

時変軌道追従 VSS による機械振動の能動的制御†

川 辺 尚 志*・吉 田 和 信*・池 田 工**

ABSTRACT By newly introducing an extended error vector (s) to the constant trajectory tracking VSS (shortened as CVSS) developed by Yeung et al., the applicability of a time-varying trajectory tracking VSS (shortened as TVSS) to a vibration system and a servo one has been discussed both from the simulating and the experimental points of view. With increasing C value characterizing the VSS hyper-plane, both the adaptive tracking error and the occurrence of chattering are less in TVSS than in CVSS. Furthermore, the active control performance to the anti-vibration is more effective in TVSS than in CVSS. It is also found that the robust damping effect is comparable between TVSS and AMFC by Balestrino et al., and that the reduction ratio of the active damping effect due to the parameter variation (increasing mass ratio 30%) is about one third as much as the control damping without parameter variations.

1. 緒 言

センサーやアクチュエータをはじめとするエレクトロニクス技術や、コンピュータ支援技術の飛躍的進歩とともに、振動の制御や絶縁、遮音、制振軸受け等の分野で制御理論を積極的に利用した能動的制御法の開発が進み、従来の受動的制御技術に見られない面でも着実な成果をおさめてきている^{1)~4)}。

しかし、これらの扱いの中心にあるのは、極配置による安定化⁵⁾や、LQ 制御⁶⁾および LQG 制御⁷⁾に見られるように評価関数の最適化を目指す手法である。従って、いわゆる線形制御設計法に基づくものである。最近注目されている線形ロバスト制御則としての H^∞ 制御⁸⁾への適用等を除いて、ロバスト制振制御面まで踏み込んだ取り扱いはまだ非常に少ないように思われる^{9),10)}。外乱やパラメータ変動に強い能動的制御技術の開発は、パラメータ同定が困難でしかも過酷な環境下にさらされることの多い複雑な実機械に対する制振設計をより容易に可能ならしむるものとして意義あるものと考えられる。

線形制御則に比べて、入力ベクトルが有効に利用できる代表的な非線形ロバスト制御則として、システムの状態を空間内でシステムパラメータに依存しない超平面に拘束させて平衡点へ滑らせる、いわゆるスライディングモード制御がある。本報では、Lyapunov 関数として制御対象の動特性を含み、しかも制御構造が比較的簡単な Yeung の VSS¹¹⁾に注目し、特に時変目標軌道に立脚した拡張誤差ベクトルを導入することにより、より多様な制御が可能となる軌道追従 VSS 制御則のロバスト制振性等への有効性を検討してみることとした。

結果として、パラメータの変動の大きさと適応追従誤差とで決まる制御入力の不飽和の範囲内では、Yeung の定値軌道に基づく VSS に比べて、ロバスト補償を特徴づける特有のチャタリングの発生も少なく、かつ制振制御性にも富む有効な制御則といえる。

2. 時変軌道追従 VSS 制御則

Yeung¹¹⁾の VSS は定値軌道追従型であるので、これを時変軌道追従型 VSS へと拡張することを検討する。Yeung の取り扱いを参考にして、制御対象として次の動的方程式を考える。

$$M\ddot{q} + B\dot{q} + Kq = w + u \quad (1)$$

ただし、

$\ddot{q}, \dot{q}, q$ 状態の加速度, 速度, 位置ベクトル
($\ddot{q}, \dot{q}, q \in R^n$)

$M(q, \dot{q})$ 正定対称行列 ($M \in R^{n \times n}$)

B, K 正定行列 ($B, K \in R^{n \times n}$)

Active Control of Mechanical Vibrations Using a Time-Varying Trajectory Tracking VSS. By Hisashi Kawabe and Kazunobu Yoshida (Dept. of Mechan. Eng., Faculty of Eng., Hiroshima Institute of Technology) and Takumi Ikeda (Mechan. System Eng., Graduate School, Hiroshima Institute of Technology).

*広島工業大学工学部機械工学科

**広島工業大学大学院機械システム工学専攻

†1994年4月20日受付 1994年8月15日再受付

w 外乱ベクトル ($w \in R^n$)

u 制御ベクトル ($u \in R^n$)

ここで $q_d(t)$ を時変軌道ベクトル ($q_d(t) \in R^n$) とし、誤差ベクトルを次のように置く。なお $q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d$ は既知とする。

$$e(t) = q(t) - q_d(t) \quad (2)$$

(目標軌道を定値 ($\dot{q}_d = \ddot{q}_d = 0$) から時変系軌道 $q_d(t)$ に変え、追従制御により多様性を持たせた点が Yeung の VSS との基本的な差異である。) 式(2)より式(1)の動的方程式は次のようになる。

$$M\ddot{e} + B\dot{e} + Ke = w + u - (M\ddot{q}_d + B\dot{q}_d + Kq_d) \quad (3)$$

スライディング面 $s = [s_1, s_2, \dots, s_n]^T$ を次式に示す拡張誤差ベクトルで与える。

$$s = Ce + \dot{e} \quad (4)$$

$$C = \text{diag}[c_1, c_2, \dots, c_n] : c_i > 0, i = 1 \sim n$$

式(4)を時間微分すると

$$\dot{s} = C\dot{e} + \ddot{e} \quad (5)$$

式(3), (5)より,

$$M\dot{s} = MC\dot{e} + M\ddot{e} = Q\dot{e} - Ke - (M\ddot{q}_d + B\dot{q}_d + Kq_d) + w + u \quad (6)$$

ここで,

$$Q = MC - B$$

次にリアプノフの安定化条件を使って、図1に1入力系の場合を例示しているように、スライディング面への到達条件を求める。

まず, $M\dot{s}$ は連続としてを次のように仮定する

$$M\dot{s} = \begin{bmatrix} -p_1 \text{sgn}(s_1) \\ -p_2 \text{sgn}(s_2) \\ \vdots \\ -p_n \text{sgn}(s_n) \end{bmatrix} = -As \quad (7)$$

ここで,

$$A = \text{diag}[p_i \text{sgn}(s_i)/(s_i)] \quad (8)$$

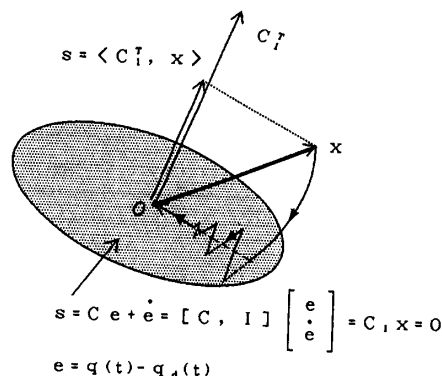


Fig. 1 Relation between the hyper plane $s=0$ and the state x

$$p_i > 0$$

リアプノフ関数を次のように置く。

$$v = s^T Ms \quad (9)$$

M が対称行列であることに注意して、式(9)を時間微分すると、

$$\dot{v} = \dot{s}^T Ms + s^T \dot{M}s + s^T M\dot{s} = s^T (M\dot{s}) + s^T \dot{M}s + s^T (M\dot{s})$$

上式に式(7)を代入すると、

$$\dot{v} = -s^T As + s^T \dot{M}s - s^T A = -2s^T (A - \dot{M}/2)s \quad (10)$$

従って $(A - \dot{M}/2) > 0$ のとき, v は負定値関数となるので、リアプノフの定理より、システムはスライディング面 $s=0$ に漸近収束する。

次に、目標軌道に追従するための制御入力 u の決定について述べる。 $(A - \dot{M}/2) > 0$ の条件を満たすためには、Gerschgorin の定理¹²⁾より、

$$p_i \text{sgn}(s_i)/(s_i) > \sum |\dot{M}_{ij}/2| \quad (11)$$

の関係が成立することである。従って、式(11)の関係を保証する制御入力 u を決定する。式(6), (7)から

$$Q\dot{e} - Ke - (M\ddot{q}_d + B\dot{q}_d + Kq_d) + w + u + \begin{bmatrix} -p_1 \text{sgn}(s_1) \\ -p_2 \text{sgn}(s_2) \\ \vdots \\ -p_n \text{sgn}(s_n) \end{bmatrix} \quad (12)$$

Q および K を次のように置く。

$$Q = Q^0 + \Delta Q$$

$$K = K^0 + \Delta K$$

ここで, Q^0, K^0 はそれぞれ, Q, K の平均値であり、パラメータ変動量 $\Delta Q_{ij}, \Delta K_{ij}, w_{ij}, \dot{M}_{ij}$ に関しては、次の変動幅を有するものとする。

$$|\Delta Q_{ij}| < \dot{Q}_{ij}$$

$$|\Delta K_{ij}| < \dot{K}_{ij}$$

$$|w_i| < \dot{w}_i$$

$$|\dot{M}_{ij}| < \dot{M}_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

ロバスト補償項を u' として制御入力を

$$u = -Q^0 \dot{e} + K^0 e + M\ddot{q}_d + B\dot{q}_d + Kq_d + u' \quad (14)$$

とおく。式(12), (14)より,

$$\Delta Q\dot{e} - \Delta K e + w + u' = \begin{bmatrix} -p_1 \text{sgn}(s_1) \\ -p_2 \text{sgn}(s_2) \\ \vdots \\ -p_n \text{sgn}(s_n) \end{bmatrix} \quad (15)$$

これを成分関係で表すと、

$$\sum (\Delta Q_{ij} \dot{e}_j - \Delta K_{ij} e_j) + w_i + u'_i = -p_i \text{sgn}(s_i) \quad (16)$$

ロバスト補償項 u'_i は式(11), (16)より以下のように求まる。

① $s_i > 0$ のとき,

$$\Sigma(\Delta Q_{ij}\dot{e}_j - \Delta K_{ij}e_j) + w_i + u'_i = -p_i \operatorname{sgn}(s_i) < s_i \Sigma|\dot{M}_{ij}/2|$$

② $s_i < 0$ のとき,

$$\Sigma(\Delta Q_{ij}\dot{e}_j - \Delta K_{ij}e_j) + w_i + u'_i = -p_i \operatorname{sgn}(s_i) > s_i \Sigma|\dot{M}_{ij}/2|$$

①, ②より,

$$\operatorname{sgn}(s_i) [\Sigma(\Delta Q_{ij}\dot{e}_j - \Delta K_{ij}e_j) + w_i + u'_i] < |s_i| \Sigma|\dot{M}_{ij}/2| \quad (17)$$

式(17)を満たすようにロバスト補償項を選ぶ。

$$u'_i = -\operatorname{sgn}(s_i) [\Sigma(\hat{Q}_{ij}|\dot{e}_j| + \hat{K}_{ij}|e_j|) + \hat{w}_i] - s_i \Sigma \hat{M}_{ij}/2 \quad (18)$$

式(14), (18)より制御入力は, 結局

$$u_i = -\Sigma(Q_{ij}\dot{e}_j - K_{ij}e_j - M_{ij}\ddot{q}_d - B_{ij}\dot{q}_d - K_{ij}q_d) + u' \quad (19)$$

Yeung の制限則と比して, ロバスト補償入力項 u' の切り換えゲインが制御情報量 ($|\dot{q}|, |q|$) から制御偏差情報量 ($|\dot{e}|, |e|$) の関数となることと, 新たに線形入力項として時変軌道のダイナミクス項 ($\dot{q}_d, \ddot{q}_d \neq 0$) が加わるのが大きな特徴である. 従ってこの時変軌道型 VSS では, Yeung の定値軌道 ($\dot{q}_d = \ddot{q}_d = 0$) VSS に比べて, 制御量 q との偏差 ($e = q - q_d$) が非常に小さくなるためロバスト補償入力の切り換えゲインがそれだけ小さくなり, またチャタリングの発生も少ないより良好な制御が期待できる. (尚, q_d のダイナミクスを考慮しない場合は, Yeung の制御則に収束する.)

なお参考のため, 上述の設計アルゴリズムを図 2 のフローチャートに示す.

3. シミュレーションによる理論の有効性の検証

3.1 サーボ系への適用

まず, 上述の制御則をサーボ系に適用して, その有効性をシミュレーションより検討する. 図 3 は, 入力時にランプ関数的に変化し, 一定時間後に定値となる目標軌道に対する制御応答を示す. ここに, サーボ系の状態方程式は

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1.818 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 26.68 \end{bmatrix} u \quad (20)$$

目標軌道 $x_m(t)$ は, $M=0.5(\text{sec})$ 後に目標値に到達するように選んだ. サーボ系変位出力 x_p と x_m との差が適応追従誤差 e で, 同図(a)はスライディング係数 $C=1$ の場合を, (b)は $C=15$ の場合をそれぞれ示す. この図からスライディング係数 C の値が大きい方が

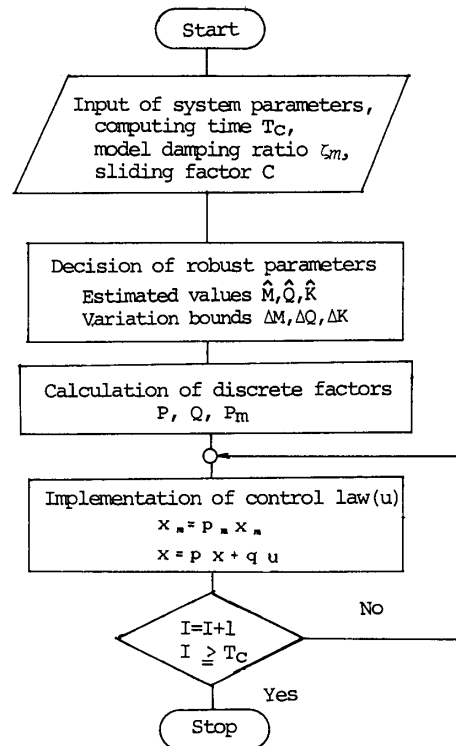


Fig. 2 Flow chart of the executing procedure for the time-varying trajectory tracking VSS.

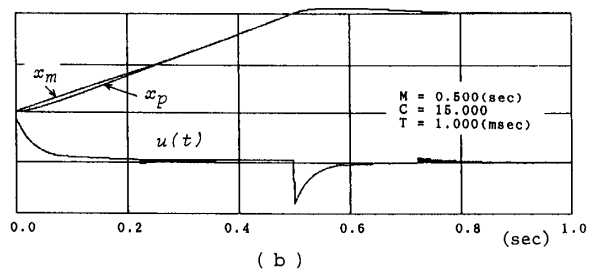
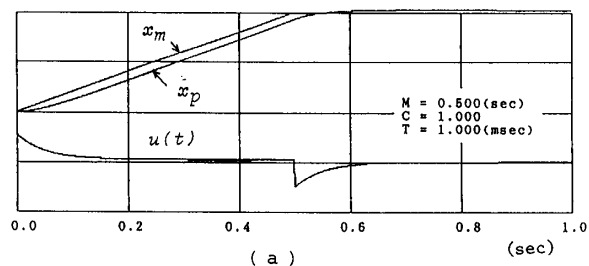


Fig. 3 Simulations for the applicability of the time-varying trajectory tracking VSS to a servo-system

適応追従誤差が小さくなっているのがわかる. このことは, 以下のようにして説明される.

式(1), (2)より,

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{q} - \dot{q}_d = -B^{-1}M\ddot{e} - B^{-1}Q^0\dot{e} \\ &\quad + B^{-1}(K^0 - K)e + B^{-1}(w + u') \end{aligned} \quad (21)$$

上式を整理すると次の動的誤差方程式が得られる。

$$M\ddot{e} + (Q^0 + B)\dot{e} + (K^0 - K)e = w + u' \quad (22)$$

一般に $Q = MC - B > 0$ であるので、スライディング係数行列 C の要素値を大きくすると $\dot{e}$ の係数、つまり制動項が大きくなり、システムがより安定化される。従って、スライディング係数行列 C の要素値が大きくなるほど適応追従誤差の O 収束性は改善される。

3.2 1 自由度系片持ち梁振動系への適用

図 4 (a) は Yeung の VSS を 1 自由度の振動系に適用した場合のシミュレーション制御結果を示す。この場合制御対象としての振動系の状態方程式は

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -632.8 & -0.091 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.454 \end{bmatrix} u \quad (23)$$

この図から Yeung の VSS を能動振動系に適用した場合、非連続入力関数 $\text{sgn}(s)$ の影響により制御入力にチャタリングが生じているのがわかる。同図(b)は、時変軌道追従 VSS 制御則を 1 自由度振動系に適用した場合のシミュレーション結果を示す。ただし、簡単のため初期誤差ベクトルは $e(0) = 0$ としている。この場合目標軌道状態ベクトルは

$$\dot{x}_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & -2\zeta_m\omega \end{bmatrix} x_m \quad (24)$$

ここで、 ω は目標軌道 x_m を与える固有角振動数であり、 $\omega = 25.155$ (rad/s) とした。また ζ_m は減衰係数比であり、 $\zeta_m = 0.05$ とした。制御対象が目標軌道にほとんど誤差なく追従しており、しかも Yeung の VSS の問題点であったチャタリングもほとんど発生してい

ないことがわかる。これは、ロバスト補償項式(18)の非連続関数項 $\text{sgn}(s)$ が誤差 e に依存しているためであると考えられる。同様の理由で、Yeung の VSS と比較して制御入力小さいことも本制御則の特徴であるといえる。

なお参考のため、位置の初期誤差を $e_1(0) = 0.5$ とした場合のシミュレーション制御結果を図 5 に示す。同図(a)は $\zeta_m = 0.05$ の場合を、また(b)は $\zeta_m = 0.8$ の場合を示す。誤差の関係で若干チャタリングが発生しているがいずれの場合も漸近安定収束する様子が良くわかる。

4. 実機実験結果および考察

4.1 実験装置

縦型の片持ち梁振動系の制振制御実験装置の全構成図を図 6 に、またその写真を図 7 に示す。変位振動 q は梁の固定端付近に取り付けられた抵抗線ひずみゲージにより検出した。A/D, D/A 変換器はコンテック製 AD12-16A (98), DA12-4 (98) を用い、その変換はマシン語で、また主プログラムは Turbo-C でそれぞれ処理した。なおサンプリング時間は 0.617 (msec) である。

4.2 実機実験結果および考察

図 8 に、まず Yeung の VSS を 1 自由度モデリングに基づく振動系に適用した場合の実機実験結果を示す。 x_m は目標軌道特性を、 x_p は追従すべき制御量(振動変位)を示す。また Open loop の範囲は自由振動状態を、一方 Closed loop の範囲は制振の制御下での

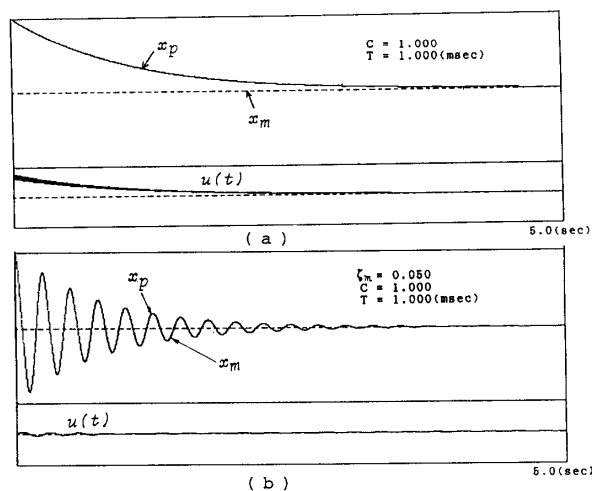


Fig. 4 Simulations for the active control of vibrations
(a) VSS by Yeung et al. (b) Time-varying tracking VSS

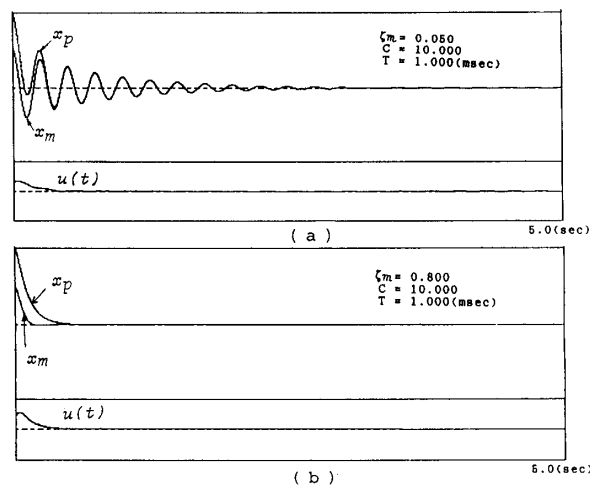


Fig. 5 Simulations for the applicability of the time-varying trajectory VSS to an anti-vibration system including initial errors

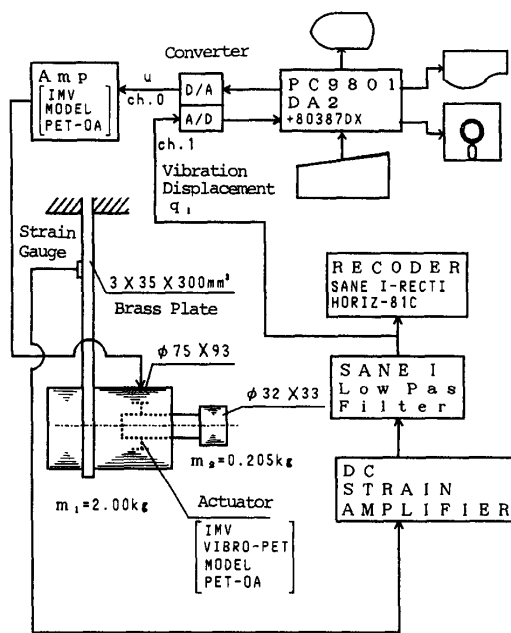


Fig. 6 Set-up of the experimental system



Fig. 7 View of the experimental system

変位振動特性を示す。同図(a)はスライディング面係数 $C=1$ の場合の制振特性を、(b)は $C=15$ の場合を示す。(b)の方が制御力が大きくなるので制振性は当然向上している。

図9は(時変)軌道追従 VSS 制御則を上述と同じ振動系に適用した場合の実機実験結果を示す。同図

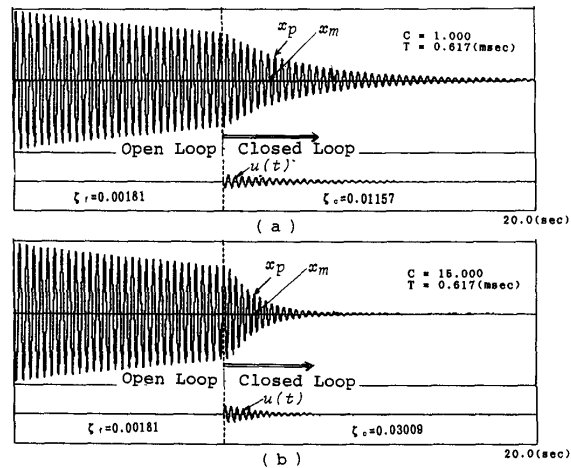


Fig. 8 Real active vibration controls based on the VSS by Yeung

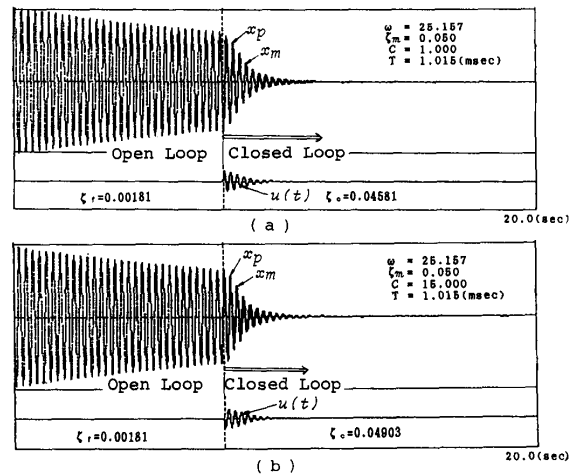


Fig. 9 Real active vibration controls based on the time-varying trajectory VSS

(a)は $C=1$, (b)は $C=15$ の場合の制振特性をそれぞれ示す。シミュレーション(省略)と同様にスライディング面係数 C の値が大きい方が僅かではあるが適応追従誤差をを減少し、制振性能は向上している。

また図8, 図9の各場合とも、アクチュエータへの信号レベルの上限値は同一であるので、両図の比較より、改良した軌道追従 VSS の方が制振性が優れていることがわかる。なお軌道追従 VSS 制御則の適用の場合、目標軌道パラメータとしての ζ_m は信号レベルの飽和性の問題から $\zeta_m=0.05$ 以上の値は設定できなかった。

最後に、図6に示す集中質量 ($m_1+m_2=2.205$ kg) に変動質量 ΔM を付加して、ロバスト制振性を検討

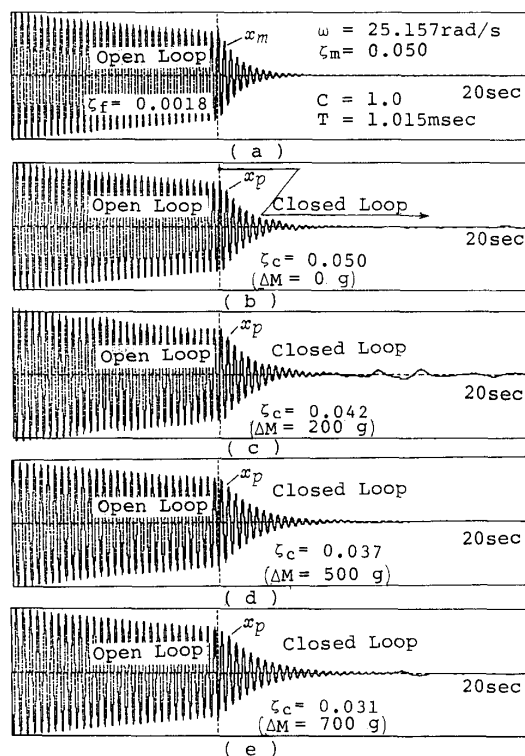


Fig. 10 Variation of active control damping ratio (ζ_c) as a parameter of attached mass (ΔM)

した結果について言及する。図10(a)は軌道モデル ($\zeta_m=0.05$, 角固有振動数 $\omega=25.157$ [rad/s]) の特性を, 同図(b)~(e)はシステムパラメータ変動 ($\Delta M=0$ g (b), 200 g (c), 500 g (d), 700 g (e)) に対する制振特性の劣化の状態を調べたものである。

図10の結果を基に, パラメータ変動率 ($\Delta M/(m_1+m_2)$) に対するアクティブダンピングの低下率 ($(\zeta_m - \zeta_c)/\zeta_m$) の関係を示すと図11のようになる。30%のシステムパラメータ変動率に対して約33%のアクティブダンピングの低下が見られる。比較のためにポポフの超安定論に基づいた AMFC 制御則を適用した場合のロバスト制振性に関する前報⁹⁾での結果を示す。このパラメータの変動の範囲内では, ほぼ同程度のロバスト制振性を示すことがわかる。

5. ま と め

時変目標軌道からの拡張誤差ベクトルの導入により, Yeung の定値軌道 VSS をより多様な制御が可能となる時変軌道追従 VSS 制御則に改良し, その有効性をサーボ系および1自由度振動系への適用例でシミュレーションおよび実機実験の両面から検討した。

(1) VSS 滑り面を特徴づけているスライディング係

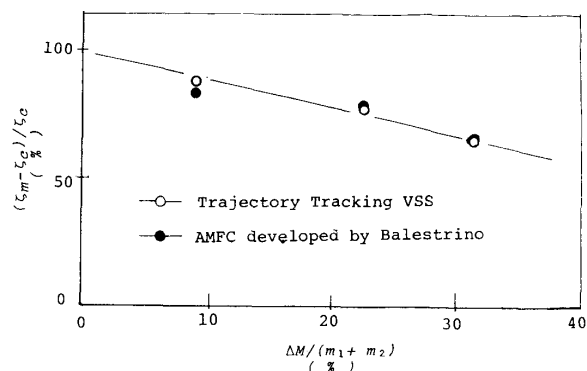


Fig. 11 Reduction ratio of the active damping effect as a parameter of attached mass (ΔM)

数 C 値を大きくした場合, 改良 VSS の方が Yeung の VSS に比べて適応追従誤差は小さい。

(2) 制御入力 $\langle u_i = -\Sigma(Q_{ij}\dot{e}_i - K_{ij}e_j + M_{ij}\ddot{q}_j + B_{ij}\dot{q}_j + K_{ij}q_j) - [\Sigma(\dot{Q}_{ij}|e_j| + \dot{K}_{ij}|e_j|) + \dot{w}_j] + \text{sgn}(s_i) - s_i \Sigma \dot{M}_{ij}/2 \rangle$ のロバスト補償項 (非連続関数) にかかる係数が適応追従誤差 e に依存しているため, 改良 VSS の方がチャタリングの発生は少ない。

(3) 従って, 同一レベルの制御入力を与えた場合, 改良 VSS の方が優れた制振制御性を示す。

(4) システムパラメータ変動に対するロバスト制振性としては, 改良 VSS は超安定論に基づいた AMFC とほぼ同程度の性能を示し, 約30%の質量増加に対し33%の制振性能の低下が見られた。

参 考 文 献

- 1) 背戸一登: アクティブコントロール——応用面からみた制御理論——, 計測と制御, 32-4, 269/275, (1993)
- 2) 安田正志, 池田雅夫: ダブルアクティブ制御による除振装置の性能向上, 日本機械学会論文集 (C 編), 59-562, 1694/1701, (1993)
- 3) 城戸健一: 騒音のアクティブ制御, 音響学会誌, 47-9, 661/697, (1991)
- 4) 野波健蔵, 山中孝司, 富永 学: 磁気軸受けで支持された弾性ロータの振動と制御, 日本機械学会論文集 (C 編), 54-507, 2664/2668, (1988)
- 5) 例えば日野満司, 岩井善太: 能動的制振系構成における適正極配置系の応用, 計測自動制御学会論文集, 25-7, 821/823, (1989)
- 6) 例えば, 川辺尚志, 吉田和信: 機械振動の能動的制御に関する実験的一考察——特に片持ち梁振動系について——, シミュレーション, 8-4, 245/251, (1989)
- 7) 例えば, 木村英紀: LQG から H^∞ へ, 計測と制御, 29-2, 111/119, (1990)
- 8) 例えば王晶文, 野波健蔵, 三平満司, 美多 勉: H^∞ 制御におけるフレキシブル・ロータの制振制御, 機械学会論文集 (C 編), 57-533, 196/202, (1991)

- 9) 例えば, 川辺尚志, 吉田和信, 西尾洋彦, 池田工: ポポフの超安定理論を使った片持ち梁の能動的制御, シミュレーション, 12-3, 229/238, (1994)
 - 10) 例えば, 背戸一登 他: 体験・振動制御——先端理論による振動制御系設計法と実験・実習——, 日本機械学会, 910-42, (1991)
 - 11) Y. Yeung & Y. Chen: A New controller Design for Manipulators Using the Theory of Variable Structure Systems, IEEE TRANSACTION ON AUTOMATIC CONTROL, 33-2, 200/206, (1988)
 - 12) 陳 芸 峰, 池田弘行, 美多 勉, 涌井伸二: スライディングモード制御によるロボットアームの軌道制御と実験結果, 日本ロボット学会誌, 7-6, 706/711, (1989)
-