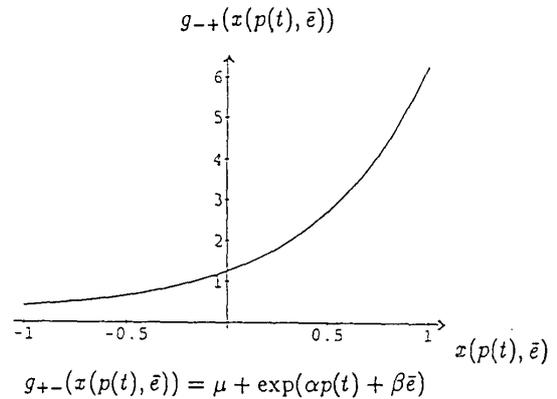


図1

株価変動指数 $p(t)$ が正の場合、バンドワゴン係数 α が大きくなれば -1 から $+1$ への遷移確率速度は増加し、 $+1$ から -1 への遷移確率速度は減少する。逆に、 α が小さくなれば $+1$ から -1 への遷移確率速度は増加し、 -1 から $+1$ への遷移確率速度は減少する。つまり、 $p(t) > 0$ のとき、 α は市場の先高期待感の程度を表している。逆に、 $p(t) < 0$ のとき α は市場の先安期待感を表している。この効果は $|\langle p(t) \rangle|$ を増加させ、強気相場 (the bull market) あるいは弱気相場 (the bear market) を作り出す。

情報変動係数 (β)

情報変動 \bar{e} が正の場合、情報変動係数 β が大きくなれば -1 から $+1$ への遷移確率速度は増加し、 $+1$ から -1 への遷移確率速度は減少する。逆に、 β が小さくなれば $+1$ から -1 への遷移確率速度は増加し、 -1 から $+1$ への遷移確率速度は減少する。つまり、 β は情報の変化に対する市場の反応の程度を表している。

(11)を(10)式に代入すると、平均株価変動指数方程式は、

$$\begin{aligned} \langle p(t+1) \rangle &= G(\langle p(t) \rangle) & (12) \\ G(\langle p(t+1) \rangle) &= \langle p(t) \rangle + \kappa(1 - \langle p(t) \rangle) [\mu + \exp(\alpha \langle p(t) \rangle + \beta \bar{e})] - \kappa(1 + \langle p(t) \rangle) [\mu + \exp(-(\alpha \langle p(t) \rangle + \beta \bar{e}))]. \end{aligned}$$

となる。4節で明らかになるように、 α がある水準を越えると、(12)式は複数の均衡点を持つようになり、定理3.1が成立する。

4. 平均株価変動指数のダイナミクス

最近の株式相場の動きを平均株価変動方程式(12)のコンピューター・シミュレーションの結果に基づいて解説する^{注9)}。

4.1 景気循環と株価変動

株価は景気の先行指標であると言われてきた。事実、1982年以前には日本の景気動向指数と日本の株価の間にかかなり強い相関があったことが確かめられている。このような状況を示したのが図2-1である。

図2-1は \bar{e} を景気動向指数の先行系列であると考えて、その循環を \sin curve で近似的に現した場合の平均株価変動指数 $\langle p \rangle(t)$ の時間変化を示したものである。 \sin curve で近似した情報変動を $\bar{e}(t)$ で表すことにする^{注10)}。図2-1は市場人氣が弱いケースである(これは、バンドワゴン係数 α が小さいことを意味する。図2-2のケースでは $\alpha=1.2$ である)。この場合、

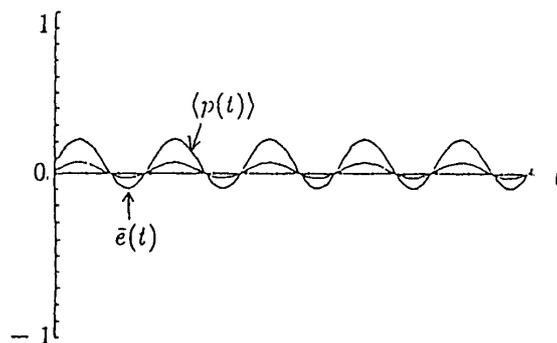


図2-1 $\alpha=1.2, \beta=0.05,$
 $\bar{e}(t)=0.02+\sin(2\pi t/30)$

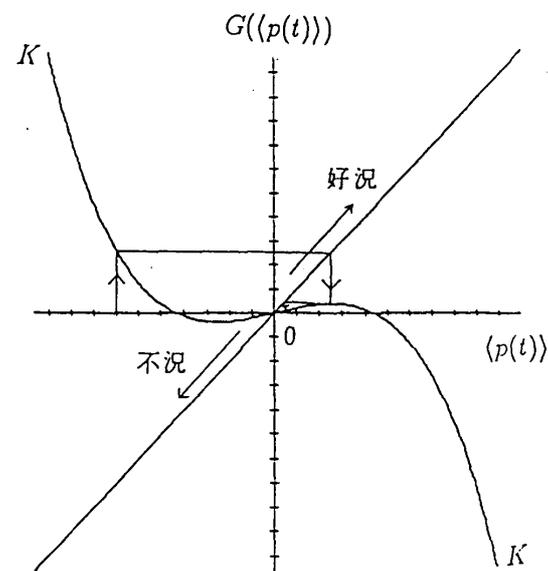


図2-2 $\alpha=1.2, \bar{e}(t)=0.0, \mu=0.5$

$p(t)$ は $\bar{e}(t)$ とほぼ同じ動きをすることがわかる。この現象のメカニズムはつぎのように説明される。 α が小さい場合、平均株価変動方程式は単安定である。また、好況(すなわち、 $\bar{e}(t)$ の上昇)は KK 曲線を左方向にシフトさせ(図2-3)、不況($\bar{e}(t)$ の下落)は KK 曲線を右方向にシフトさせる(図2-4)。したがって、 $\bar{e}(t)$ が上昇過程にある時その動きにあわせて $\langle p(t) \rangle$ も上昇し、逆に $\bar{e}(t)$ が下降過程にある時それにあわせて $\langle p(t) \rangle$ も下落する。

4.2 Bubble

しかしながら、世界的な金融緩和基調の下で、1982年以降の日本の株価は、景気との直接的な関係を低下させながら、1989年末まではほぼ一本調子の上昇基調を辿った。図3-1はこのような状況を現している。

このような現象が発生するメカニズムはつぎのよう

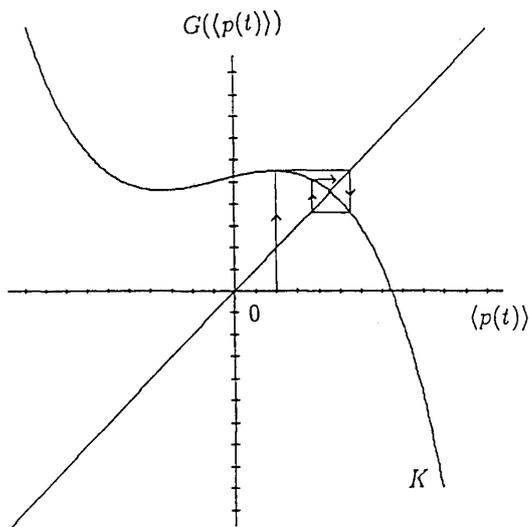


図2-3 好況のケース： $\alpha=1.2, \beta\bar{\epsilon}(t)=0.5, \mu=0.5$

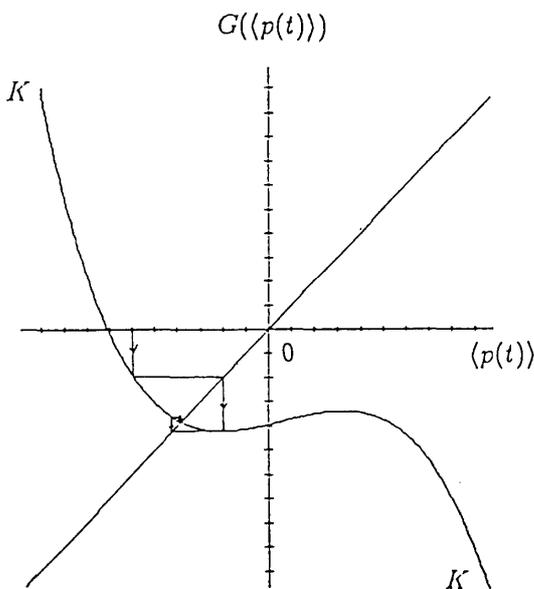


図2-4 不況のケース： $\alpha=1.2, \beta\bar{\epsilon}(t)=-0.15, \mu=0.5$

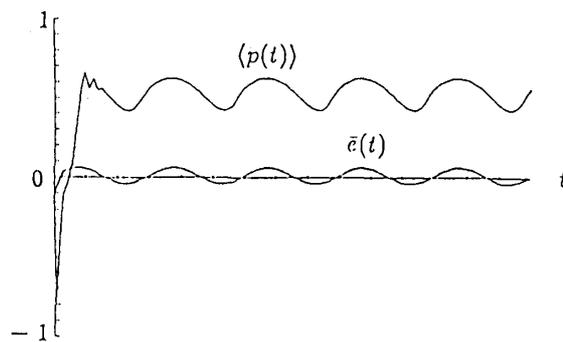


図3-1 Bubble： $\alpha=1.7, \beta=0.05, \bar{\epsilon}(t)=0.01+\sin(2\pi t/30)\mu=0.5$

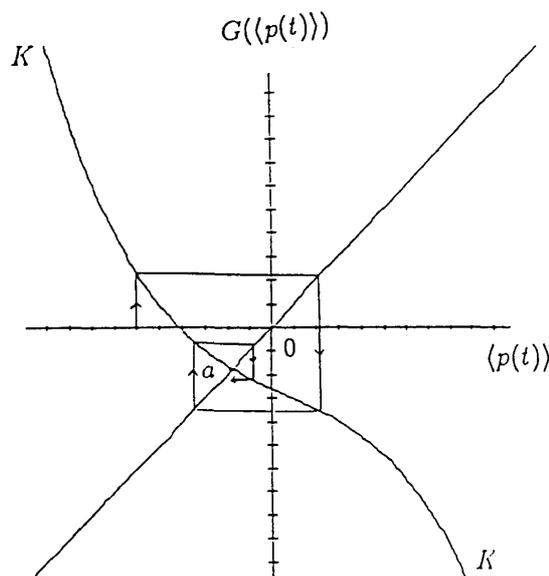


図3-2 $\alpha=0.95, \beta\bar{\epsilon}(t)=-0.1, \mu=0.5$

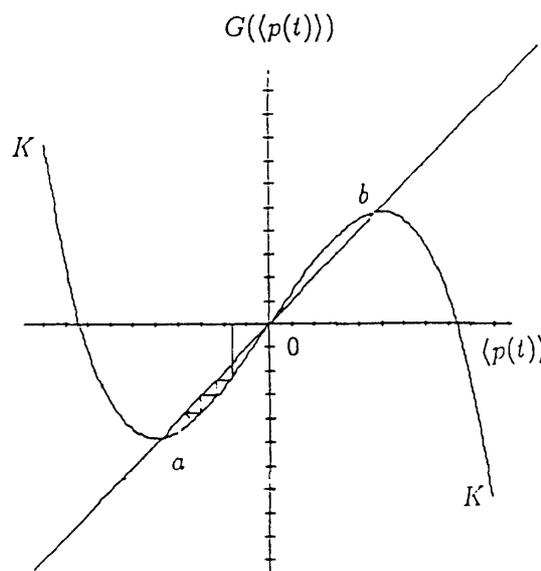


図3-3 $\alpha=1.65, \bar{\epsilon}(t)=0.0, \mu=0.5$

に説明できる。今、平均株価変動指数 $\langle p(t) \rangle$ が低迷状態（弱気相場均衡）にあったとしよう。（図3-2の a 点）景気が徐々に回復するとともに先高期待感が生じ、バンドワゴン係数 α が上昇してきたとしよう。KK 曲線は左上方向へシフトし初め、ある所までシフトすると平均株価変動システムは双安定なシステムになる（図3-2→図3-3）。すなわち、強気相場均衡が現れる。景気回復の初期の段階では履歴効果のため平均株価変動指数 $\langle p(t) \rangle$ は弱気相場均衡に留まっている。しかし、景気回復が十分進んだ段階で、弱気相場

均衡は消滅し、平均株価変動指数 $\langle p(t) \rangle$ のスパイラルな上昇過程が始まり、強気相場均衡 (図3-4のb点) が安定ならばそこに落ち着く。一般に、強気相場均衡では平均株価は上昇し続けていると考えられる。つまり、市場はBubbleの状態にある。景気循環に非対称性があり、景気拡大に比較して景気後退が小さくかつ短期間で終わる場合、一旦強気相場均衡に達した平均株価変動指数は景気後退によってKK曲線が右方向にシフトしても履歴効果のため強気相場均衡にとどまり続ける。これは、1982~1989年頃の日本の株式市場の状況に対応していると思われる。しかし、一旦、大きな景気後退が起きると (あるいは大きな景気後退が起きると予想されると)、逆のメカニズムが働いて、強気相場均衡から弱気相場均衡へ移動が起き、平均株価は下落を続ける (Bubbleの崩壊)。これは、1990年以降の日本の株式市場の状況に対応していると思われる。

4.3 Black Monday

株式市場において先高期待感が支配的になり、この傾向が徐々に高まっている場合 (これは α が時間と共に大きくなってゆく場合に対応する)、 $\bar{e}(t)$ が全く変化しなくても、あるところまで先高期待感が高まると平均株価変動指数 $\langle p(t) \rangle$ はカオティックな変動を起すようになり、さらに α が大きくなると突然暴落する (図4-1, 図4-2, 図4-3)。

図4-4は $\bar{e}(t)$ を0に固定しておいて、 α を連続的に変化させたときの分岐の様子を示したものである。

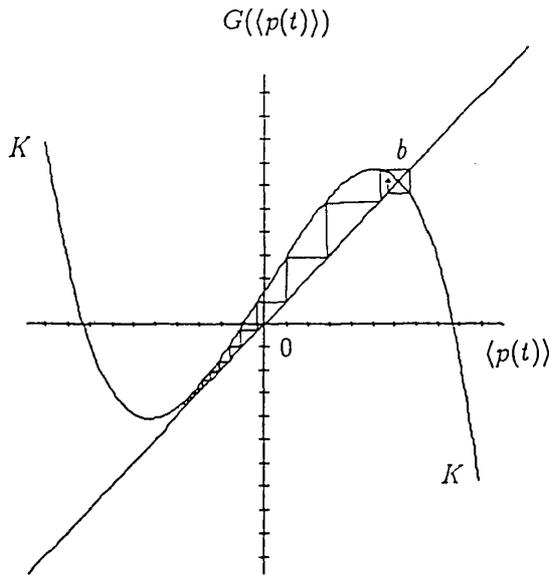


図3-4 Bubble : $\alpha=1.7,$
 $\beta\bar{e}(t)=0.055, \mu=0.5$

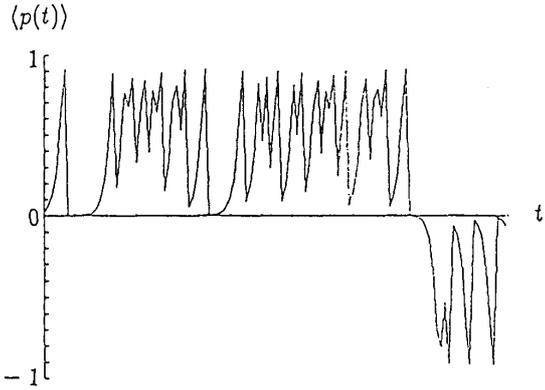


図4-1 $\alpha=1.995, \mu=0.5, \bar{e}(t)=0.0$

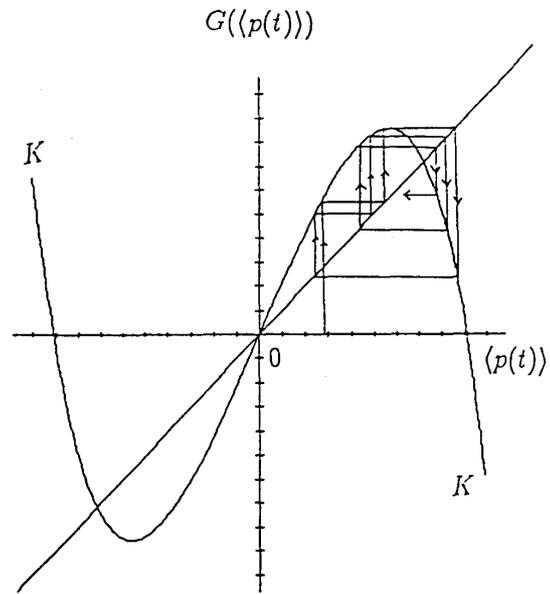


図4-2 Chaos : $\alpha=1.95, \bar{e}(t)=0.0,$
 $\mu=0.5$

このタイプの暴落は $\bar{e}(t)$ が上昇過程にある場合には先高期待感がそれほど強くなっても起こり得る。すなわち、景気拡大が平均株価変動指数 $\langle p(t) \rangle$ を暴落させる原因になるのである。このタイプの暴落の特徴はまず $\langle p(t) \rangle$ の動きがカオティックになり、その後暴落が起きることである (図4-5, 図4-6, 図4-7)。

ニューヨーク証券取引所で起きた1987年10月の暴落 (Black Monday) はこのようなメカニズムによって引き起こされたと考えられる。

4.4 Black Monday の余波による連鎖的な暴落

Black Monday は日本だけでなく世界中の株式相場にも波及した。アメリカの株式相場が日本の株式相場にかなり強い影響を与えていることは以前から経験的に知られていた事実である。これは、日本の情報変動

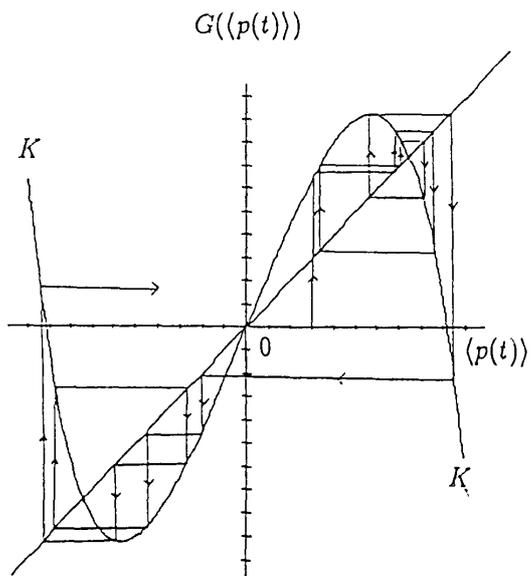


図4-3 Chaos から Crash へ :
 $\alpha=2.0, \bar{e}(t)=0.0, \mu=0.5$

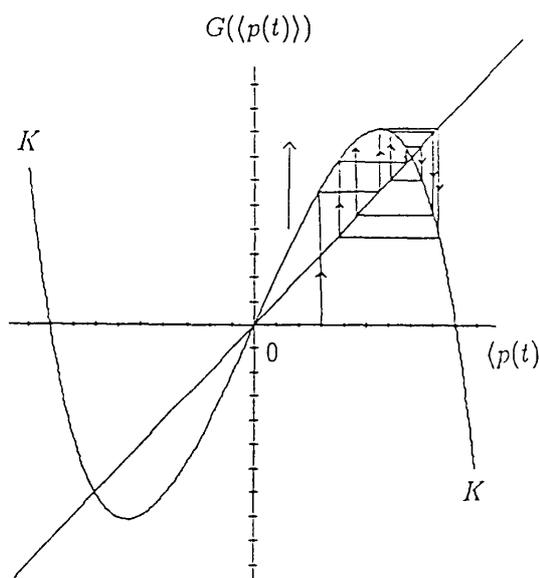


図4-6 $\alpha=1.92, \bar{e}(t)=0.0, \mu=0.5$

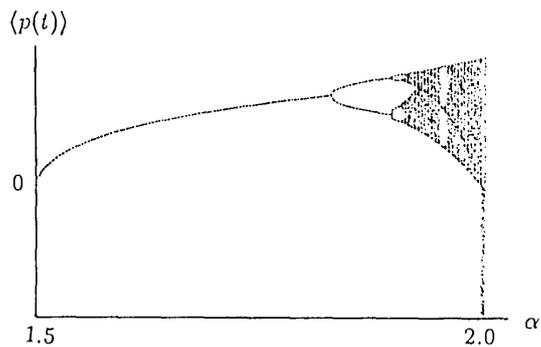


図4-4 分岐図 (Chaos から Crash へ) :
 $\alpha=1.5 \sim 2.0, \bar{e}(t)=0.0$

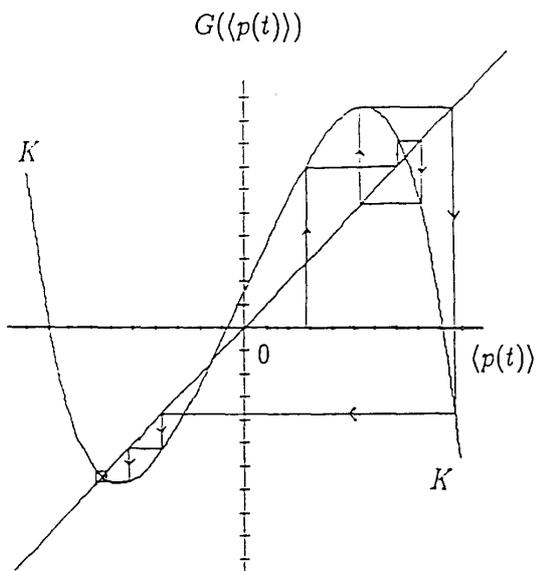


図4-7 Black Monday :
 $\alpha=1.92, \beta\bar{e}(t)=0.06, \mu=0.5$

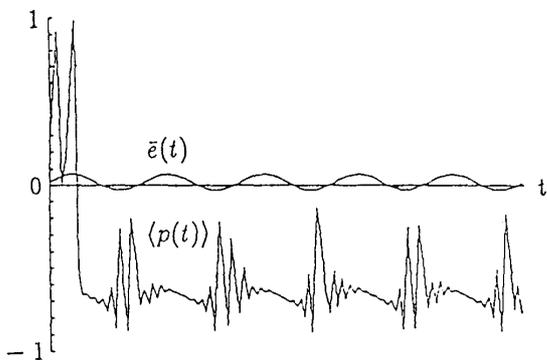


図4-5 Black Monday :
 $\alpha=1.92, \beta=0.05, \mu=0.5,$
 $\bar{e}(t)=0.02 + \sin(2\pi t/30)$

$\bar{e}(t)$ のなかにアメリカの平均株価変動指数が含まれていることを意味している。アメリカの平均株価変動指数の急激な下落は日本の $\bar{e}(t)$ を急速かつ大幅に引き下げ、KK 曲線を右方向にシフトした。この結果、強気相場均衡にあった日本の平均株価変動指数 $\langle p(t) \rangle$ も弱気相場均衡へ急落したものと考えられる。暴落は株価上昇期待が強いほど（すなわち、バンドワゴン係数が大きいほど）激しいものになる。バンドワゴン係数が大きいほど KK 曲線の勾配が急になるためである。

5. おわりに

この論文では、証券市場の需給不均衡が引き起こすカオティックな価格変動について論じた。

2節では、決定論的なモデルが定式化された。一般に、市場の需給不均衡に対する価格調整速度が速くなるに従って、価格変動がカオスになる可能性が高まることがわかった。3節では、非決定論的モデルが Master Equation Approach を用いて定式化され、コンピュータ・シミュレーションによって、実際の株式市場で観察される様々な株価変動が説明された。特に、市場の平均的投資家心理が強気になればなるほど価格変動のカオスとそれに続く暴落が起き易くなることがわかった。

言うまでもなく、ここで提出されたモデルは、現実の株式市場の価格調整メカニズムを非常に単純な形で定式化したものであり、現実の株価変動のすべてを説明しているわけではない。しかし、非決定論的モデルのシミュレーションから得られた結果は、株式市場でみられる様々な現象に対して、従来、言葉のレベルでなされた直感的説明と非常に良く一致しており、その意味でモデルの有効性を示しているように思われる。

最後に、2つのモデル、特に非決定論的モデルを、実際の株価データに対して適用するために、バンドワゴン係数及び情報変動係数をデータから最適推定する統計的方法を研究する必要がある。この問題については今後の研究課題としたい。

6. 謝 辞

本稿は第5回応用経済時系列研究会において報告した論文を書き改めたものである。論文を発表する機会をつくり、また折りに触れて著者を励ましてくださった稲垣直樹氏（金融財政事情研究会）、浪花貞夫教授（熊本商科大学）に感謝致します。また、論文の作成に際して、若杉敬明教授（東京大学）、清水博教授（東京大学）、山口陽子助手（東京大学）に御指導頂きました。記して感謝致します。

参 考 文 献

- 1) S. Amari: Characteristics of Randomly Connected

Threshold-Element Networks and Network System, Proceedings of the IEEE 59-1 35/47 (1971)

- 2) 甘利俊一：神経回路網の数理，産業図書（1978）
 3) H. Haken: Synergetics, an Introduction, 2nd ed., Springer Series Synergetics 1, Springer, Berlin, Heidelberg, New York (1977)
 4) M. Hata: Euler's Finite Difference Scheme and Chaos in R^n , Proc. Japan Acad. 58 Ser. A 178/181 (1982)
 5) D. A. Hsieh: Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets, J. Finance, XLVI, 1839/1877 (1991)
 6) 海蔵寺大成：確率分布アプローチによる株価変動方程式の研究Ⅱ，第6回応用経済時系列研究会報告集117/140 (1992)
 7) T. Kaizouji: Chaotic Dynamics and Stock Prices, unpublished paper, University of Tokyo (1992)
 8) T. Y. Li and J. A. Yorke: Period three implies chaos, American Mathematical Monthly 82, 985/992 (1975)
 9) F. R. Marotto: Snap-back repellers imply chaos in R^n , J. Math. Anal. Appl. 63, 199/233 (1978)
 10) J. A. Scheinkman and B. LeBaron: Nonlinear dynamics and stock returns, J. Business, 62-3, 311/338 (1989)
 11) W. Weidlich and G. Haag: Concepts and Models of a Quantitative Sociology, Springer (1983)

注

- 注1) 実証研究では、5), 10)等が上げられる。これらの研究は、株価収益率の変動が純粋な確率過程であるよりもむしろ、カオスである可能性が高いことを示唆している。
 注2) 投資家の意志決定問題を組み込んだモデルについては、6)および7)を参照のこと。
 注3) 例えば、 $p_i(t)$ は証券*i*の今日の終値、 $p_i(t-1)$ は前日の終値を表す。
 注4) このカオスの定義については、8)および9)を参照のこと。
 注5) これらの仮定は甘利1), 2)のRandom Neural Networksの理論から着想を得たものである。
 注6) +1, -1という数字を選んだのは、単に便宜のためであって特別な意味はない。例えば、-0.1, +0.1のように定義することも可能である。
 注7) 9), 10)式の導出については3), 11)を参照のこと。
 注8) ただし、 k が大きくなると、 $\langle p(t) \rangle > 1$, あるいは、 $\langle p(t) \rangle < -1$, となる可能性があることに注意すべきである。
 注9) 以下の全てのケースで $k=1.2$ としている。
 注10) 以下で議論される景気循環はすべて景気動向指数の先行系列の循環を意味する。