

一様流中の弾性支持円柱における渦励振のシミュレーション (流体—構造連成問題の数値解析)[†]

大金 一二*・宮田 保教**・佐久田 博司*

ABSTRACT In many cases flow-induced vibration is generated by the mechanism which can hardly be foreseen at the designing the system, and it is difficult that to clarify the cause of the flow induced vibration. A vortices excited oscillation is one of the primary phenomena as flow-induced vibration, and many experimental studies are reported. However, there are few related to numerical simulations for vortices excited oscillation. In this paper, we develop a set of analysis techniques of fluid flow, the jacobian which include a time derivative, and the elastic curve mesh generating system for moving mesh, and simulated the vortices excited oscillation for elasticity supported circular cylinder which can be oscillated transversely and in-line along the flow direction. In the case of the cylinder oscillating transversely, we can simulate a lock-in phenomenon and the phase change of frequency for the lift and the cylinder vibration which are reported by experiment. On the other hand, in the case of in-line oscillation, two instability region, shedding a symmetric vortex from cylinder and existence of state of multi stability are simulated.

1. はじめに

流体—構造連成問題は、河川や海中の構造物の動解析、ボイラ、熱交換器中の配管の挙動解析、車両、航空機の変形翼周りの流れ解析など非常に多岐にわたっており、それぞれの分野において必要性が高い。また、流体中に置かれた構造物の変形、振動は設計時にはほとんど予想できない場合が多く、原因を解明するのが困難である場合が多い。その原因としては、境界の移動を伴う流れ場の理論的解明が一般的には困難であること、流れとの相互作用による振動が不安定なことなどが挙げられ、事後的に現象が発生してから実際の構造物での測定、模型実験によってそのメカニズムの推定を行っているのが現状であろう。特に近年の機械製品の大規模化、複雑さの過程を通じた高性能化、

高速化のため、流体—構造相互に関連した振動問題などが生じやすい傾向にあるといえよう。このような流体連成振動の主たるものの1つとして渦励振が挙げられ、振動円柱については数多くの報告がなされている。Kingらは円柱を流れ方向、流れと垂直な方向に振動するように片持弾性支持し、振動変位および渦後流の周波数の測定を行うと共に振動円柱周りの流れの可視化実験、計測を行っている¹⁾。また、岡島らは円柱を流れ方向、流れと垂直な方向の他に、流れに対し75°、45°、15°の角度で振動するように弾性支持された円柱の挙動、振動する円柱後流の速度変動の周波数等を詳細に調べている²⁾。一方、渦励振のシミュレーションについては、野村らがALE法³⁾により記述された流体の運動方程式と有限要素法に基づいた解析手法を提案し、一様流中で弾性支持された正方形角柱の応答について解析している⁴⁾。また、Tamuraらは2次元空間の一様流中の弾性支持円柱の挙動をシミュレーションしている⁵⁾。このように、流体中の構造物の挙動については数値解析による研究がなされているが、渦励振については詳細な解析を行った例は非常に少ないのが現状である。著者らは、さきに計算空間における時間項を含んだ関数行列式を用い、流れに対して垂直方向に強制振動を行う円柱と円柱から放出される渦の「同期現象 (Lock-in Phenomenon)」について解析

Numerical Simulation for the Vortices Existed Oscillation on Elasticity Supported Circular Cylinder in Uniform Flow (Numerical Analysis for Coupled Flow-Solid Structure Problem). By Katsuji Oogane and Hiroshi Sakuta (Dept. of Mechanical Engineering, Aoyama Gakuin Univ.) and Yasunori Miyata (Dept. of Mechanical Engineering, Nagaoka Univ. of Technology).

*青山学院大学理工学部機械工学科

**長岡技術科学大学工学部機械系

[†]1992年12月4日受付 1993年3月18日再受付

を行い実験結果との良い一致をみた⁶⁾本研究では、そこで用いた解析手法に弾性支持円柱のモデルを組み込み、流体—構造相関問題の一例である。流れに対し垂直な方向及び流れ方向に振動するように弾性支持された円柱の渦励振をシミュレートする事を目的とする。

2. 解析方法

表1に主な記号をまとめて示す。各記号に付けられる添字*i*は方向 (*i*=*x*, *y*) を、 $\sim$ は無次元量をそれぞれ表すこととする。

2.1 流れ場の基礎方程式

振動円柱のように流体中の物体が時間と共に移動、変形する場合、任意の関数の時間に関する偏微分は(1)式のように変換され、Navier-Stokes 方程式の時間項も同様に変換することができる。

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{x,y} &= \left. \frac{\partial(x,y,f)}{\partial(\eta,\xi,t)} \right|_{\xi,\eta} \left. \frac{\partial(\eta,\xi,t)}{\partial(x,y,t)} \right|_{\xi,\eta} \\ &= \frac{\partial f}{\partial t} \frac{\partial X}{\partial t} \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial f}{\partial \xi} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) \frac{1}{J} \\ &\quad - \frac{\partial Y}{\partial t} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial f}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) \frac{1}{J} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、

f : 任意の関数 x, y : 物理空間座標

η, ξ : 計算空間座標 t : 時間

$$J: \text{Jacobian} = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi}$$

また、 $\partial X/\partial t$, $\partial Y/\partial t$ は、計算領域内の全格子点の移動速度を表わす。詳細については文献6)を参照されたい。

2.2 計算格子

メッシュ・ジェネレータは逐次、高速に計算格子を生成する必要があるため代数的格子生成法としてたわみ曲線を用いた格子生成システムを用いた⁷⁾。この格子生成法は格子の生成作業を一種の力学的安定問題に置き換え、梁のたわみ曲線を用いて格子形成をする方法であり、境界の移動に合わせ、逐次高速に格子を生成することが可能な方法である。詳細について文献7)を参照されたい。

2.3 弾性支持された円柱の運動方程式

本研究では流体中において弾性支持された円柱の力学モデルとして以下の仮定を与えた。(図1参照)

1) 重心(円柱の中心)に関する*x*方向、*y*方向の並進運動2成分のみとし、*x*-*y*面内での回転運動を考慮しない。

2) 物体はそれぞれの運動の自由度に対し独立した

表1 記号の説明

C_d	抗力係数
C_f	揚力係数
t	時間
f	円柱の固有振動数
f_v	渦の放出周波数
ω	円柱の固有角振動数
St	Strouhal 数; $f_v D/u_\infty$
S_c	円柱の無次元固有振動数; $f D/u_\infty$
S_{in}	質量減衰率 (Scruton 数)
V_r	無次元風速; u_∞/fD
V_{rc}	無次元共振風速; $1/S_i$
m	振動質量
λ	対数減衰率
F	単位長さ当たりの流体力
u_∞	一様流速
D	円柱直径
ρ	流体密度

バネ、ダッシュポットを持っており、お互いが干渉しない。

3) 円柱は剛体とし変形は考えない。

以上のような仮定から、物体の変位を δ_i としたとき、単位長さ当たり F_i の流体力を受けるこの系の運動方程式は、ばね定数を k_i 、円柱の質量を m 、粘性減衰係数を c_i とすると、以下の式で表すことができる。

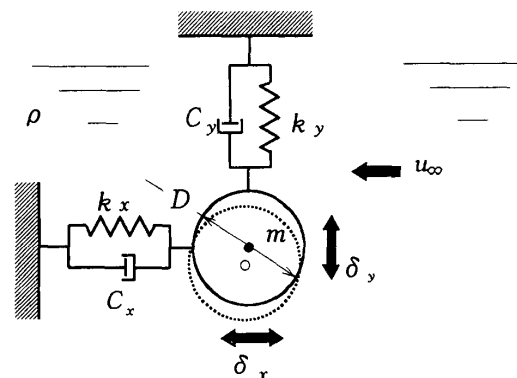


図1 弾性支持円柱モデル

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} + \frac{c_i}{m} \frac{d\delta_i}{dt} + \omega_i^2 \delta_i &= F_i/m \\ \omega_i &= 2\pi f_i = \sqrt{\frac{k_i}{m}} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

流れ場の計算は座標や速度、圧力などの物理量を無次元化して計算を行っており、(2)式を無次元化して対応させる必要がある。本稿では、代表速度を一樣流の流速 u_∞ 、代表長さを円柱の直径 D 、圧力を動圧の2倍 ($=\rho u_\infty^2$) とし、次のようにして無次元化を行っている。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\delta}_i &= \delta_i D \quad \tilde{u}_i = u_i u_\infty \\ \tilde{\omega}_i &= \omega_i D / u_\infty, \quad \tilde{m} = m / (\rho D^2) \\ \tilde{F}_i / m &= \frac{G_i \rho u_\infty^2 D}{2m} = \frac{C_i u_\infty^2}{2\tilde{m} D} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

上式で C_i は抗力係数 C_d 、揚力係数 C_f を表す。また、質量減衰率 (Scruton 数 S_m) は以下のように表すことが出来る。

$$S_m = \frac{2M\lambda}{\rho_w D^2} = 2m\lambda \quad (4)$$

λ : 対数減衰率

(3)式を(2)式に代入すると、それぞれの変数が、無次元変数に置き換わるだけで形は変化しない。

2.4 計算手順

本研究では、流体と構造を同じ時間ステップ内で互い違いに解き、連成される情報を互いに交換することにより、流れの構造の問題を連成させている。

以下に、時刻 t^n から、 $t^{n+1}(=t+\Delta t)$ へと解析を進める手順を示す。

1) 既知の u_i^n, p^n から円柱表面圧力 p^n とせん断応力 τ^n を求め、円柱に作用する力 F_i^n を求める。

2) (2)式から円柱の変位 δ_i^{n+1} 、移動速度 $u_i|_i^{n+1}$ を求める。

3) δ_i^{n+1} 変位した円柱周りに格子を生成し、計算領域中の全格子点の移動速度を求める。

4) (1)式によって変換された Navier-Stokes 方程式から流速 u_i^{n+1}, v_i^{n+1} を求め、Navier-Stokes 方程式から得られる Poisson 方程式によって p^{n+1} を求める⁶⁾。

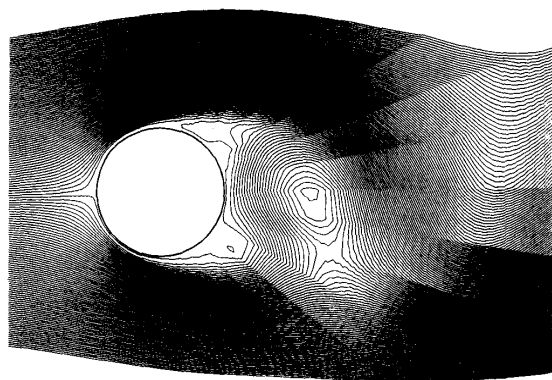
以上の1)~4)を各タイムステップごとに繰り返して計算を進めていく。流れ場の解析は MAC 法をベースとした差分法を用い、流れ場、円柱の運動の時間積分は陽的な公式を使用した。これは、圧力場の伝播速度と、構造の力学的な変形速度はその速さがかなり異なるため、円柱の微小変位が圧力場に与える影響は、ここで扱う様な系では無視できると考えられ、構造側は前進型で十分であると考えられるためである。

3. 解析条件及び結果

2章で示した解析手法によって、渦励振の解析シミュレータを作成し流れ方向と流れと垂直な方向に振動するように弾性支持された円柱の渦励振のシミュレーションを行った。どちらの振動方向の解析においても Reynolds 数 R_e は一定とし、無次元風速 $V_r(u_\infty/fD)$ をパラメータとした。また、シミュレーションにおいて、一樣流中で固定された円柱のストップをある時間に外して弾性支持状態とすることを再現するため、初期データとして、変位が $x=y=0.0$ の静止円柱周りの解析で得られた結果を用いた。図2に静止円柱周りの流れの解析で得られた結果を示す。この結果から、 $R_e=1000$ のときの共振風速 $V_{rc}(=u_\infty/f_v D)$ は約4.88となる。時刻刻み幅 Δt は0.001とし、 $t=1000$ まで計算を行った。計算格子は円柱の円周方向、法線方向に 37×60 のO型メッシュを流れの計算が1ステップ進むごとに逐次生成した。

3.1 振動方向が流れと垂直な場合

解析条件を表2に示す。図3に $S_m=12.0$ 、 $V_r=4.8$ 及び5.2のときの円柱の振動変位、後流の速度変数とそれぞれの振動周波数を示す。無次元風速 $V_r=4.8$ の解析において円柱の振動振幅は一定ではなく、無次元周波数約0.01のうねりを伴って振動しており、後流の速度変動もそれに伴いわずかに脈動していることを示している。円柱の振動周波数は渦放出周波数とは同期しておらず、2つのピークが存在している。一方、 $V_r=5.2$ の円柱の応答振幅は一定しており、後流の速度変動もほぼ一定である。また、円柱の振動周波数は後流の速度変動の振動数と同期している。無次元風速 V_r に対する円柱の応答振幅 Y_{rms}/D を図4に、円柱後流の速度変動周波数と円柱の固有振動数との比を図5



Strouhal 数 0.205

図2 静止円柱周りの流れ

表2 解析条件：振動方向が流れと垂直

Reynolds 数	Re	1000
Scruton 数	St_n	6 ~ 18
無次元風速	V_r	3.5 ~ 6.2

にそれぞれ示す。共振風速 V_{rc} までは円柱はほとんど振動せず、 V_{rc} を超えると激しく振動をし始める。円柱の振動振幅は質量減衰率 S_m が大きくなるに従い小

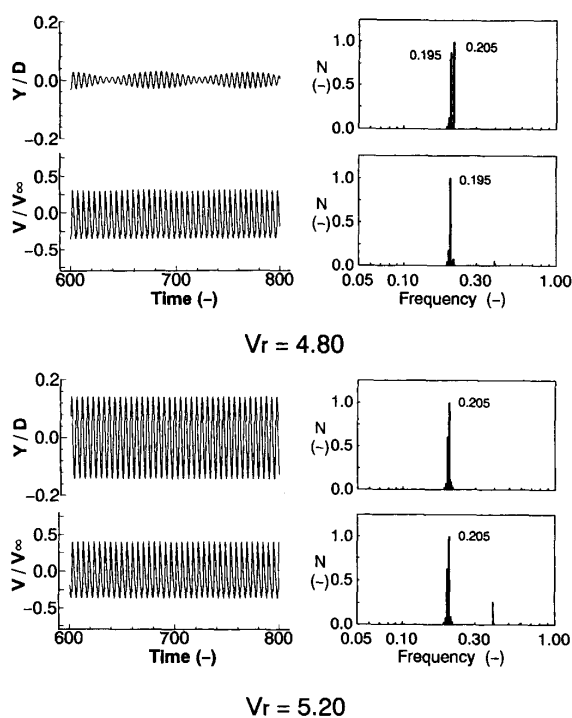


図3 流れと垂直な方向に振動する円柱の振動変位と後流の速度変動及びその周波数

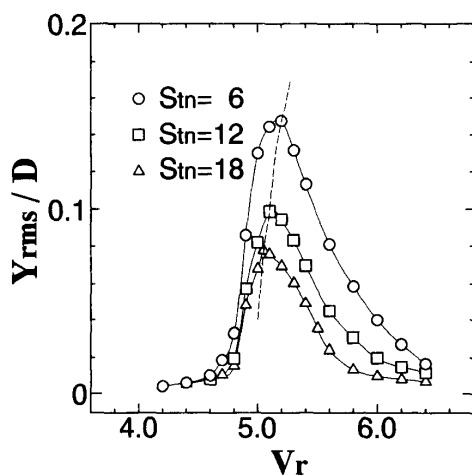


図4 流れと垂直な方向に振動する円柱の応答振幅

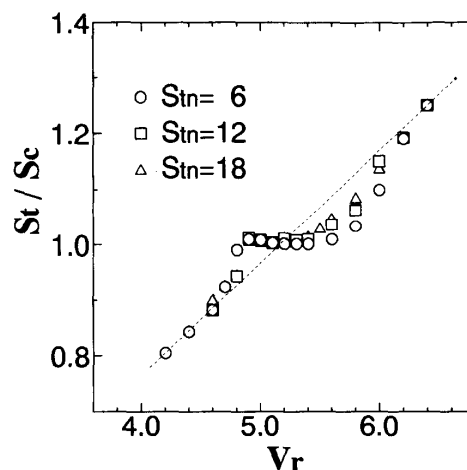


図5 流れと垂直な方向に振動する円柱後流の速度変動の周波数

さくなるが、最大値を示す V_r は一定ではなく、共振風速 V_{rc} に近づき、円柱が比較的大きい振幅で振動を行う領域が狭くなっている。

円柱から渦放出周波数は V_{rc} 以下では静止円柱の Strouhal 数となり、 S_t/S_c は無次元風速に比例し大きくなり、共振風速を超えると渦放出周波数は円柱の固有振動数に同期し、 $V_r=6.0$ を超えると、再び静止円柱の Strouhal 数となる。しかしながら、周波数の非同期→同期→非同期への変化は比較的なだらかで、質量減衰率が小さい方がその傾向が強くなっている。また、円柱の振動と変動揚力の位相差は同期現象がおきている場合にほぼ 180° 変化している (図6)。これらの現象は岡島²⁾、Sarpkaya⁸⁾ によって報告されている現象をよくシミュレートしている。

図7に円柱に作用する抗力係数の平均値、及び揚力係数の自乗平均値をまとめて示す。この図を見ると、応答振幅と同様に質量減衰率が大きくなるに従い、 G_{dMEAN} 、 C_{lRMS} は小さくなっている。また、それぞれの値の最大値は、抗力は応答振幅が最大値となる V_r/V_{rc} と一致しているのに対し、揚力は円柱が振動を始める $V_r/V_{rc}=1.0$ 付近で最大値を示す。

3.2 振動方向が流れと一致する場合

表3に示すように、質量減衰率 S_m は一定とし、無次元風速 V_r をパラメータとして解析を行った。

円柱の振動方向が流れの方向と一致する場合、岡島らの実験結果 (図9)²⁾ に見られるように、減衰比率が非常に小さい場合でも共振風速付近では円柱は発振せず、共振風速の1/2前後 ($1.5 \leq V_r \leq 2.8$ と $V_r \geq 3.0$) で不安定となり、発振することが図8に示されている。また King ら¹⁾ は V_r が低い方の不安定域の振動に

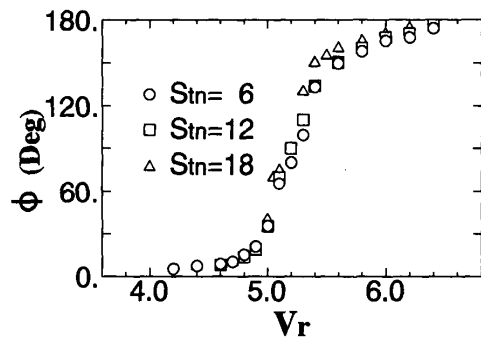
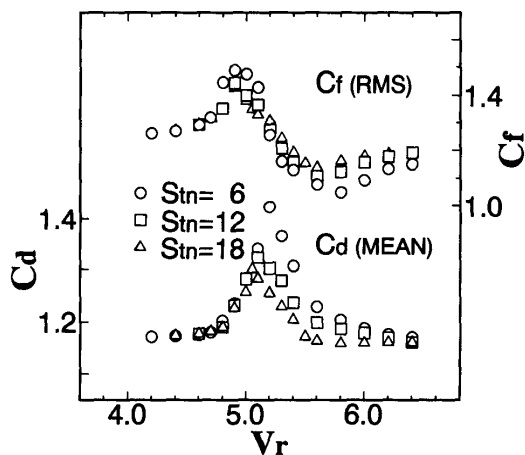


図6 円柱の振動と変動揚力の位相差

図7 流れと垂直な方向に振動する円柱に作用する抗力, 揚力係数 (C_d , C_f)

において円柱から対称渦が生じていることを可視化実験により見出ししているが, シミュレーションによっても同様な対称渦の発生が再現されている (図10). 後流の速度変動は, 安定域の $V_r=2.5$ から不安定域の $V_r=3.1$ に円柱の振動数の1/2に同期しており, $V_r/V_{rc}=1/3$ 付近にも狭い範囲ながら円柱の振動数の1/3に同期している領域がシミュレートされている. また, 図9(a)中の矢印で示された値は, 円柱の発振が加振振幅の大きさに依存する複安定状態の存在を示しているが, シミュレーションにおいても初期データを $V_r=3.1$ での解析結果とし $V_r=3.26$ の解析を行ったところ, 図9中に矢印で示すように静止円柱を初期データとした結果とは異なり円柱は発振し, 実験結果と同様

表3 解析条件: 流れ方向に振動する円柱

Reynolds 数 Re	1000
Scruton 数 S_{tn}	0.08
無次元風速 V_r	0.5 ~ 5.0

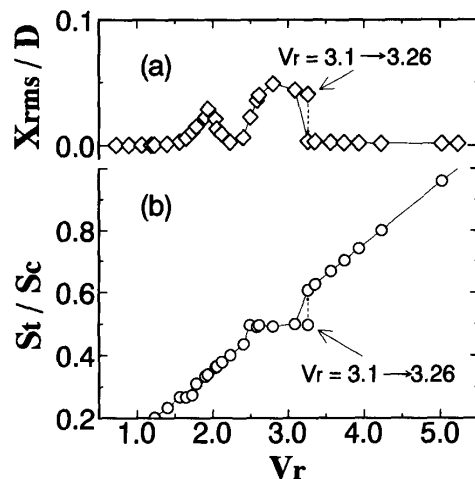


図8 流れ方向に振動する円柱の応答振幅と円柱後流の速度変動の周波数 (シミュレーション) (a) 応答振幅, (b) 速度変動の周波数

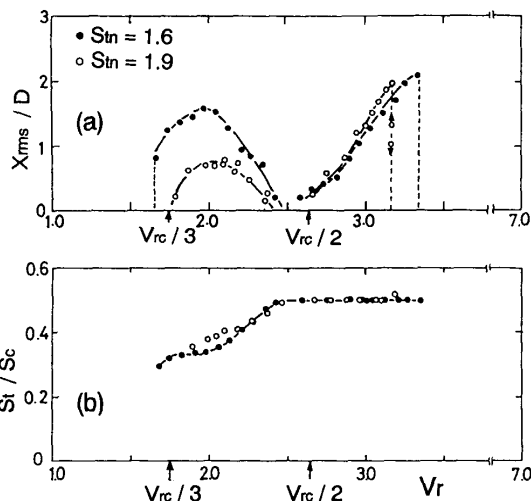
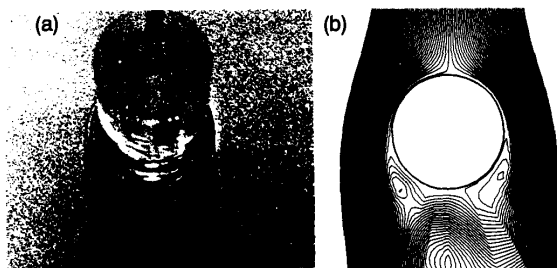
(岡島らの実験結果²⁾), (a) 応答振幅, (b) 速度変動の周波数

図9 流れ方向に振動する円柱の応答振幅と円柱後流の速度変動の周波数

図10 流れ方向に振動する円柱周りの流れ (a) King らの可視化実験¹⁾, (b) シミュレーション

な複安定状態の存在がシミュレートされている。

4. ま と め

計算空間における時間項を含んだ関数行列式を用いた流れ場の解析手法と、たわみ曲線を用いた格子生成法を用いて、流体—構造連成問題の一例である一様流中で流れ方向及び流れと垂直な方向に振動するように弾性支持された円柱の渦励振についてシミュレーションを行った。振動方向が流れと垂直な場合、実験結果に見られるような円柱の応答特性、渦放出と円柱の振動の同期現象、変動揚力と円柱の振動の位相差の変化などが解析された。振動方向が流れと一致する場合、2つの不安定領域の存在や、円柱からの対称渦の発生、複安定状態の存在が再現された。このような渦励振がシミュレート可能であることから、本解析で用いた方法が流体—構造連成問題の解析において有効であることがいえる。

計算空間における時間項を含んだ関数行列式を用いた流れ場の解析手法と、たわみ曲線を用いた格子生成法を用いて、流体—構造連成問題の一例である一様流中で流れ方向及び流れと垂直な方向に振動するように弾性支持された円柱の渦励振について数値解析を行い、他の研究者により得られている実験結果と比較、検討した。振動方向が流れと垂直な場合、実験結果に見られるような円柱の応答特性、カルマン渦放出と円柱の振動の同期現象、などが解析された。振動方向が

流れと一致する場合、2つの不安定領域の存在や、円柱からの対称渦の発生、複安定領域の存在や、円柱からの対称渦の発生、複安定状態の存在が再現された。

このような渦励振の再現が本数値解析において可能であることから、本解析で用いた方法の流体—構造連成問題の解析における有効性が示された。

参 考 文 献

- 1) R. King, M. J. Prosser, and D. J. Johns. On Vortex excitation of model piles in water. *Journal of Sound and Vibration*, **29**-2, 169, 1973
- 2) 岡島 厚, 杉谷賢一郎, 一様流中で種々な方向に振動する円柱, 九州大学応用力学研究所所報, **57**, 229/245, 1972
- 3) J. L. Cook C. W. Hirt, A. A. A. Amsden. An arbitrary lagrangian-eulerian computing method for all flow speed. *Journal of Computational Physics*, **14**, 227/253, 1974
- 4) 野村卓史, 飯島政義. ALE法に基づく粘性流体と構造との相関問題の有限要素解析手法. 土木学会論文集, **416**, 286/294, 1990
- 5) T. Tamura, K. Tsuboi, and K. Kuwahara. Numerical simulation of unsteady flow patterns around a vibrating cylinder. *AIAA Paper 88-0128*, 1988
- 6) 大金一二, 佐久田博司, 高橋 勉, 白樫正高. 一様流中で正弦振動する円柱まわりの流れ (移動境界問題の解析手法の検討). 日本機械学会論文集 (B編), **57**-544, 4058/4063, 1991
- 7) 大金一二, 佐久田博司. 移動境界問題における高速逐次格子生成法の開発 (一様流中の振動円柱における同期現象の数値解析). シミュレーション, **10**-4, 46/52, 1992
- 8) T. Sarpkaya. Vortex-induced oscillations. *Trans. ASME, J. Applied Mech.*, **46**, 241/258, 1979